







0 N-2

ATTI

2 mithe mari

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVII.

1890

SERIE QUARTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI VOLUME VII.

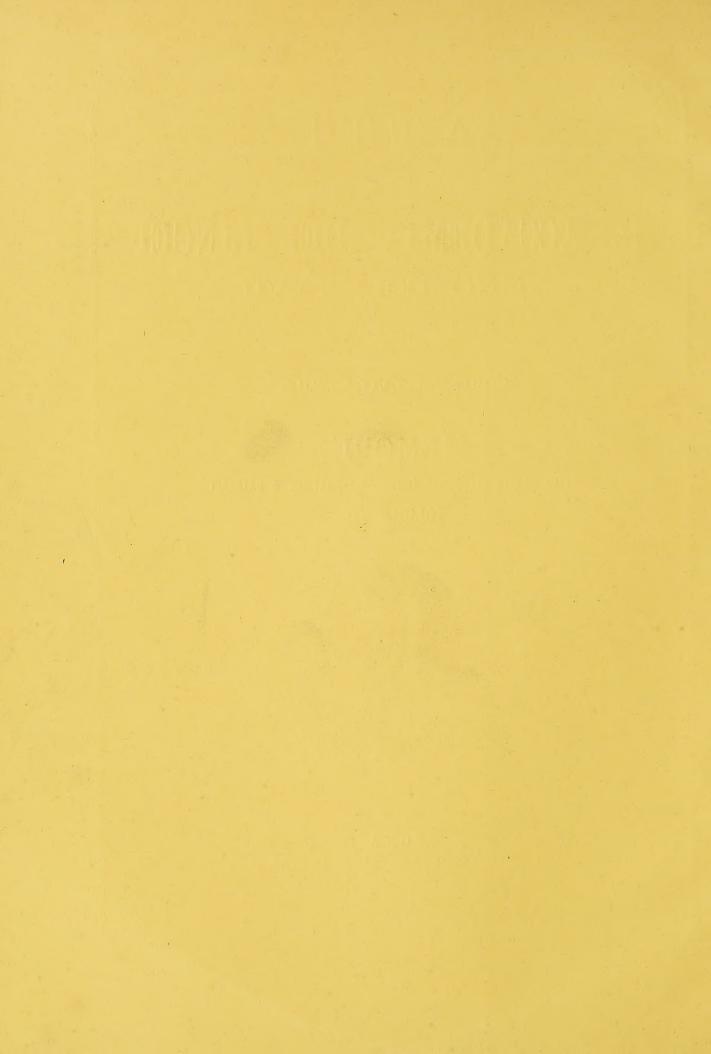


ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894



ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVII.

1890

SERIE QUARTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
VOLUME VII.





ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1891



RELAZIONE

- letta dal Socio Camillo Golgi relatore, a nome anche del Socio G. Bizzozero, nella seduta del 1 giugno 1890, sopra la Memoria presentata dal dott. Giuseppe Sanarelli, intitolata: I processi riparativi nel cervello e nel cervelletto.
- "Dalle ricerche che il dott. Sanarelli ha intrapreso intorno alla maniera colla quale vengono riparate le soluzioni di continuo della sostanza nervosa e intorno al còmpito rispettivo che in tale processo di riparazione spetta a ciascun elemento fisso del cervello e del cervelletto, emergono alcuni risultati i quali in parte si accordano con quelli di altri autori, ma in parte arrecherebbero delle modificazioni al significato di taluni di essi o aggiungerebbero cognizioni nuove intorno a così interessante argomento.
- "Dopo che fu osservata la cariocinesi degli elementi fissi del cervello e del cervelletto, parve conveniente studiare altresì la sua importanza ed il suo significato nei processi flogistici riparativi dei medesimi. Autori successivi ammisero quindi che la proliferazione della nevroglia prendesse una parte attivissima nella formazione delle cicatrici nelle ferite del cervello; altri considerarono addirittura i movimenti nucleari delle cellule nervose siccome altrettanti segni della loro proliferazione.
 - " I risultati delle ricerche del dott. Sanarelli sono i seguenti:
- " 1º La riparazione delle ferite nel cervello e cervelletto, sarebbe dovuta esclusivamente ad un tessuto connettivo originatosi, per la massima parte, dai leucociti immigrati e moltiplicatisi per cariocinesi.
- " 2º Il còmpito delle cellule di nevroglia, delle quali il dott. Sanarelli ha potuto verificare tutti gli stadî della loro seissione indiretta, si ridurrebbe alla formazione di nuovi elementi, i quali formerebbero quasi uno strato di rivestimento fra il vero tessuto cicatriziale neoformato ed il tessuto nervoso normale.
- " 3° I movimenti nucleari che si osservano nelle cellule nervose nei primi giorni successivi alla ferita, oltre al non presentarsi con quell'aspetto tipico e in tutti quegli stadî completi che caratterizzano il vero processo cariocinetico, non sembrano neppure avere per scopo la divisione cellulare, ma essi non rappresenterebbero che una reazione al processo irritativo, la quale, in questo caso, anzichè con la proliferazione, finirebbe colla morte delle stesse cellule nervose.
- " Il lavoro è corredato da una tavola la quale molto bene illustra i fatti esposti nel lavoro medesimo.
- " La Commissione esaminatrice giudicando la Memoria del dott. Giuseppe Sanarelli interessante per la scienza, propone che essa venga per intero inserita, colla corrispondente tavola, negli Atti dell'Accademia".

I processi riparativi nel cervello e nel cervelletto. Memoria del dott. GIUSEPPE SANARELLI.

Gli studî pazienti e l'attività quasi meravigliosa con cui si è cercato in questi ultimi tempi di determinare in maniera precisa le leggi secondo le quali viene regolata l'attività propria degli elementi cellulari, ci hanno fornito conoscenze preziose intorno al loro comportarsi di fronte ai processi flogistici e riparativi dei tessuti.

Ma se i risultati degli studi fatti sotto questo indirizzo hanno risoluto importanti questioni di patologia cellulare, altre questioni, non meno importanti, si sono affacciate nel dominio di essa, determinando in tal guisa la origine di fatti nuovi e di nuove controversie, intorno alle quali si aggira tuttavia l'incessante lavoro della critica sperimentale.

E fra queste nuove controversie, certo non ultima, si è quella riguardante il processo istogenetico che si svolge negli organi del sistema nervoso centrale come conseguenza di lesioni traumatiche asettiche.

Ancora molto tempo innanzi che le ricerche sulla scissione nucleare indiretta contribuissero a stabilire il compito ed il significato dei singoli elementi, in tutti quei casi nei quali si verifica la perdita o la rigenerazione dei tessuti, sembrava ormai decisamente definita, in seguito ad osservazioni sperimentali, la maniera con la quale passano a guarigione le ferite del cervello e del cervelletto.

Gli ultimi studî di Ziegler e di Kammerer (¹) pareva infatti che non avessero lasciata ulteriore occasione di controversia a quella lunga serie di indagini sperimentali, che iniziate da Hasse e Kölliker (²), da Bruns (³) e da varî altri avevano, per così dire, diviso in due campi opposti coloro che ammettevano come possibile una partecipazione delle cellule nervose ai processi infiammatorî e riparativi (Tigges (⁴), Voit (⁵), Jolly (⁶), Fleischl (⁻), Lubimoff (Გ), Robinson (⁶), Ceccherelli (¹o), Popoff (¹¹),

- (1) Trattato di anatomia patologica. Napoli. 1886, Parte 2ª, vol. 2, pag. 723.
- (2) Zeitschrift für rationelle Medicin. 1846, vol. IV.
- (3) Die chirurg. Krankh. und Verletz. des Gehirnes und s. Umhüllungen. Tubingen, 1854.
- (4) Allgemeine Zeitschrift für Psychiatr. 1863, vol. XV.
- (5) Sitzungsberichte d. königl. bayr. Akad. d. Wissenschaft. 1868, vol. II.
- (6) Ueber traumatische Encephalitis. Wien, 1869.
- (7) Medicinische Jahrbücher, Wien, 1872.
- (8) Virchow 's Archiv. 1873, vol. LXVII.
- (9) Medicinische Jahrbücher. Wien., 1873.
- (10) Id. id. id. 1874.
- (11) Virchow 's Archiv. 1875, vol. LXIII.

Rauber (¹), ecc. per il cervello e Valentin (²), Brown Séquard (³), Walter (⁴), Müller (⁵), Masius e van Lair (⁶), Pfitzner (⁻), Uskoff (⁶) Cattani (⁶), ecc. per il midollo spinale) e gli altri i quali ritenevano le cellule nervose siccome affatto incapaci di quansiasi altività formativa (Flourens (¹⁶), Arndt (¹¹), Smigrodsky (¹²), Witkowsky (¹³) e Friedmann (¹⁴) per il cervello e Schraeder (¹⁵), Dentan (¹⁶), Eichhost e Naunin (¹७), e Schiefferdecker (¹⁵) per il midollo spinale).

Le conclusioni alle quali erano giunti Ziegler e Kammerer in seguito ai loro studì sugli effetti delle ferite sperimentali nel cervello, potrebbero riassumersi brevemente in tal guisa: dapprima si avrebbe emorragia e distruzione di una maggiore o minore estensione di tessuto circostante al punto leso, quindi infiltrazione infiammatoria, rigonfiamento, degenerazione grassa, disgregazione e dissoluzione delle cellule e delle fibre nervose in seguito a perturbate condizioni nutritive, infine riassorbimento delle parti necrotiche o degenerate e loro sostituzione con tessuto connettivo sviluppantesi dalle cellule formative derivate dai corpuscoli bianchi del sangue, dalle cellule connettive della pia madre e dalla guaina piale dei vasi. Soltanto di rado essi avrebbero verificata, nel tessuto circostante alla zona colpita, una selerosi prodotta da neoformazione della nevroglia.

Ma dopochè Mondino (19) ebbe verificata la esistenza del processo cariocinetico anche nelle cellule nervose del cervello e venne per conseguenza accennato anche alla possibilità di una loro proliferazione per via indiretta, le ricerche e le osservazioni sull'argomento sono andate via via aumentando, e con l'estendersi di queste ricerche si è andato pure allargando notevolmente il concetto relativo al significato ed all'importanza della mitosi negli elementi fissi del cervello. Giacchè, ammessa la

- (1) Sitzungsberichte der nat. Gesellschaft zu Leipzig. Anno IX.
- (2) De functionibus nervorum cerebralium ecc. Bernae 1839.
- (3) Gazette méd. de Paris, 1850. Compt. rendus de la Soc. de Biologie. 1850. Gazette médic. de Paris. 1851.
 - (4) De regeneratione gangliorum. Bernae, 1853.
- , (5) Ueber Regerat. d. Wirbelsäule und d. Ruckenmarkes bei Tritonen und Eidechsen. Frankfurt. 1864.
 - (6) Mémoires de l'Acad. du Belgique. Vol. XXI, 1870
 - (7) Archiv für mikroscop. Anatomie. 1882, vol. XX.
 - (8) Id. id. id. vol. XXI.
 - (9) Gazzetta degli ospitali. 1885, n. 33.
- (10) Recherches expérim. sur les propr. et les fonct. du système nerveux dans les anim. vértebrés. Paris, 1842.
 - (11) Archiv für mikr. Anatomie. 1868, vol. IV.
 - (12) Bergmann, Die Lehre von den Koptverletzungen. Stuttgart, 1880.
 - (13) Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten. 1883, vol. XIV.
 - (14) Münchener med. Wochenschrift. 1886.
 - (15) Experimenta circa regener. in gangliis nerveis inst. Gottingae, 1850.
 - (16) Quelques recherches sur la régenér. fonct. et anat. de la moëlle épinière. Berne, 1873.
 - (17) Virchow, 's Archiv. 1875, vol. LXIV e Archiv für exper. Path. und Pharmak. 1874, vol. II.
 - (18) Virchow 's Archiv. 1876. Vol. LXVII.
- (19) Rendiconti del r. Istituto lombardo. 1885. Giornale della r. Accad. di medicina di Torino, 1885 e Archivio di scienze penali ed antropologia criminale. Torino, 1886.

esistenza di un'attività formativa qualsiasi, rimaneva tuttavia a stabilire con precisione quale fosse il destino di essa dal momento che osservatori antecedenti, riguardo al fatto della proliferazione degli elementi fissi dei centri nervosi nei processi riparativi dei medesimi si sono dichiarati in senso così dubbioso e discorde.

In un lavoro comparso alcuni anni or sono, Coen (1) si proponeva infatti il còmpito di definire nella maniera la più conveniente tale questione, e dopo una serie di osservazioni, condotte in epoche differenti sopra i cervelli di animali, nei quali produceva delle ferite asettiche per mezzo di un ago arroventato, concludeva con lo ammettere: 1º che il processo infiammatorio successivo alla lesione non ha una parte immediata alla formazione cicatriziale, non avendo osservato affatto una proliferazione sia diretta che indiretta dei leucociti; 2º che il tessuto cicatriziale neoformato si origina prevalentemente dagli elementi cellulari preesistenti della nevroglia, degli endoteli e del tessuto perivasale moltiplicatisi per cariocenesi; 3º che esiste una divisione di tutti gli elementi fissi del cervello, comprese le stesse cellule nervose, delle quali ultime però non avrebbe potuto constatare la presenza nel tessuto neoformato che occupa il punto della ferita. Ultimamente anche Friedmann (2) in seguito ad alcune ricerche istologiche, eseguite sotto un punto di vista affatto speciale, ritorna sull'argomento affermando che le infiammazioni acute del cervello determinano l'accumulo di elementi di aspetto epitelioide, i quali sarebbero la conseguenza di una proliferazione degli elementi fissi del cervello e cioè: delle cellule di nevroglia, delle cellule delle pareti vasali e delle cellule ganglionari divenute attive (activ gewordene Ganglienzellen).

Ora dunque anche lasciando per il momento in disparte la questione relativa al significato delle figure cariocinetiche nelle cellule nervose, questione del resto tutt'altro che risoluta, rimane nondimeno a fissare l'attenzione sui fatti riguardanti la proliferazione delle cellule di nevroglia e sulla importanza di essi.

Di una proliferazione della nevroglia venne accennato sino dal 1868 da Hayem (3) il quale le attribuiva la virtù, non solo di prender parte attivissima ai processi cicatriziali del cervello ed ai processi sclerotici limitanti i tumori, le cisti, i rammollimenti cerebrali ecc., ma credeva inoltre che nei casi suppurativi, la trasformazione degli elementi di questo tessuto, producesse la maggior parte se non la totalità dei corpuscoli purulenti.

Si comprende facilmente come quest'ultima parte delle conclusioni di Hayem non possa oggi essere presa nemmeno in considerazione, ma i recenti reperti di Coen e di Friedmann tenderebbero risolutamente ad ammettere non solo gli eventuali processi sclerotici limitanti, ma riferirebbero quasi esclusivamente alla proliferazione della nevroglia la origine e la natura del nuovo tessuto cicatriziale.

Per cui, se si considerano le intime connessioni embriologiche esistenti fra la nevroglia ed il sistema nervoso, rimane giustificato l'interesse che si porta nella definizione di un fatto così importante dal punto di vista della istologia e della fisio-patologia.

⁽¹⁾ Beiträge zur pathologischen Anatomie und Physiologie. Jena, 1887.

⁽²⁾ Neurologisches Centralblatt. 1889, n. 15.

⁽³⁾ Études sur les diverses formes d'encéphalite. Thése. Paris, 1868.

Ho intrapreso quindi una serie di ricerche, seguendo il metodo accennato dagli osservatori che mi hanno preceduto ed estendendole oltre che al cervello anche al cervelletto.

Gli animali da me impiegati furono esclusivamente dei conigli. Producevo la ferita cerebrale o cerebellare attraversando per circa mezzo centimetro le pareti ossee con un robusto ago di acciaio arroventato; la ferita cutanea veniva quindi ricoperta con iodoformio e collodio.

Nell'eseguire le punture del cervello non s'incontrano quasi mai difficoltà di rilievo, ma le punture del cervelletto, oltre all'essere tecnicamente meno facili, possono determinare alcune emorragie che non di rado hanno un esito letale.

Operando in tal guisa però si ha il vantaggio di produrre delle ferite assolutamente asettiche, ed in verità per parte mia non ho avuto l'occasione di verificare mai alcuna traccia di suppurazione, nemmeno in corrispondenza della ferita cutanea.

Uccisi rapidamente gli animali a varî giorni di distanza dalla data della lesione, ponevo in liquidi fissatori i pezzi feriti e ne trattavo in seguito le sezioni molto sottili con tutti quei metodi di colorazione che mi permettevano di rilevare le più delicate particolarità di struttura degli elementi e in special modo della sostanza cromatica di essi. Resultati eccellenti ho ottenuto, come Coen, con l'impiego della colorazione alla safranina-acido picrico.

Oltre a ciò mi sono servito pure della reazione osmio-bicromica ed al nitrato d'argento di Golgi, per istudiare più minutamente le eventuali alterazioni morfologiche in special modo delle cellule nervose e dei loro prolungamenti.

Cervello.

Osservazioni 24 ore dopo la ferita.

Esaminando i preparati a piccolo ingrandimento, ci si presentano già a prima vista ed in maniera spiccata tre zone caratteristiche nelle quali può suddividersi il tessuto cerebrale, a seconda del grado di alterazione subìta in conseguenza della lesione.

La parte più centrale che rappresenta il percorso dell'ago, è costituita da ammassi di elementi necrotici i quali hanno perduto completamente ogni traccia di struttura: essi sono di un colore giallognolo, disposti in modo irregolare, abbondanti verso l'esterno, più scarsi nei punti più profondi della corteccia.

Frammezzo si rileva la presenza di numerose cellule nervose o della nevroglia, le quali hanno ancora conservato se non la loro struttura, almeno il loro aspetto grossolano, però in esse sono molto evidenti le profonde alterazioni giacchè il protoplasma è molto granuloso e giallastro, il nucleo talora impiccolito, talaltra ingrossato o deformato, non si colora affatto oppure assume una tinta uniforme molto pallida o molto intensa, i contorni pure sono in generale mal definiti o affatto irregolari.

Abbondanti invasioni di leucociti mono e polinucleati insieme ad estese emorragie, infiltrano questi accumuli di elementi morti o distrutti che costituiscono per conseguenza la zona centrale della ferita o zona necrotica.

Da questa si fa gradatamente passaggio ad una seconda zona, nella quale gli effetti della lesione si sono fatti risentire in grado alquanto minore quantunque sempre grave. Gli elementi che la compongono hanno tutti, dal più al meno, subìto alterazioni molto rassomiglianti a quelle descritte or ora rispetto alle cellule che rimangono ancora riconoscibili in mezzo alle parti affatto necrotiche nel centro della ferita. La cromatina nucleare non si differenzia che difficilmente, assume secondo il solito un colorito uniforme opaco più o meno intenso e talvolta non si colora affatto, il protoplasma pure è torbido e granuloso. Ad onta di tutto questo e malgrado che abbondanti emorragie od infiltrazioni di leucociti contribuiscano ad alterare profondamente questa seconda zona degenerata, l'aspetto generale dell'insieme del tessuto è sempre conservato discretamente.

La terza zona presenta i segni più evidenti di un processo flogistico.

In mezzo ad elementi, per la maggior parte di aspetto normale, si trovano numerosi vasi capillari dilatati, ripieni di sangue, nei quali predominano sempre i leucociti in parecchi punti, talora assai vicini gli uni agli altri; questi vasellini danno origine a piccole emorragie circoscritte e ad infiltramenti più o meno estesi di leucociti. È specialmente alla periferia dei vasi alquanto più grossi che si trovano accumulati molti globuli bianchi, e in alcuni di questi vasi la diapedesi è così abbondante che anche gli stessi spazì compresi fra la media e l'avventizia ne sono letteralmente ripieni.

Al di fuori di questa zona infammatoria si trova il tessuto cerebrale affatto normale in cui gli effetti del trauma non sembrano avere esercitata azione veruna.

La figura di queste tre zone unite insieme rappresenterebbe quella di un cono la cui base corrisponda alla superficie del cervello e il cui vertice si perda nelle parti interne del viscere.

Ho detto che nella parte infiammata, non tutti gli elementi sono rimasti di aspetto normale; con questo ho voluto alludere ad una speciale alterazione che ho verificata non solo in questa zona, ma talora per buon tratto al di fuori della medesima.

Questa alterazione consiste in una specie di rigonfiamento che avrebbero subito le cellule nervose, ed in seguito a cui esse aumentano considerevolmente di volume sino a raggiungere quasi il doppio di quello normale; l'aspetto che esse presentano in tal caso si è quello di altrettante grosse vescicole riempite a metà, poichè la sostanza protoplasmatica, non potendo probabilmente seguire le stroma nella sua rapida espansione, si rarefà, si retrae e si accumula insieme al nucleo verso un punto determinato.

Identiche figure furono già osservate da Golgi (¹) negli elementi cerebrali e cerebellari di conigli rabici, e dall'esame dei preparati che lo stesso prof. Golgi mi ha gentilmente favoriti, ho potuto convincermi che queste alterazioni si corrispondono infatti assolutamente.

Onde non avere l'occasione di ripetermi, dirò sino da questo momento che io ho osservato tali forme vescicolari anche per varî giorni successivi a quello della ferita, sia nel cervello come anche nel cervelletto.

⁽¹⁾ Comunicazione fatta alla Società medico-chirurgica di Pavia: aprile 1890.

Osservazioni 2 giorni dopo la ferita.

Le note caratteristiche non differiscono, nei tratti principali, da quelle descritte precedentemente, se non che gli infiltramenti grassi, anche nelle parti contigue al punto ferito, sono in questo periodo molto abbondanti. Una quantità innumerevole di goccioline e di granuli grassi, colorati in nero dall'acido osmico, si trovano infatti anche a grande distanza, sia del tutto liberi in mezzo al tessuto, sia a riempire i linfatici ed i capillari sanguigni, sia ad occupare persino lo stesso protoplasma degli elementi cellulari. Oltre a ciò è avvenuta pure una immigrazione numerosissima di leucociti in corrispondenza del canale di puntura e attorno alle pareti dei vasi più grossi.

I nuclei delle cellule nervose e di nevroglia, in diretta prossimità col punto ferito, si trovano spesso molto granulosi ed alquanto deformati, come pure le cellule endoteliali dei vasi appariscono talora ingrossate e vescicolari. Si nota un leggero ma deciso aumento della sostanza cromatica in moltissimi nuclei di tutti gli elementi fissi del cervello.

Osservazioni 3 giorni dopo la ferita.

Nella zona necrotica è completamente scomparso qualunque antico elemento morfologico ancora caratterizzabile, non vi si rinvengono che ammassi di sostanze amorfe di un colorito brunastro, alcuni leucociti penetrati nei varî interstizî, quantità grandissime di gocce e di granuli grassi e residui nucleari delle forme le più svariate, i quali si colorano intensamente in rosso con la safranina.

Mano a mano che ci avanziamo verso la zona degenerata diminuiscono i granuli grassi e cominciano a spesseggiare i leucociti, i quali si trovano sparsi in gran numero in mezzo ad estese emorragie o accumulati attorno e lungo il decorso dei piccoli vasi provenienti dalla pia madre ed alle loro ramificazioni. Essi posseggono in generale un nucleo grosso, quasi vescicolare, ma nella zona necrotica e degenerata, ove costituiscono la quasi totalità degli elementi suscettibili di colorazione, se ne trovano molti polinucleati.

Penetrando nel territorio della zona infiammatoria, il loro numero comincia grado a grado a diminuire, sino a che mancano quasi del tutto in corrispondenza del tessuto sano.

In complesso adunque, le alterazioni istologiche determinate nel tessuto cerebrale per effetto della ferita non si estendono lateralmente molto al di là della zona direttamente lesa; però la cosa decorre in maniera differente rispetto agli strati più superficiali della corteccia, giacchè quivi il processo degenerativo e infiammatorio si estende per un buon tratto all'intorno. La pia madre partecipa attivamente al processo flogistico, i suoi vasi sono molto congesti come pure per un buon tratto anche le loro diramazioni, le quali si approfondano nelle sostanza cerebrale sana e determinano in varî punti piccolissime emorragie circoscritte.

Riguardo ai diversi elementi fissi del cervello, si rilevano a questo periodo dei cambiamenti molto importanti, sopra tutto se si considera che essi si sono verificati in uno spazio di tempo non superiore alle 24 ore.

Le cellule di nevroglia presentano per la maggior parte il nucleo ingrandito e

assai più ricco di cromatina, molte di esse si trovano nelle fasi più svariate di mitosi, sicchè in ealcuni punti, in un solo campo del microscopio è possibile osservare tre o quattro figure cariocinetiche.

In maggior quantità, le cellule di nevroglia in mitosi si trovano nelle vicinanze della lesione o attorno ai capillari provenienti dalla pia madre; però è facile constatarne la presenza anche in punti molto lontani dai tessuti in preda a processo infiammatorio.

Oltre al nucleo assai ricco di sostanza cromatica o in via di divisione indiretta, non si verifica niente altro di notevole nelle cellule della nevroglia, se non che alcune di esse presentano il protoplasma più o meno ripieno di granuli grassi, ciò che non sembra per altro esercitare notevole influenza sul processo cariocinetico delle medesime.

Anche le cellule nervose a questo periodo presentano il nucleo in movimento, ma il numero di quelle che si trovano in tali condizioni è infinitamente minore dell'altro che ci vien fornito dalle cellule di nevroglia.

Per quanto ciò mi abbia particolarmente interessato, non ho potuto mai stabilire con esattezza la esistenza di rapporti molto spiccati fra le zone normali o alterate e la maggiore o minore frequenza di cellule nervose in cariocinesi. In generale ho osservate queste ultime tanto nella zona infiammatoria come anche in mezzo al tessuto affatto normale, frammiste a tutti gli altri elementi i quali dal più al meno lasciano apparire una spiccata inclinazione alla divisione indiretta del nucleo. Anche talune cellule nervose presentano il protoplasma più o meno infiltrato di granuli grassi.

Un'altra modificazione da rilevarsi a questo periodo è quella che si riferisce ai capillari della sostanza cerebrale. In prossimità della pia essi sono alquanto dilatati e ripieni di globuli sanguigni e di goccioline grasse, ma col progredire verso le parti più interne del tessuto diminuiscono gradatamente così gli uni come le altre. Ciò che vi ha di costante però si è l'attivissima partecipazione degli endoteli vasali al processo cariocinetico, infatti nella quasi loro totalità, sia nelle grandi come nelle più piccole diramazioni capillari, essi posseggono il nucleo molto ricco di cromatina e non di rado presentano spiccatissime figure cariocinetiche.

Concludendo adunque, possiamo ritenere che alla terza giornata della lesione cerebrale, corrispondentemente all'aumento del processo infiammatorio, si inizia e si svolge, almeno in apparenza, la mitosi di tutti gli elementi fissi del cervello, sia in prossimità come pure ad una certa distanza dal punto ferito.

Osservazioni 6 giorni dopo la ferita.

Tanto nel punto ferito come nelle sue prossimità, si verificano alcuni fatti che si differenziano sensibilmente da quelli ritrovati dopo soli tre giorni e servono a caratterizzare questo periodo in maniera abbastanza evidente.

Nella zona necrotica esistono tuttavia numerosi accumuli di granuli e gocce di grasso colorati in nero, da questi granuli grassi sono anche infiltrati abbondantemente tutti gli elementi (leucociti, cellule nervose, di nevroglia e degli endoteli vasali) che si trovano sia in corrispondenza come in prossimità della sede della lesione e sono abbastanza numerose quelle cellule nervose o di nevroglia che ne sono talmente farcite,

da assumere l'aspetto di cellule pigmentate, non rimanendo libero talvolta che il solo nucleo diffusamente colorato in rosso.

Per la massima parte gli elementi eccessivamente ripieni di granuli grassi, sia per la loro forma come per l'aspetto del nucleo, hanno tutta l'apparenza di elementi degenerati, nondimeno riesce molto facile ritrovare non poche cellule nervose in attivo movimento nucleare e contenenti nel loro protoplasma numerosi granuli grassi.

Riguardo alla invasione leucocitaria, non si verifica a questo periodo nessun fatto il quale possa stare a dimostrarcene un aumento od una diminuzione sensibili. In generale, tanto nella zona necrotica come nella degenerata o nella infiammatoria, la infiltrazione dei globuli bianchi è sempre discretamente grande, però al numero predeminante di leucociti polinucleati sono subentrati leucociti di aspetto normale più o meno ricchi di sostanza cromatica: essi sono più numerosi laddove esistono maggiori alterazioni del tessuto o maggior numero di vasi sanguigni, attorno ai quali si trovano sempre accumulati in grandi quantità.

Le cellule nervose e di nevroglia mostrano sempre una tendenza molto spiccata alla cariocinesi e non è difficile porre distintamente in evidenza, sopratutto in queste ultime, gli stadî i più svariati della loro scissione nucleare; oltre a ciò quasi tutti i nuclei, sia in prossimità come pure a distanza dal punto leso, presentano dal più al meno un aumento della sostanza cromatica; tuttavia a questo periodo le figure cariocinetiche sono indubbiamente diminuite nella loro frequenza. Alquanto più numerose e costanti rimangono invece le figure cariocinetiche negli elementi degli endoteli vasali i quali, e nel punto ferito e nelle sue vicinanze, presentano molta ricchezza di cromatina e tipiche scissioni indirette del nucleo. I medesimi vasi dilatati si presentano inoltre ripieni di globuli bianchi e di globuli rossi; questi ultimi sono in alcuni punti stravasati e determinano qua e là, come nei periodi precedenti, delle piccole emorragie circoscritte, più numerose ed abbondanti ove il tessuto cerebrale fu maggiormente leso o le pareti dei vasi rimasero sfiancate o rotte.

Ancora discretamente numerosi si trovano nell'interno dei capillari e nei loro endoteli i granuli grassi, i quali cominciano a diminuire nell'interno dei tessuti alquanto distanti dalle zone necrotiche o degenerate, mantenendosi tuttavia abbondanti in corrispondenza di esse ove gli elementi colpiti da metamorfosi grassa sembrano più numerosi che negli altri periodi.

Osservazioni 12 giorni dopo la ferita.

A questo periodo sono scomparsi del tutto i segni più caratteristici del processo infiammatorio. I granuli, le gocce di grasso e gli elementi necrotici o degenerati sono alquanto diminuiti, quantunque si distinguano ancora con sufficiente chiarezza molti elementi non colorabili, di una struttura omogeneamente granulosa e che ci stanno probabilmente a rappresentare le cellule nervose o di nevroglia degenerate. La zona necrotica è in buona parte assorbita, come pure si mostra assai più limitata la zona degenerata, fra le cui lacune ed interstizî si trovano ora abbondantissimi gli elementi embrionali che costituiscono quasi un tessuto di granulazione invadente tutto il territorio della lesione.

Sono precisamente questi elementi embrionali, sostituentisi grado a grado ai

necrotici o degenerati che noi dobbiamo prendere in molta considerazione, come quelli che con tutta probabilità assumeranno una parte importante nel riparare il tessuto distrutto. Tali elementi sono rappresentati da tutti gli stadî di passaggio delle cellule mobili del connettivo sino alle forme loro più adulte, ossia si trovano insieme confusi: leucociti a dimensioni normali per lo più mononucleati, leucociti ingranditi cellule epitelioidi mono o polinucleate, alcune delle quali in cariocinesi, e cellule fusate sole o riunite in delicati fascetti; in complesso si ha tutto l'aspetto di un tessuto connettivo giovane di riparazione in via di sviluppo.

In mezzo a questi giovani elementi si trova una rete assai ricca di vasi sanguigni evidentemente neoformatisi in breve tempo, i quali distaccandosi dai vasi più grossi della pia o dai capillari più minuti della sostanza cerebrale prossimiore alla zona offesa, si dirigono verso le parti più centrali di essa intersecando in varî sensi il nuovo tessuto embrionale.

Relativamente al processo cariocinetico, noi troviamo che a questo periodo esso è talmente diminuito da riescir oltremodo difficile il rinvenire qualche figura la quale possa mettersi in rapporto con esso, e malgrado che la maggior parte dei nuclei sia delle cellule nervose come della nevroglia, presenti una spiccata tendenza ai movimenti, ed un aumento di cromatina, possiamo ritenere che in complesso la mitosi sia giunta al suo termine.

Però in luogo di figure cariocinetiche si verifica a quest'ora nei preparati la presenza di altri elementi del tutto nuovi, che si trovano per lo più in buon numero vicino alle zone ferite, ma che si possono vedere, quantunque un po' più raramente, anche in punti molto lontani da esse.

Questi elementi hanno le forme più svariate, poichè dalle figure rotondeggianti od ovalari si passa alle figure irregolarmente lobulari, fusate o quasi rettangolari. Il loro numero non è mai abbondante, anzi in alcuni preparati possono dirsi rari del tutto, mentre all'inverso si dà talora il caso che sotto un medesimo campo di microscopio se ne possano vedere due o tre.

La loro struttura non è sempre omogenea, poichè il contenuto apparisce granuloso; qua e là si osserva nel loro interno qualche accumulo di cromatina, qualche grosso granulo o serie di granuli colorati intensamente dalla safranina o qualche filamento cromatico quasi spezzettato ed irregolarmente disposto.

Ma ciò che vi ha di più caratteristico in questi elementi, sono le dimensioni che eguagliano e talvolta oltrepassano di un buon tratto quelle di alcune cellule nervose. Per il loro aspetto sembrerebbero nuclei giganteschi ricchi di sostanza cromatica, ma i loro contorni sono assai netti e si trovano circondati immediatamente, salvo rare eccezioni, dalla sostanza cerebrale normale, senza che fra essi e quest'ultima si possa verificare il benchè minimo strato di protoplasma.

Sulla natura e sul significato di questi nuovi elementi non sono ancora in grado di pronunciarmi in maniera definitiva, non potendoli porre obbiettivamente in relazione diretta con altre forme pre o coesistenti, nondimeno, e solo in via d'ipotesi, sarei propenso a ritenere che essi rappresentino forse l'ultimo resultato del processo cariocinetico delle cellule nervose, il quale processo, quantunque iniziatosi di buon'ora, con tutta probabilità non si sarebbe svolto completamente sino al suo ultimo stadio,

ossia sino alla costituzione dei due nuclei figli e quindi alla intiera scissione del protoplasma cellulare.

L'apparizione di queste forme del tutto nuove, coincidendo per l'appunto con un periodo del quale la mitosi delle cellule fisse del tessuto cerebrale si avvicina rapidamente od ha raggiunto il suo termine, renderebbe assai verosimile una ipotesi siffatta, rimanendo logico in questo caso, il ritenere solo come effimeri i movimenti nucleari, per cui i filamenti cromatici dopo essersi foggiati in tutte quelle guise che caratterizzano i primi stadî della vera mitosi (gomitoli-stelle madri-piastre equatoriali-diaster), si arresterebbero o quanto meglio subirebbero un vero processo regressivo.

Ed ammesso quindi che queste figure giganti stieno veramente a rappresentare l'ultima fase di una scissione nucleare indiretta, comunque incompleta, non mi parrebbe fuor di proposito lo ammettere che esse significhino altresì la morte della cellula.

Riguardo poi alla questione, se cioè questi supposti residui del processo cariocinetico abortito, appartengano alle cellule nervose oppure alle cellule di nevroglia, non mi sembra che possa definirsi per il momento con sicurezza. Però se mi fosse lecito procedere per via induttiva, io sarei di parere che dovessero considerarsi in relazione con le cellule nervose anzichè con quelle della nevroglia. Ed a questa conclusione mi conducono due fatti: 1° che il numero di essi è talmente scarso nei preparati, per cui sarebbe assai difficile porli a confronto con la quantità veramente abbondante delle cellule di nevroglia col nucleo in movimento, quali si osservano sino dal terzo giorno della lesione, alla quale epoca come pure nelle seguenti, il numero delle cellule nervose in cariocinesi si mantiene invece molto scarso; 2° che è assai probabile si verifichi effettivamente, come vedremo in seguito, una proliferazione delle cellule di nevroglia anche in mezzo al tessuto cerebrale normale, il che escluderebbe in certo qual modo la ipotesi che il loro nucleo debba subire un vero processo regressivo.

Osservazioni 16 giorni dopo la ferita.

Gli elementi contenenti granuli grassi sono molto diminuiti nelle parti vicine al punto leso, come pure lo sono quasi totalmente quelle enormi quantità di gocce e granuli grassi i quali per l'innanzi invadevano il canale di puntura. La graduale evoluzione del tessuto riparativo è qui maggiormente accentuata: gli elementi linfoidi, divenuti sempre più rari, sono sostituiti quasi totalmente da cellule epitelioidi, alcune delle quali hanno già assunta la forma affusata. Questi elementi che invadono ormai buona parte del canale di puntura, circondano e sembrano usurare grado a grado le poche zolle necrotiche ancora rimaste ad ingombrarlo; anche il tessuto vicino, in mezzo al quale trovansi molte cellule nervose degenerate è, in parecchi luoghi, invaso dai nuovi elementi che gli si sostituiscono a poco a poco. È terminato ormai qualunque minimo accenno a processo infiammatorio, ed i nuclei tanto delle cellule nervose come della nevroglia, non presentano più nè figure cariocinetiche nè aumento di cromatina.

La delimitazione fra la zona degenerata e quella normale è a questo periodo ancor più decisa; si trovano però assai diminuite quelle forme vescicolari ricche di cromatina descritte più sopra e che soglionsi rinvenire per la massima parte in prossimità di tale delimitazione.

I vasi preesistenti sono ancora molto congesti, quelli in special modo che provengono direttamente dalla pia, ma non si avverte più diapedesi in atto e non contengono come per l'innanzi gocce e granuli grassi; i vasi neoformati poi vanno, come il solito, sempre più disponendosi da ambo i lati rasente le zone degenerate, inviando le loro diramazioni attraverso il nuovo tessuto embrionale.

In complesso adunque, ogni fenomeno irritativo sembra cessato in tutto il territorio cerebrale offeso, e col cessare dell'irritazione sembrano altresì giunti al loro termine tutti quei fatti relativi agli elementi fissi del cervello e che potevansi ritenere come da esso dipendenti.

Osservazioni 20 giorni dopo la ferita.

In mezzo al canale percorso dall'ago, rimangono tuttora delle masse necrotiche, però esse sono circondate intieramente da elementi embrionali e da vasi, i quali le usurano a poco a poco, invadendo gli spazî che rimangono vuoti dopo la loro scomparsa.

Come ho accennato più innanzi, i vasi provengono per la massima parte dalla pia e in minor numero dal tessuto circostante; ma appena giunti nell'ambito della ferita, danno origine ad abbondanti ramificazioni le quali anastomizzandosi fra di loro, racchiudono quasi il nuovo tessuto in una fittissima rete vascolare. Le cellule epitelioidi mono e polinucleate occupano tutto l'ambito della ferita lasciato libero dalle masse necrotiche residuali e dai vasi; alcune di esse hanno il protoplasma ancora assai ricco di granuli grassi colorati in nero dall'acido osmico, moltissime poi presentano una tinta brunastra dovuta evidentemente al medesimo reattivo; qua e là, sopratutto vicino ai vasi attorno ai quali è sempre maggiore l'accumulo, e la proliferazione degli elementi embrionali, si trovano inoltre scarse cellule fusate.

Anche dilacerando finamente allo stato fresco il contenuto del canale di puntura ed il tessuto cerebrale offeso, si possono osservare nelle migliori condizioni i descritti elementi embrionali. Infatti nei preparati in cloruro sodico, si rinvengono in mezzo a miriadi di granuli grassi e di goccioline di mielina, i corpuscoli giovani del connettivo in tutte le fasi del loro accrescimento normale. Quasi tutti dal più al meno contengono granuli grassi animati da vivacissimo movimento browniano, i più grandi ne sono talora siffattamente ripieni, che non ne apparisce libero che il solo nucleo; alcuni di essi contengono pure delle gocce di mielina, la quale si rende facilmeate distinguibile per la spiccata rifrangenza del suo doppio contorno.

Fra questo tessuto embrionale, costituito da elementi giovani e da vasi, e la sostanza normale del cervello, esiste tuttora uno strato più o meno spesso di sostanza compatta degenerata, situata a guisa di un'ultimo riparo di fronte al connettivo invadente.

Però anch'essa si trova abbondantemente infiltrata per ogni parte da elementi mobili del connettivo, e presenta in parecchi punti usure estesissime, le quali lasciano supporre che in un tempo non molto lontano, si effettuerà a poco a poco il suo intiero riassorbimento.

Subito dopo questa ultima zona comincia il tessuto cerebrale sano, nel quale non sono più rilevabili modificazioni importanti.

Tutte le cellule nervose, della nevroglia e degli endoteli vasali, presentano infatti il loro nucleo allo stato di riposo. Sono pure quasi completamente scomparse quelle grandi forme vascolari di cui ho fatto parola più innanzi.

Osservazioni 30 giorni dopo la ferita.

Il processo riparativo ha progredito ancora notevolmente. Della zona degenerata non rimangono ormai che alcune piccole zolle situate ai lati del canale di puntura e circondate da abbondanti cellule epitelioidi, da vasi e da fibre connettive che riempiono il primo quasi completamente. I granuli grassi si trovano in minor quantità e ciò senza dubbio in causa dei pochi residui di tessuto degenerato; anzi in molti punti si vede che il tessuto connettivo neoformato confina da ambe le parti quasi ad immediato contatto col tessuto cerebrale normale.

Per ciò che riguarda l'aspetto e la natura di questo nuovo tessuto, il quale va gradatamente sostituendo le parti distrutte ed assorbite, non potrei aggiungere nulla di più a quanto ho descritto nei periodi precedenti.

Solamente, e ciò è ben naturale, gli elementi più adulti e fibrosi appariscono a quest'epoca assai più abbondanti; in quanto al resto si tratta, come di solito, di un semplice tessuto connettivo di cui possono seguirsi gradatamente tutte le fasi di sviluppo non solo con l'esame dei preparati ottenuti nei varî periodi susseguenti alla data della lesione, ma altresì con la osservazione di un solo preparato nel quale è sempre possibile seguire la trasformazione dei suoi elementi; da quelli rappresentati dai leucociti immigrati e accumulatisi sino dai primi giorni della ferita, dalle cellule epitelioidi (fibroblasti) fogocitarie originatesi in appresso per evidente e graduale evoluzione dei medesimi, sino agli elementi fusati rappresentanti una delle ultime fasi di sviluppo del nuovo tessuto.

In breve, l'impressione che si riceve dalla serie di queste osservazioni, induce a credere che tutti gli elementi i quali prendono parte alla costituzione di questo nuovo tessuto di riparazione, abbiano nè più nè meno che un'origine connettiva, tale e quale come in tutti i tessuti cicatriziali.

Le osservazioni più accurate non mi permettono di ritenere che alle cellule fisse del cervello spetti alcuna parte attiva nella formazione della cicatrice.

Osservazioni 50 giorni dopo la ferita.

Il canale di puntura è quasi completamente riempito dal nuovo tessuto di riparazione. Non si verifica più, come nei periodi precedenti, la presenza di numerosi residui del tessuto necrotico o degenerato; essi sono stati in massima parte assorbiti e sostituiti da nuovi elementi, i quali confinano ai lati della ferita pressochè direttamente col tessuto cerebrale normale. Questi elementi, ad eccezione di quelli che si trovano ad immediato contatto col tessuto cerebrale ove predominano in modo assoluto le forme più adulte e fusate, si presentano di un aspetto quasi identico; mancano di fatti le forme giovanissime ossia i corpuscoli linfoidi più o meno ingranditi, e predominano in loro vece cellule epitelioidi mono o polinucleate, alcune delle quali assai voluminose, in cariocinesi e contenenti granuli grassi.

In mezzo alle cellule epitelioidi si vedono qua e là varie fibrille connettive con

grosso nucleo allungato, talora isolate, talaltra riunite in delicati fascetti. Come nei periodi precedenti, piccoli vasi capillari originantisi dal tessuto cerebrale o dalla pia, intersecano in vario senso il nuovo tessuto, provvedendo abbondantemente alla sua nutrizione.

Il tessuto cerebrale limitrofo è affatto normale e non conserva alcuna traccia dell'omai antico processo infiammatorio; però osservando attentamente, si trova che negli strati più vicini al punto leso esiste un leggero aumento degli elementi fissi del cervello, specialmente attorno alle guaine dei vasi, in alcuni punti delle quali sono in quantità.

Tanto per il loro aspetto come per la loro disposizione, lascierebbero supporre trattarsi con tutta probabilità di cellule della nevroglia neoformate. Questi accumuli, benchè sieno verificabili anche a prima vista per il semplice loro confronto con gli strati più lontani dal punto ferito, tuttavia non sono in generale molto numerosi, e se i loro aggruppamenti attorno alle guaine dei vasi non risultassero in maniera evidente, forse la presenza di essi potrebbe passare anche inosservata del tutto.

Osservazioni 80 giorni dopo la ferita.

Il processo cicatriziale è così progredito che se ne possono ormai definire con facilità e sicurezza i rispettivi caratteri.

Per uno studio d'insieme più opportuno è forse preferibile, in questo periodo, il praticare anche delle sezioni trasversali all'asse del canale di puntura, giacchè in tal caso è facile determinare esattamente i rapporti reciproci fra tessuto cerebrale e tessuto cicatriziale e rilevarne i particolari più interessanti. Come è apparso dalle osservazioni fatte anche nei periodi precedenti, i processi riparativi nelle ferite del tessuto nervoso procedono con una straordinaria lentezza; ciò è forse imputabile all'estrema delicatezza del tessuto medesimo, forse a peculiari condizioni di circolo e di nutrizione e forse a tutti questi coefficienti uniti insieme. In conseguenza di ciò, anche dopo ottanta giorni, siamo ancora ben lungi dal ritrovare nel luogo della ferita una completa riparazione e quindi un tessuto definitivamente organizzato e sostituente la soluzione di continuo. Infatti le cellule sovraccariche di granuli adiposi sono tutt'altro che scarse ed occupano per lo più le parti centrali del canale, insieme ad una grande quantità di altri elementi connettivi giovani di foggie svariate, tali e quali possono trovarsi in epoche molto anteriori.

Attorno a questo punto centrale, che rappresenta quasi l'ultimo avanzo del primitivo processo di proliferazione embrionale, cominciano a divenire più frequenti gli elementi connettivi ad uno stadio più avanzato di sviluppo, sinchè si raggiunge una larga fascia di vero connettivo quasi adulto, il quale va a terminare delicatamente e in modo graduale in prossimità del tessuto nervoso.

Siamo quindi in presenza di una vera e propria cicatrice, non ancora completa ma ad un periodo molto inoltrato della sua evoluzione; il che ci autorizza a ritenere che in un tempo più o meno prossimo essa avrebbe sicuramente raggiunta la sua struttura fibrosa tipica.

Il tessuto cerebrale che si trova ad immediato contatto con questa cicatrice, si presenta da principio assai rarefatto e foggiato a guisa di un delicato e sottile reticolo, in mezzo al quale non si trovano che cellule di nevroglia dai cui prolungamenti esso si origina.

Questo tessuto costituisce quasi un anello chiaro i cui elementi non superano però di gran lunga quelli che appariscono anche nel tessuto cerebrale normale, ma in esso mancano assolutamente le cellule nervose, che non cominciano ad apparire se non alquanto più in basso, lungo una linea dovunque equidistante dal limitare della cicatrice.

Per quanto è possibile rilevare con l'esame dei varî preparati, sembra del tutto probabile che questa zona di nevroglia debba ritenersi come neoformata, e l'aspetto stesso dei suoi elementi, i quali conservano tuttavia la loro caratteristica forma raggiata, confermerebbe tale ipotesi. In conseguenza di ciò e come resultato dei rapporti originatisi fra tessuto nervoso preesistente e tessuto di nevroglia e cicatriziale neoformati, potremmo con una certa analogia stabilire dei confronti con quell'aspetto che ci si presenta osservando la superficie di sezione di una vera circonvoluzione cerebrale. Infatti il tessuto nervoso distrutto rappresenterebbe per così dire una scissura, il nuovo tessuto di nevroglia sarebbe lo strato più esterno della corteccia, cui la cicatrice farebbe quasi l'ufficio di una nuova meninge.

Reperti ottenuti col metodo della reazione osmio-bicromica e al nitrato di argento nel cervello.

Per rendere il più possibilmente complete le mie ricerche relative agli effetti delle ferite sugli elementi fissi dei centri nervosi, ho voluto impiegare anche il metodo della reazione nera di Golgi, guidato dal concetto che esso mi avrebbe rivelate con molta precisione le più minute alterazioni morfologiche dei medesimi.

La colorazione alla safranina sopratutto, mi avea posto in grado di sorprendere e descrivere le modificazioni riguardanti specialmente il nucleo; la reazione nera mi ha concesso di ripetere le medesime osservazioni sulle più fini particolarità circa l'aspetto delle cellule e dei loro prolungamenti.

I fatti più importanti verificati procedendo nelle mie osservazioni col metodo suddetto, riguardano specialmente le cellule nervose nelle quali sino dalle prime ore dopo la ferita è possibile constatare alterazioni molto evidenti.

Nei primi giorni successivi alla ferita ordinariamente la reazione nera o non si manifesta affatto in prossimità della medesima, oppure si manifesta in modo assai incompleto, tanto che il tessuto direttamente colpito e ripieno di detriti e di precipitati, rimane circondato da una larga zona trasparente in mezzo alla quale si osservano residui cellulari o cellule così deformate da rappresentare figure addirittura bizzarre. Per il loro aspetto e per la loro disposizione non vi ha dubbio che si tratti di cellule nervose. Esse sono quasi sempre irregolarissime, paragonabili quasi a masse protoplasmatiche in preda a vivacissimi e svariati movimenti ameboidi. I prolungamenti protoplasmatici e nervosi sono brevi, scarsi o mancanti, talora rigonfiati, talaltra strozzati e in alcuni punti sembrano quasi schiacciati. Il corpo cellulare è ingrandito contorto e fornito d'innumerevoli anfrattuosità; nel loro insieme l'aspetto di queste cellule è straordinariamente grossolano e del tutto differente dai tipi più conosciuti.

Il loro numero non è mai molto abbondante, forse perchè parecchie di esse non rimangono, in tali condizioni, penetrate e colorate dai reattivi; nondimeno io sono

convinto che tutte le cellule nervose situate ad immediata vicinanza del tessuto ferito, vadano soggette a un destino affatto identico.

Subito dopo questo primo strato di cellule deformate, o talvolta anche frammiste alle medesime, si cominciano ad osservare altre specie di cellule, che si distinguono per la loro forma perfettamente rotondeggiante od ovalare.

A prima vista hanno tutto l'aspetto di grosse gocce di grasso le quali fossero state colorate in nero, ma ciascuna di esse è fornita dei prolungamenti protoplasmatici e nervoso, i quali del resto sono quasi sempre scarsi, brevi e grossolani e si distaccarono dal corpo cellulare assai irregolarmente assumendo poi nel loro decorso le figure più differenti.

Questo tipo di elementi è il più frequente a trovarsi in prossimità ed anche ad una certa distanza dal tessuto cerebrale direttamente colpito. Dall'esame di essi si capisce come il corpo cellulare abbia subito per effetto della ferita un vero e proprio rigonfiamento, che ci viene rivelato da queste forme simili in tutto a grosse vescicole.

Una tale ipotesi è avvalorata dal resultato delle osservazioni eseguite impiegando come reattivo la safranina, in seguito alle quali appariva evidente nelle cellule nervose quella configurazione insolita vescicolare e quasi gigantesca, che a suo tempo descriverò anche nelle cellule di Purckinje del cervelletto.

Ad immediato contatto o frammiste a queste ultime si trovano altre cellule nervose le quali, malgrado profondissime alterazioni, si avvicinano al tipo normale molto più delle precedenti. In queste, infatti, il corpo cellulare conserva sempre il suo aspetto caratteristico a piramide, quantunque i contorni di esso sieno irregolari, contorti, rigonfiati e presentino talvolta profonde insenature; il prolungamento nervoso non sembra alterato, ma difficilmente può seguirsi per un buon tratto del suo decorso essendo quasi sempre spezzato in prossimità della sua origine.

I prolungamenti protoplasmatici sono invece straordinariamente alterati; assai di rado la loro forma rimane cilindrica e regolare, ma cominciando dal punto istesso in cui si distaccano dalla cellula nervosa, presentano delle serie di rigonfiamenti disposti lungo tutto il decorso di essi.

Questi rigonfiamenti sono così accentuati, che le diramazioni protoplasmatiche assumono l'aspetto di altrettanti rosari; però non sono disposti lungo il loro asse secondo punti equidistanti o regolari, e quindi possono seguirsi a varia distanza le une dalle altre le diverse forme cilindriche, sferiche, sacciformi, fusate ecc. riunite in serie per le loro estremità da un sottile filamento il quale rappresenterebbe il prolungamento protoplasmatico allo stato normale.

Le diramazioni secondarie più sottili si distaccano quasi sempre da uno di questi rigonfiamenti ed anch'esse presentano lungo tutto il loro decorso le medesime alterazioni.

Relativamente alle cellule di nevroglia io non ho potuto verificare alterazioni tali da potere essere ritenute come caratteristiche; ordinariamente non si osservano che dei leggeri rigonfiamenti o deformazioni tanto del protoplasma come dei prolungamenti.

Dopo alcuni giorni (6-12) appariscono sempre in grandi quantità tutte quelle forme irregolarissime che si trovano nel decorso del canale di puntura o ad imme-

diato contatto di esso; però la reazione al nitrato d'argento non si rivela più con un bel colorito nero intenso, ma bruno-giallastro. Inoltre posseggono per lo più nel loro interno uno spazio chiaro rotondo od ovalare, che sta ad indicare il posto già occupato dal nucleo.

Le forme vescicolari esistono ancora in una certa quantità, ma quelle più distanti con prolungamenti a rosario sono quasi totalmente scomparse, ed in loro vece si trovano cellule nervose apparentemente non molto alterate, oppure rare forme rimpiccolite in tutti i loro diametri e quasi atrofizzate.

In prosieguo di tempo divengono sempre più rare le cellule nervose notevolmente alterate, sinchè dopo 30-40 giorni tutto è ritornato allo stato normale, ad eccezione delle parti vicine al punto leso ove la reazione argentea non manifesta la presenza di alcun elemento cellulare, rimanendo invece una larga zona chiara ove non si trovano che rari precipitati o accumuli di detriti.

Cervelletto.

I primi effetti delle ferite del cervelletto non differiscono sostanzialmente da quelli che si verificano nel cervello. Il tratto percorso dall'istrumento feritore è ripieno al solito di masse necrotiche e di leucociti, i quali hanno perduto il loro aspetto caratteristico e ricevono dalla safranina una colorazione intensa più o meno diffusa. Fra mezzo ad essi è facile però constatare la presenza e distinguere grossolanamente le cellule di nevroglia e del Puckinje, i granuli, i globuli rossi e le cellule degli endoteli vasali. Delle prime si osservano per lo più i nuclei uniformemente colorati in un bel rosso con protoplasma più o meno deformato, le seconde appaiono come altrettante vescicole irregolari intensamente granulose con nucleo talora eccentrico e diffusamente colorato; i granuli pure si trovano alterati, però mantengono meglio degli altri elementi il loro aspetto primitivo assumendo la solita colorazione intensa e diffusa percui divengono torbidi e poco trasparenti; i leucociti sono in gran parte polinucleati, le cellule endoteliali hanno subìto le identiche alterazioni comuni agli altri elementi. A questo periodo, ossia 3-4 giorni dopo la lesione, l'acido osmico rivela la presenza di gocce e granuli grassi poco abbondanti.

Procedendo sempre verso le parti più lontane dal tessuto ferito si ha luogo di verificare una serie graduale di alterazioni assai caratteristiche. Da principio la sostanza intercellulare è torbida e degenerata, le cellule della nevroglia si fanno alquanto più distinte, ma il loro nucleo è deformato; le cellule nervose dapprima si trovano raggrinzate, il loro protoplasma è granuloso e talmente torbido che non è possibile constatare la presenza del nucleo; a poco a poco si presentano meno confuse con nucleo più distinto e ricco di cromatina, peraltro alle forme raggrinzate subentrano delle grandi forme vescicolari, costituite da un anello chiaro nel cui mezzo si trova il nucleo ordinariamente di maggiori dimensioni del normale, circondato da scarsa sostanza protoplasmatica aderente solo in parte allo stroma cellulare; lo spazio lasciato vuoto corrisponde per lo più alla grande curvatura delle cellule di Purckinje ed ha per conseguenza l'aspetto di una semiluna.

È solamente a grande distanza dalla zona investita dall'ago che si trovano elementi affatto normali. A questo periodo il processo cariocinetico, come succede anche nel cervello, si è già manifestato in tutti gli elementi. Sono le cellule della nevroglia che ne forniscono il maggior contributo e in alcuni punti, sopratutto in prossimità dei vasi, il loro numero è così grande che in un circuito relativamente ristretto possono osservarsi gli stadî più completi della loro mitosi.

Anche le cellule di Purckinje presentano il nucleo in movimento, però le loro figure non hanno quell'aspetto tipico che distingue il medesimo processo nelle cellule di nevroglia.

All'infuori di qualche figura che ricorda molto da vicino la stella madre, il gomitolo spezzato, la piastra equatoriale ecc., i filamenti cromatici del nucleo assumono quasi sempre forme e posizioni molto incerte e disordinate, segno evidente che la cariocinesi si inizia, ma si svolge, se pure si svolge, in maniera del tutto irregolare ed incompleta.

Anche qui io non ho potuto fissare alcun rapporto fra le cellule nervose col nucleo in movimento e la maggiore o minore distanza di esse dal punto ferito; per lo più si trovano un po' al di là delle zone degenerate, ma non è raro il ritrovarle anche in corrispondenza del tessuto colpito framezzo agli elementi necrotici. Che poi questa maniera d'iniziarsi del processo cariocinetico debba ritenersi affatto atipica, è confermato pure dalla osservazione che il protoplasma delle cellule in mitosi non si presenta sempre della consueta natura, ma talora è torbido, talaltra è trasparente, rarefatto o mancante del tutto; anche la forma delle cellule stesse si presenta straordinariamente irregolare.

Riguardo alla partecipazione dei granuli del cervelletto alla cariocinesi comune a tutti gli altri elementi, io non potrei pronunciarmi in maniera definitiva, non avendo potuto verificare in essi nulla di veramente caratteristico, all'infuori di un po' di aumento della sostanza cromatica.

Le cellule degli endoteli vasali invece, nello stesso modo che abbiamo visto verificarsi per le cellule della nevroglia, presentano le forme più spiccate del processo cariocinetico in tutti i suoi stadî, quantunque il loro numero relativamente assai scarso sia ben lungi dal raggiungere quello molto abbondante delle cellule di nevroglia.

Per ciò che si riferisce alle alterazioni vasali od alle note caratteristiche della infiammazione, potrebbero ripetersi qui le identiche osservazioni già descritte per le ferite del cervello.

Anche dopo 6-12 giorni le modificazioni generali rilevabili sono presso a poco identiche a quelle descritte al periodo corrispondente per il cervello.

Le gocce e i granuli grassi riempiono quasi completamente tutte le parti del tessuto che venne compromesso nella ferita; in mezzo ad essi si trovano in grande abbondanza le solite cellule epitelioidi delle più svariate dimensioni, sparse talvolta irregolarmente, talaltra stipate o disposte a veri e proprî strati.

Queste cellule, alcune delle quali in cariocinesi, sono mono o polinucleate e non poche di esse contengono numerosi granuli grassi colorati in nero per l'azione dell'acido osmico; la loro presenza cessa del tutto allorchè dalla zona necrotica si passa gradatamente a quella degenerata. In quest'ultima invece si fanno più numerosi i

granuli e le gocce di grasso che invadono per lungo tratto anche gli stessi strati delle fibre apparentemente non alterate dalla lesione distante; lo strato dei granuli invece ne è quasi del tutto esente, anzi sembrerebbe che in esso non si sieno fatti risentire in alcuna guisa gli effetti della violenta irritazione e in alcuni punti, specialmente se si osserva a piccolo ingrandimento, produce l'effetto come di una barriera la quale si sia opposta alla diffusione del processo infiammatorio.

Ed in vero sono precisamente gli strati dei granuli, quelli nei quali io non ho avuta mai la possibilità di far risaltare alcuna alterazione apprezzabile.

Per ciò che riguarda l'aspetto delle cellule nervose e della nevroglia, non troviamo a questi periodi nessun'altra differenza rispetto a quelli precedenti se non in ciò che i movimenti nucleari nelle prime sono cessati quasi del tutto e nelle seconde sono notevolmente diminuiti.

Al contrario sono assai più frequenti fra le cellule nervose quelle forme giganti e atrofiche a nucleo vescicolare o molto rimpiccolito, ricco di granuli o di filamenti cromatici irregolarmente disposti, del tutto uguali a quelle descritte sin da principio. Ancora in queste l'aspetto dei pochi nuclei che sembrano trovarsi tuttavia in movimento non ha, secondo me, molta somiglianza con quello che si trova in un processo cariocinetico vero e proprio, potendosi rinvenire persino di quelle cellule, evidentemente degenerate, nelle quali i filamenti cromatici sono situati in guisa tale da simulare dei movimenti attivi.

Dal canto mio vado quindi convincendomi sempre più che tali movimenti disordinati e che figure così atipiche sieno da considerarsi come altrettante prove dell'arresto di quei movimenti progressivi che si sarebbero iniziati sino dai primi effetti del processo flogistico.

Anche nelle cellule degli endoteli vasali la mitosi è quasi del tutto cessata, all'infuori di alcuni punti situati in prossimità della zona infiammatoria nei quali si possono sempre ritrovare dei vasi a elementi endoteliali ricchissimi di cromatina o col nucleo in movimento.

Proseguendo ancora ad esaminare i preparati di cervelletto ferito da 30-40 giorni, ci si convince sempre più che gli effetti successivi alla lesione procedono di pari passo con quelli che si verificano ai corrispondenti periodi nel cervello, per cui credo di poter fare a meno di descriverli minutamente onde evitare inutili ripetizioni.

Reperti ottenuti col metodo della reazione osmio-bicromica e al nitrato d'argento nel cervelletto.

La reazione nera riesce sempre un po' meno felicemente nel cervelletto che nel cervello, poichè le ferite del primo essendo alquanto più irregolari, permettono l'accumulo dei precipitati e quindi rendono le preparazioni di rado perfette. Malgrado queste difficoltà di tecnica, è sempre possibile però verificare le alterazioni più importanti, le quali mettonsi in evidenza per mezzo di questo metodo prezioso.

E senza dilungarmi molto, dirò subito che tali alterazioni si riferiscono quasi esclusivamente alle cellule di Purckinje, le quali in seguito alla ferita subiscono presso a poco le medesime alterazioni morfologiche che ho descritte per le cellule nervose del cervello.

Anche in questo caso infatti si trovano sino dalle prime ore della lesione, corpi cellulari deformati, rigonfiati, frastagliati, con prolungamenti protoplasmatici a rosario ecc. il cui aspetto ricorda affatto quello delle cellule nervose or ora descritte.

Anche nel cervelletto, come nel cervello, la migliore o minore riuscita della reazione dipende direttamente dalla maggiore o minor distanza dal punto leso, ove gli ammassi di elementi necrotici circondati all'intorno da una larga zona di tessuto insensibile alla reazione, non presentano niente di caratteristico.

In tutto il resto e segnatamente per ciò che riguarda le modificazioni che sulle maggiori o minori alterazioni morfologiche esercita l'epoca della lesione, non potrei che ripetere ciò che mi è occorso di verificare nel cervello e quindi credo superfluo prolungarmi oltre.

CONCLUSIONI.

Dal complesso delle mie osservazioni emergono alcuni resultati i quali in parte si accordano con quelli di altri autori che mi hanno preceduto in queste ricerche, in parte arrecherebbero delle modificazioni al significato di taluni di essi e in parte aggiungerebbero cognizioni nuove allo studio di un così interessante argomento.

La maniera di agire e gli effetti delle ferite asettiche nel cervello e nel cervelletto sono anzitutto caratterizzati con evidente chiarezza dalla origine delle tre tipiche zone minutamente descritte, cioè della zona necrotica, degenerata e infiammatoria.

È dal graduale e esuccessivo studio di esse che debbono scaturire i principali criteri secondo i quali dobbiamo giudicare la evoluzione dell'intiero processo riparativo che si inizia con le più svariate manifestazioni subito dopo il grave traumatismo.

Lasciando per un momento in disparte il destino di quelle parti di tessuto nervoso che subiscono sin da principio la degenerazione o la necrosi, consideriamo subito il fatto che, dopo il primo, è necessario ritenere come il più importante, ossia il processo flogistico.

Abbiamo veduto quali sieno gli effetti immediati che si originano in conseguenza dell'infiammazione: disturbi circolatorî, invasione leucocitaria e manifestazioni attive in gran parte degli elementi fissi del cervello.

Sopratutto la presenza di queste ultime ha richiamato dopo Mondino l'attenzione di tutti gli osservatori successivi, giacchè la importanza di esse, dal punto di vista della fisiologia e della patologia, non può esser disgiunta da quella della istologia.

Quale è infatti il significato morfologico della cariocinesi negli elementi fissi del tessuto nervoso?

Per ciò che riguarda gli elementi della nevroglia di cui, per quanto limitatamente, abbiamo potuto constatare tuttavia una proliferazione, il fine è evidente, come pure può considerarsi tale anche quello delle cellule endoteliali dei vasi; ma nelle cellule nervose del cervello come pure del cervelletto, delle quali non è stato possibile rinvenire una moltiplicazione qualsiasi, è egli ragionevole ritenere i movimenti nucleari siccome indizio di una eventuale scissione di esse?

Dalla minuta descrizione che io ho fatta del processo cariocinetico nei suoi più svariati periodi, sarebbe sorto un concetto molto dubbio.

La disposizione più o meno atipica dei filamenti cromatici verificata sopratutto nelle cellule di Purckinje, la cui natura nervosa può sfuggire meno facilmente che nelle cellule del cervello, il fatto di non aver potuto dimostrare nelle cellule nervose nessuna figura per quanto irregolare, la quale potesse mettersi in relazione con una vera divisione cellulare, la precoce scomparsa anche di queste figure nel periodo in cui il processo riparativo è ancora al suo principio ed infine la coincidente apparizione delle descritte forme nucleari gigantesche ricche di cromatina, avvalorano grandemente il reperto istologico del nuovo tessuto cicatriziale, di cui non è stato possibile verificare la presenza di alcun elemento nervoso.

Per conseguenza potremo ritenere che i movimenti nucleari delle cellule nervose, sia nel cervello che nel cervelletto, quantunque si manifestino, in seguito a stimoli intensi, nei periodi comuni a manifestazioni identiche di altri elementi, non significherebbero veramente una divisione cellulare, ma rappresenterebbero una reazione che negli elementi della nevroglia e degli endoteli vasali avrebbe termine ordinariamente con la scissione, mentre negli elementi nervosi, in queste condizioni, finirebbe forse con la morte.

In quanto poi agli altri punti principali riguardanti il modo di formazione del nuovo tessuto riparativo, dirò solo che le mie conclusioni si allontanerebbero alquanto da quelle di Coen e di Friedmann, inquantochè io non ho potuto verificare una vera partecipazione della nevroglia alla riparazione della soluzione di continuo ed alla formazione del vero tessuto cicatriziale. Quest'ultimo si originerebbe, secondo me, per la esclusiva proliferazione di elementi d'origine connettiva, come le cellule vasali e i leucociti, nei quali ultimi ho potuto talora sorprendere come Bizzozero e Canalis (¹) e Mondino (²) alcune forme cariocinetiche.

Quindi il còmpito principale della nevroglia sarebbe quello di originare nuovi elementi, i quali formerebbero quasi uno strato di rivestimento fra il vero tessuto cicatriziale e il tessuto nervoso, e stabilirebbero quei rapporti reciproci che ho paragonati per molte analogie a quelli esistenti nelle stesse circonvoluzioni dell'encefalo.

Pavia. Laboratorio di Patologia Generale ed Istologia. Aprile 1890.

⁽¹⁾ Sulla scissione degli elementi nei focolai flogistici (Giornale della R. Accad. di medicina di Torino, 1885, p. 182.

⁽²⁾ Nuove osservazioni intorno all'infiammazione traumatica sperimentale del tessuto cerebrale (idem).

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

- A. Cellule nervose del cervello. (Zeiss. Obb. Imm. Om. 1/18. Oc. Ort. 4).
 - Fig. 1. Cellula col nucleo in riposo. Fig. 2. Cellula col nucleo in movimento (gomitolo compatto).
 Fig. 3-4. Idem. (gomitoli rilassati e segmentati).
 Fig. 5-8. Idem. (stelle madri).
 Fig. 9. Idem. (forma a corona).
 Fig. 10. Idem. (piastra equatoriale abnorme).
 Fig. 11-12. Idem. (diaster).
- B. Cellule nervose del cervelletto. (Zeiss. Obb. Imm. Om. 1/18. Oc. Ort. 4).
 - Fig. 13. Cellula col nucleo in riposo. Fig. 14. Cellula col nucleo in movimento (gomitolo spezzato). Fig. 15-20. Idem. (stelle madri abnormi). Fig. 21-22. Idem. (piastre equatoriali abnormi). Fig. 23-24. Idem. (diaster abnormi). Colorazione c. s.
- C. Cellule della nevroglia. (Zeiss. Obb. Imm. Om. 1/18. Oc. Ort. 4).
 - Fig. 25. Cellula col nucleo in riposo. Fig. 26. Cellula col nucleo in movimento (gomitolo compatto). Fig. 27-28. Idem. (gomitoli rilassati e segmentati). Fig. 29-30. Idem. (piastre equatoriali). Fig. 34. Idem. (diaster avanzato). Fig. 35. Idem. (stelle figlie). Fig. 36. Idem. (gomitoli figli). Colorazione c. s.
- Fig. 37-43. Varie forme nucleari giganti ricche di cromatina. (Zeiss. Obb. Imm. Om. ¹/₁₈. Oc. Ort. 4). Colorazione c. s.
- Fig. 44-45. Vasi sanguigni del cervello con cellule endoteliali in cariocinesi. (Zeiss. Obb. Imm. Om. 1/18. Oc. 3). Colorazione c. s.
- Fig. 46-47. Alterazioni vescicolari delle cellule nervose. (Zeiss. Obb. Imm. Om. 1/18. Oc. Ort. 4).
- Fig. 48-49. Cellule nervose ad immediato contatto col canale di puntura. (Zeiss. Obb. D. Oc. 3). Reazione nera di Golgi.
- Fig. 50-51. Cellule nervose vicine alle precedenti con alterazione vescicolare. (Zeiss. Obb. D. Oc. 3). Reazione c. s.
- Fig. 52-53. Cellule nervose più distanti dal punto leso con prolungamenti protoplasmatici a rosario. (Zeiss. Obb. D. Oc. 3). Reazione c. s.
- Fig. 54. Forme atrofiche (6-12 giorni dopo la ferita). (Zeiss. Obb. D. Oc. 3). Reazione c. s.
- Fig. 55. Cervello 6 giorni dopo la ferita (sezione secondo l'asse della ferita).
 - a tessuto cerebrale normale.
 - b cellula col nucleo in riposo e protoplasma contenente granuli grassi.
 - c cellula col nucleo ricco di sostanza cromatica.
 - d vasi ripieni di granuli grassi.
 - e leucociti immigrati.
 - f ammassi necrotici o degenerati.
 - g gocce e granuli grassi colorati in nero dall'acido osmico.

 (Koristka, Obb. 9. Oc. 3). Colorazione alla safranina-acido picrico.
- Fig. 56. Cervello 30 giorni dopo la ferita (sezione idem).
 - a tessuto cerebrale normale.
 - b vaso sanguigno con endoteli ricchi di cromatina.
 - c limite fra il tessuto cerebrale sano e il nuovo tessuto embrionale.
 - d cellule connettive giovani di forma fusata.
 - e cellule epitelioidi alcune delle quali (f, f') in cariocinesi, ed altre (g, g') con protoplasma contenente granuli grassi.
 - (Koristka, Obb. 9. Oc. 3). Colorazione idem.
- Fig. 57. Cervello 80 giorni dopo la ferita (sezione trasversale all'asse della ferita).
 - a tessuto cerebrale normale.
 - b vasi sanguigni.
 - c reticolo di nevroglia neoformatasi fra il tessuto cerebrale normale e il tessuto cicatriziale.
 - d tessuto connettivo cicatriziale, in parte già adulto, in mezzo a cui trovavansi tuttavia molti elementi giovani, buona parte dei quali ricchi di granuli grassi. (Koristka, Obb. 5. Oc. 3). Colorazione idem.

Sulla deformazione di un involucro sferico isotropo per date forze agenti sulle due superficie limiti.

Memoria del Socio V. CERRUTI

presentata nella seduta del 4 gennaio 1891.

In un lavoro precedente (1) ho calcolato co' metodi dichiarati nella mia Memoria: Ricerche intorno all'equilibrio de'corpi elastici isotropi (2), la deformazione di un involucro sferico, chiuso tra due superficie sferiche concentriche $(s_1$ di raggio a_1, s_2 di raggio $a_2, a_1 < a_2$), per dati spostamenti de' punti delle due superficie limiti, spianando così la strada alla trattazione, che ora mi propongo di fare, del caso più complicato, nel quale per i punti delle superficie limiti in luogo degli spostamenti sieno assegnate le forze. Per comodità di esposizione suppongo dapprincipio i singoli elementi di massa non sollecitati da forze esterne e che le forze agenti sulle due superficie limiti si facciano separatamente equilibrio: ma poi colla risoluzione di alcuni problemi particolari mostro come si possano abbracciare tutti i casi possibili. Questo lavoro presuppone la conoscenza di quello a cui fa seguito non solo per le notazioni, ma anche per la deduzione della massima parte de' risultati, deduzione che ho qui limitata a' punti essenziali, reputando senza utilità ripetere cose già spiegate minutamente altrove.

1. Avanti di entrare in materia giova premettere due osservazioni che saranno utili in appresso. La prima riguarda una funzione J finita, continua e ad un sol valore, la quale nell'interno dell'involucro soddisfa alla $\Delta^2 = 0$ e per $r = a_1$ ed $r = a_2$ rispettivamente alle equazioni

$$\frac{dJ}{dr} = \frac{d}{dr} \frac{1}{R}, \quad \frac{dJ}{dr} = -\frac{1}{dr} \frac{1}{R} + \frac{1}{a_2^2}$$

Queste condizioni determinano la J salvo una costante, che per lo scopo nostro si può supporre nulla e si trova co'soliti procedimenti

$$J = -\sum_{s=1}^{s=\infty} \left(\frac{s+1}{s} \alpha_s r^s r_1^s + \beta_s \left(\frac{r^s}{r_1^{s+1}} + \frac{r_1^s}{r^{s+1}} \right) + \frac{s}{s+1} \frac{\gamma_s}{r^{s+1} r_1^{s+1}} \right) P_s. \tag{1}$$

La J ci servirà a calcolare in tutti i punti dell'involucro il valore di una funzione φ

⁽¹⁾ Sulla deformazione di un involucro sferico isotropo per dati spostamenti de' punti delle due superficie limiti. Acc. r. de'Lincei. Rendiconti. Vol. V, 2° sem., pp. 189-201.

⁽²⁾ Acc. r. de'Lincei. Memorie della Classe di sc. fis., mat. e nat. Serie 3a, t. XIII, pp. 81-122.

finita, continua, ad un sol valore e soddisfacente entro l'involucro stesso alla $\Delta^2 = 0$ e sulle superficie s_1 , s_2 rispettivamente alle

$$\frac{d\varphi}{dr} = \psi_1, \quad \frac{d\varphi}{dr} = -\psi_2$$

mediante l'equazione

$$4\pi g = \text{cost.} + \int_{s_1} \left(\mathbf{J} - \frac{1}{\mathbf{R}} \right) \psi_1 \, ds_1 - \int_{s_2} \left(\mathbf{J} - \frac{1}{\mathbf{R}} \right) \psi_2 \, ds_2 \tag{2}$$

purchè sia

$$\int_{s_1} \psi_1 \, ds_1 = \int_{s_2} \psi_2 \, ds_2 \, .$$

La seconda osservazione riguarda un caso particolare di deformazione di un corpo simmetrico rispetto ad un asse. Le forze esterne sollecitanti i singoli elementi sieno simmetricamente distribuite intorno all'asse e contenute in piani passanti per esso, e così pure simmetrica rispetto all'asse la deformazione ed in piani passanti per esso gli spostamenti de'punti del corpo. Allora preso un punto O dell'asse come origine di un sistema di coordinate polari ed accennate con F_r , F_μ le componenti della forza riferita all'unità di massa sollecitante un elemento qualunque secondo il raggio vettore e perpendicolarmente ad esso, tra la dilatazione cubica Θ e il doppio Ξ della rotazione sussisteranno le due equazioni

$$\Omega^{2} \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{\omega^{2}}{r} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\sqrt{1 - \mu^{2}} \, \varepsilon \right) + F_{r} = 0,$$

$$\Omega^{2} \frac{\partial \Theta}{\partial \mu} - \omega^{2} \frac{\partial}{\partial r} \frac{r \, \varepsilon}{\sqrt{1 - \mu^{2}}} + \frac{r F_{\mu}}{\sqrt{1 - \mu^{2}}} = 0,$$

ove μ designa il coseno dell'angolo tra il raggio vettore r e l'asse di simmetria. Pertanto, se si pone

$$\Theta = \frac{1}{\Omega^2} \frac{\partial \cdot r \cdot \mathfrak{D}}{\partial r},$$

risulterà

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{1 - \mu^2}}{\omega^2} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mu} + \frac{1}{\omega^2 r} \int r \mathbf{F}_{\mu} dr ,$$

ed S soddisferà all'equazione

$$\mathcal{A}^2 \mathfrak{H} = -\frac{1}{r} \left(\mathbf{F}_r + \frac{1}{r^2} \int_{\mathcal{P}_\mu} r \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\sqrt{1 - \mu^2} \, \mathbf{F}_\mu \right) \, dr \right).$$

Condotta per O una terna di assi ortogonali rispetto a'quali i coseni di direzione dell'asse di simmetria sieno α , β , γ , le componenti di ε secondo i medesimi saranno:

$$\varepsilon_{1} = \frac{1}{\omega^{2}} \left(z \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} - y \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial z} \right) + \frac{\beta z - \gamma y}{\omega^{2} r^{2} \sqrt{1 - \mu^{2}}} \int r F_{\nu} dr ,$$

$$\varepsilon_{2} = \frac{1}{\omega^{2}} \left(x \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial z} - z \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} \right) + \frac{\gamma x - \alpha z}{\omega^{2} r^{2} \sqrt{1 - \mu^{2}}} \int r F_{\nu} dr ,$$

$$\varepsilon_{3} = \frac{1}{\omega^{2}} \left(y \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} - x \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} \right) + \frac{\alpha y - \beta x}{\omega^{2} r^{2} \sqrt{1 - \mu^{2}}} \int r F_{\nu} dr .$$
(3)

2. Premesso ciò cominciamo dall'assegnare, conformemente al metodo generale, la deformazione ausiliaria (ξ, η, ζ) prodotta dal sistema di forze

$$= 2\varrho\omega^2 \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{d}{dr} \frac{1}{R}, \quad = 2\varrho\omega^2 \frac{\partial}{\partial y_1} \frac{d}{dr} \frac{1}{R}, \quad = 2\varrho\omega^2 \frac{\partial}{\partial z_1} \frac{d}{dr} \frac{1}{R}$$
 (4)

applicate rispettivamente sulle superficie s_1 ed s_2 . Per questa deformazione gli spostamenti, oltre alle solite equazioni indefinite nell' interno dell' involucro, devono così per $r = a_1$ come per $r = a_2$ soddisfare a tre equazioni speciali del tipo

$$2\omega^2 r \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{d}{dr} \frac{1}{R} = 2\omega^2 r \frac{d\xi}{dr} + (\Omega^2 - 2\omega^2) x \vartheta + \omega^2 (y \tau_3 - z \tau_2), \qquad (5)$$

e, poichè essa è simmetrica rispetto alla retta che congiunge il punto x_1, y_1, z_1 col centro dell'involucro ed avviene in piani passanti per la medesima retta, sarà

$$\frac{y\tau_3 - z\tau_2}{r} = \frac{\Omega^2}{\omega^2} \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \mu} \int \vartheta dr = \frac{\Omega^2}{\omega^2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \int \vartheta dr - \frac{x\vartheta}{r} \right),$$

ossia

$$\frac{y\tau_3-z\tau_2}{r}=\frac{\Omega^2}{\omega^2}\left(r\frac{\Im}{\Im x}\left(\frac{1}{r}\int \vartheta dr\right)-x\,\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\int \vartheta dr\right)\right).$$

Con ciò la (5) diventa

$$2\omega^{2}r\frac{\partial}{\partial x_{1}}\frac{d}{dr}\frac{1}{\mathbf{R}}=2\omega^{2}r\frac{d\xi}{dr}+\left(\Omega^{2}-2\omega^{2}\right)x\partial+\Omega^{2}\left(r^{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\int\partial dr\right)-xr\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\int\partial dr\right)\right)(5_{1})$$

Se si pone

$$\xi = \frac{\partial J}{\partial x_1} + \xi' \tag{6}$$

e si avverte che tanto per $r = a_1$, quanto per $r = a_2$ si ha

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{d}{dr} \frac{1}{R} = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{dJ}{dr}$$

in luogo della (51) verrà la seguente

$$r\frac{d\xi'}{dr} = x\left(\vartheta - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} \frac{1}{r} \int \vartheta dr\right) - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} r^2 \frac{\Im}{\Im x} \left(\frac{1}{r} \int \vartheta dr\right) \tag{5_2}$$

e nell'interno dell'involucro

$$\Delta^2 \xi' + \frac{\Omega^2 - \omega^2}{\omega^2} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0.$$

Facciasi

$$\xi' = \xi_1 + \xi_2$$

colla condizione che sia per tutto il corpo, incluse le due superficie limiti,

$$r\frac{d\xi_1}{dr} = x\left(\vartheta - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} \frac{1}{r} \int \vartheta dr\right) - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} r^2 \frac{\Im}{\Im x} \left(\frac{1}{r} \int \vartheta dr\right); \tag{7}$$

la $r\frac{d\xi_2}{dr}$ si annullerà così per $r=a_1$ come per $r=a_2$ ed essendo

$$\Delta^{2}\left(r\frac{d\xi'}{dr}\right) = -2\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{\omega^{2}}\frac{\partial\theta}{\partial x},$$

soddisferà nell'interno dell'involucro all'equazione

$$\varDelta^{2}\left(r\frac{d\xi_{2}}{dr}\right) + \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{\omega^{2}} \frac{\Im}{\Im x}\left(r\frac{d\vartheta}{dr} - \vartheta\right) = 0,$$

dove $r\frac{d\vartheta}{dr}-\vartheta$ è una funzione la quale, come la ϑ , nello spazio occupato dal corpo si mantiene finita, continua, ad un sol valore e vi soddisfa alla $\varDelta^2=0$. Pertanto dal valore della funzione designata con ξ_2 nel lavoro precedente si passa a quello della funzione $r\frac{d\xi_2}{dr}$ che si tratta qui di determinare, prendendo in luogo della ϑ la funzione $r\frac{d\vartheta}{dr}-\vartheta$: cosicchè, quando dalla espressione di ϑ , cioè dalla

$$\vartheta = \sum_{s=0}^{s=\infty} \left(e_s \, r^s + \frac{i_s}{r^{s+1}} \right) \mathbf{P}_s, \tag{8}$$

si cavi

$$r\frac{d\vartheta}{dr} - \vartheta = \sum_{s=0}^{s=\infty} \left((s-1) e_s r^s - \frac{(s+2) i_s}{r^{s+1}} \right) P_s$$

basterà nelle equazioni (17) e (18) del lavoro citato sostituire $(s-1)e_s$, $-(s+2)i_s$ in luogo di e_s , i_s per dedurne i valori qui appresso di $r\frac{d\xi_2}{dr}$, cioè:

$$r\frac{d\xi_2}{dr} = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\omega^2} \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{1}{2s+1} \left(\frac{(s-1)\varpi_s e}{r^{s-1}}, \frac{\Im P_s}{\Im x} + (s+2)\chi_s i_s r^{s+2} \frac{\Im P_s}{\Im x} \frac{P_s}{r^{s+1}} \right), \quad (9)$$

$$r\frac{d\xi_{2}}{dr} = -\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \cdot n^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{1}{2s+1} \left((s-1) \, \varpi_{s} e_{s} r_{1}^{s+1} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} + \frac{(s+2) \gamma_{s} i_{s}}{r_{1}^{s}} \frac{\Im . r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right) \cdot \quad (9_{1})$$

Per via d'integrazione rispetto ad r dalla (7) si trae ξ_1 e dalla (9₁) si trae ξ_2 , le quali funzioni sommate fra loro e con $\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x_1}$ somministrano il valore completo di ξ . E si vede così che la ξ riuscirà determinata quante volte si riesca ad assegnare il valore di \mathcal{P} . Naturalmente dall'espressione di ξ si passerà a quelle di η e ξ con semplici scambi di lettere.

3. Nell'espressione di ϑ sarà $i_0=0$, e quindi $g_0=0$, $h_0=0$: difatti se si deducono da ϑ le funzioni τ_1 , τ_2 , τ_3 come è insegnato nel lavoro precedente (¹), in esse non apparirà traccia di i_0 . Per conseguenza, sostituite ϑ , τ_1 , τ_2 , τ_3 nelle equazioni indefinite cui esse soddisfano, risulterà

$$i_0 \frac{\sqrt{\frac{1}{r}}}{\sqrt{2r}} = 0, \ i_0 \frac{\sqrt{\frac{1}{r}}}{\sqrt{2r}} = 0, \ i_0 \frac{\sqrt{\frac{1}{r}}}{\sqrt{2r}} = 0,$$

ossia appunto $i_0 = 0$: e con ciò si avrà

$$\vartheta = f_0 + \sum_{s=1}^{s=\infty} \left(e_s \, r^s + \frac{i_s}{r^{s+1}} \right) \mathbf{P}_s$$
.

Quanto al valore di fo o si ricaverà col procedimento generale che ora daremo, od

(1) V. loc. cit., p. 196.

anche direttamente osservando essere

$$\int_{S} 9 dS = \frac{4\pi (a_{2}^{3} - a_{1}^{3})}{3} f_{0}.$$

È noto che l'integrale del primo membro si può esprimere mediante un altro integrale (¹) relativo alla superficie limite dello spazio S occupato dal corpo e nel quale non figurano che le forze applicate alla medesima superficie: se ora nel predetto integrale si mettono per le forze le espressioni (4). ne viene

$$\int_{S} 9dS = -\frac{16\pi\omega^{2}}{3\Omega^{2} - 4\omega^{2}}$$

e in conseguenza

$$f_0 = -\frac{12\,\omega^2}{(3\Omega^2 - 4\omega^2)\,(a_2{}^3 - a_1{}^3)} \cdot$$

Per determinare in generale le f_s , g_s , h_s procederemo come appresso: si verifica facilmente che

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{d\xi}{dr} \right) = \frac{d}{dr} \left(r \frac{\partial \xi}{\partial x} \right);$$

quindi

$$\sum \frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{d\xi}{dr} \right) = \frac{d \cdot r \vartheta}{dr},$$

dove la somma del primo membro comprende, oltre quello scritto, altri due termini che se ne deducono mutando successivamente x, ξ in y, η ed in z, ζ . Ma dalla (6) si trae

$$\frac{d \cdot r \vartheta}{dr} = \sum \frac{\partial^2}{\partial x \, \partial x_1} \left(r \frac{dJ}{dr} \right) + \sum \frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{d\xi'}{dr} \right), \tag{10}$$

ed in seguito dalle (7) e (9)

$$\begin{split} & \sum \frac{\Im}{\Im x} \left(r \frac{d\xi_{1}}{dr} \right) = & \frac{d \cdot r \vartheta}{dr} - \frac{3 \varOmega^{2} - 4 \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \vartheta, \\ & \sum \frac{\Im}{\Im x} \left(r \frac{d\xi_{2}}{dr} \right) = & - \frac{\varOmega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \left(\frac{2(s-1) s \, e_{s}}{2s+1} + \frac{(s+1)(s+2) (2s+3) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \alpha_{s+1} i_{s}}{2s+1} \right) r^{s} P_{s} \\ & + \frac{\varOmega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \left(\frac{2(s+1) (s+2) i_{s}}{2s+1} + \frac{(s-1) s \left(2s-1\right) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \gamma_{s-1} e_{s}}{2s+1} \right) r^{s+1} \cdot \end{split}$$

· quindi, osservando essere

$$\sum \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial x_{1}} \left(r \frac{dJ}{dr} \right) = -6\alpha_{1} - \sum_{s=1}^{s=\infty} \left((s+1) (s+2) (2s+3) \alpha_{s+1} r^{s} r_{1}^{s} - \frac{s(s-1) (2s-1) \gamma_{s-1}}{r^{s+1} r_{1}^{s+1}} \right) P_{s},$$

fatte nelle (10) le debite sostituzioni, si ottiene

$$\begin{split} &\sum_{s=0}^{s=\infty} \left(\frac{(2s^2+4s+3)\Omega^2 - 2(s+1)(s+2)\omega^2}{2(2s+1)\omega^2} e_s + \frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\omega^2} \frac{(s+1)(s+2)(2s+3)}{2s+1} (a_2^2 - a_1^2)\alpha_{s+1} i_s \right) r^s P_s \\ &- \sum_{s=0}^{s=\infty} \left(\frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\omega^2} \frac{(s-1)s(2s-1)}{2s+1} (a_2^2 - a_1^2)\gamma_{s-1} e_s + \frac{(2s^2+1)\Omega^2 - 2(s-1)s\omega^2}{2(2s+1)\omega^2} i_s \right) \frac{P_s}{r^{s+1}} \\ &= -6\alpha_1 - \sum_{s=1}^{s=\infty} \left((s+1)(s+2)(2s+3)\alpha_{s+1} r^s r_1^s - \frac{(s-1)s(2s-1)\gamma_{s-1}}{r^{s+1}r_1^{s+1}} \right) P_s \,, \end{split}$$

(1) V. Betti, Teoria dell'Elasticità. Nuovo Cimento, ser. 2ª, t. VII, p. 95.

ed eguagliando i coefficienti di $r^s P_s$ e di $\frac{P_s}{r^{s+1}}$ ne' due membri

$$\frac{3\Omega^{2} - 4\omega^{2}}{2\omega^{2}} e_{0} = -6\alpha_{1} , \quad i_{0} = 0 ,
\frac{3\Omega^{2} - 4\omega^{2}}{2\omega^{2}} e_{1} = -30\alpha_{2}r_{1}, \quad i_{1} = 0 ,$$
(11)

$$\frac{(2s^2+4s+3)\,\Omega^2-2\,(s+1)\,(s+2)\,\omega^2}{2\,(2s+1)\,\omega^2}\,e_s$$

$$+\frac{\Omega^{2}-\omega^{2}}{2\omega^{2}}\frac{(s+1)(s+2)(2s+3)}{2s+1}(\alpha_{2}^{2}-\alpha_{1}^{2})\alpha_{s+1}i_{s}=-(s+1)(s+2)(2s+3)\alpha_{s+1}r_{1}^{s},$$

$$\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} \frac{(s-1)s(2s-1)}{2s+1} (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \gamma_{s-1} e_{s} + \frac{(2s^{2}+1)\Omega^{2} - 2(s-1)s \omega^{2}}{2(2s+1)\omega^{2}} i_{s}
= -\frac{(s-1)s(2s-1)\gamma_{s-1}}{r_{1}^{s+1}} .$$
(12)

Dalle (11) si cava $g_0 = 0$, $h_0 = 0$, $g_1 = 0$, $h_1 = 0$ ed

$$f_{0} = -\frac{12 \omega^{2} \alpha_{1}}{3\Omega^{2} - 4\omega^{2}} = -\frac{12\omega^{2}}{(3\Omega^{2} - 4\omega^{2}) (a_{2}^{3} - a_{1}^{3})},$$

$$f_{1} = -\frac{60 \omega^{2} \alpha_{2}}{3\Omega^{2} - 4\omega^{2}} = -\frac{60 \omega^{2}}{(3\Omega^{2} - 4\omega^{2}) (a_{2}^{5} - a_{1}^{5})};$$

in seguito poi, quando per compendio si faccia

$$\begin{split} \mathbf{F}_{s} &= \frac{(2s^{2}+1)\,\Omega^{2}-2\,(s-1)\,s\,\omega^{2}}{(s-1)\,s\,(2s-1)\,(\Omega^{2}-\omega^{2})}\,\alpha_{s+1}\,,\\ \mathbf{G}_{s} &= (a_{2}{}^{2}-a_{1}{}^{2})\,\alpha_{s+1}\,\gamma_{s-1}\,,\\ \mathbf{H}_{s} &= \frac{(2s^{2}+4s+3)\,\Omega^{2}-2\,(s+1)(s+2)\,\omega^{2}}{(s+1)\,(s+2)\,(2s+3)\,(\Omega^{2}-\omega^{2})}\,\gamma_{s-1}\,, \end{split}$$

dalle (12) si traggono, coll'eguagliare ne' due membri i coefficienti delle medesime potenze di r_1 , le quattro equazioni

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}_{s} f_{s} + \mathbf{G}_{s} g_{s} = -\frac{2(2s+1)\omega^{2}}{\Omega^{2} - \omega^{2}} \alpha_{s+1} \gamma_{s-1}, & \mathbf{H}_{s} g_{s} + \mathbf{G}_{s} h_{s} = 0, \\ & \mathbf{G}_{s} f_{s} + \mathbf{F}_{s} g_{s} = 0, & \mathbf{G}_{s} g_{s} + \mathbf{F}_{s} h_{s} = -\frac{2(2s+1)\omega^{2}}{\Omega^{2} - \omega^{2}} \alpha_{s+1} \gamma_{s-1}. \end{aligned}$$

Esse, per s > 1, ci dànno

$$f_{s} = -\frac{2(2s+1)\omega^{2}}{\Omega^{2} - \omega^{2}} \alpha_{s+1} \gamma_{s-1} \cdot \frac{F_{s}}{F_{s} H_{s} - G_{s}^{2}},$$

$$g_{s} = \frac{2(2s+1)\omega^{2}}{\Omega^{2} - \omega^{2}} \alpha_{s+1} \gamma_{s-1} \cdot \frac{G_{s}}{F_{s} H_{s} - G_{s}^{2}},$$

$$h_{s} = -\frac{2(2s+1)\omega^{2}}{\Omega^{2} - \omega^{2}} \alpha_{s+1} \gamma_{s-1} \cdot \frac{H_{s}}{F_{s} H_{s} - G_{s}^{2}}.$$
(13)

4. Come già si è avvertito, con una integrazione rispetto ad r la (7) ci dà

$$\xi_1 = \xi_1^{(0)} + \frac{x}{r} \int \vartheta \, dr - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} \left(\frac{x}{r} \int \frac{dr}{r} \int \vartheta \, dr + r^2 \frac{\vartheta}{\vartheta x} \left(\frac{1}{r} \int \frac{dr}{r} \int \vartheta \, dr \right) \right),$$

dove $\xi_1^{(0)}$, indipendente da r, sarà determinata opportunamente in appresso. Ora

$$\frac{1}{r} \int \vartheta \, dr = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_s \, r^s \, \mathbf{P}_s}{s+1} - \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_s \, \mathbf{P}_s}{s \, r^{s+1}} \,,$$

$$\frac{1}{r} \int \frac{dr}{r} \int \vartheta \, dr = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_s \, r^s \, \mathbf{P}_s}{(s+1)^2} + \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_s \, \mathbf{P}_s}{s^2 \, r^{s+1}} \,,$$

epperciò

$$\xi_{1} = \xi_{1}^{(0)} + \sum_{s=0}^{s=\infty} \left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s+1)\omega^{2}} \right) \frac{e_{s} r^{s}}{s+1} x P_{s} - \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(1 + \frac{\Omega^{2}}{2s\omega^{2}} \right) \frac{i_{s}}{s r^{s+1}} x P_{s} - \frac{\Omega^{2}}{2\omega^{2}} r^{2} \left(\sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_{s}}{(s+1)^{2}} \frac{\partial \cdot r^{s} P_{s}}{\partial x} + \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_{s}}{s^{2}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{P_{s}}{r^{s+1}} \right).$$
(14)

Ma le note relazioni

$$\frac{sx P_{s}}{r} + r \frac{\partial P_{s}}{\partial x} = \frac{s x_{1} P_{s-1}}{r_{1}} - r_{1} \frac{\partial P_{s-1}}{\partial x_{1}} = -r_{1}^{s+1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}},$$

$$\frac{(s+1) x P_{s}}{r} - r \frac{\partial P_{s}}{\partial x} = \frac{(s+1) x_{1} P_{s+1}}{r_{1}} + r_{1} \frac{\partial P_{s+1}}{\partial x_{1}} = \frac{1}{r_{1}^{s}} \frac{\partial \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\partial x_{1}},$$

sommate membro a membro, ci dànno

$$\frac{(2s+1)x P_s}{r} = \frac{1}{r_1^s} \frac{\Im \cdot r_1^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_1} - r_1^{s+1} \frac{\Im}{\Im x_1} \frac{P_{s-1}}{r_1^s} , \qquad (15)$$

ed ove si osservi che è

$$\frac{sx P_s}{r} + r \frac{\partial P_s}{\partial x} = \frac{1}{r^{s-1}} \frac{\partial \cdot r^s P_s}{\partial x} , \frac{(s+1) x P_s}{r} - r \frac{\partial P_s}{\partial x} = -r^{s+2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{P_s}{r^{s+1}} ,$$

si trasformano nelle seguenti

$$\frac{\partial \cdot r^{s} P_{s}}{\partial x} = -r^{s-1} r_{1}^{s+1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} , \frac{\partial}{\partial x} \frac{P_{s}}{r^{s+1}} = -\frac{1}{r_{1}^{s} r^{s+2}} \frac{\partial \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\partial x_{1}} .$$
(16)

Sostituendo nella (14) i valori che le (15) e (16) ci somministrano per $x P_s$, $\frac{\partial \cdot r^s P_s}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial x} \frac{P_s}{r^{s+1}}$, dopo facili riduzioni si ottiene

$$\xi_{1} = \xi_{1}^{(0)} - \sum_{s=0}^{s=\infty} \left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s+1)\omega^{2}}\right) \frac{e_{s} r^{2s+3}}{(s+1)(2s+1)} \frac{\Im}{\Im x} \frac{P_{s}}{r^{s+1}} - \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(1 + \frac{\Omega^{2}}{2s\omega^{2}}\right) \frac{i_{s}}{s(2s+1)r^{2s-1}} \frac{\Im \cdot r^{s} P_{s}}{\Im x} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{\omega^{2}} r^{2} \left(\sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_{s}}{(s+1)(2s+1)} \frac{\Im \cdot r^{s} P_{s}}{\Im x} + \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_{s}}{s(2s+1)} \frac{\Im}{\Im x} \frac{P_{s}}{r^{s+1}}\right).$$
(17)

Quanto alla ξ_2 è da osservare che nelle espressioni (9) e (9₁) per $r\frac{d\xi_2}{dr}$ le somme si possono far cominciare da s=2: attesochè sono $i_0=0$, $i_1=0$ ed i coefficienti tanto di e_0 quanto di e_1 si annullano: poi, dovendo ξ_2 essere congiunta per via di addizione alla ξ_1 , è lecito trascurare la costante rispetto ad r che l'integrazione della (9) o della (9₁) porta con sè, potendosi essa immaginare compenetrata nella $\xi_1^{(0)}$. Laonde sarà

$$\xi_{2} = \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\frac{(s-1) e_{s}}{(2s+1) r^{s-1}} \frac{\Im r^{s} P_{s}}{\Im x} \int \frac{\varpi_{s} dr}{r} + \frac{(s+2) i_{s} r^{s+2}}{2s+1} \frac{\Im}{\Im x} \frac{P_{s}}{r^{s+1}} \int \frac{\chi_{s} dr}{r} \right), (18)$$

od anche

$$\xi_{2} = -\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\frac{(s-1)e_{s} r_{1}^{s+1}}{2s+1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} \int \frac{\sigma_{s} dr}{r} + \frac{(s+2)i_{s}}{(2s+1)r_{1}^{s}} \frac{\partial x_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\partial x_{1}} \int \frac{\chi_{s} dr}{r} \right) \cdot (18_{1})$$

Ora con un conveniente aggruppamento de' diversi termini si trova:

$$\int \frac{\varpi_{s} dr}{r} = \frac{\varpi_{s}}{s-1} + \frac{2r^{s+1}}{(s-1)(s+1)} + \frac{2s-1}{(s-1)s} \frac{(a_{2}^{2} - a_{1}^{2})\gamma_{s-1}}{r^{s}},$$

$$\int \frac{\gamma_{s} dr}{r} = -\frac{\chi_{s}}{s+2} + \frac{2}{s(s+2)r^{s}} + \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} (a_{2}^{2} - a_{1}^{2})\alpha_{s+1}r^{s+1},$$

quindi

$$\begin{split} \xi_{2} &= -\frac{\mathcal{Q}^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{1}{2s+1} \left(e_{s} \, \varpi_{s} \, r_{1}^{s+1} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \, \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} - \frac{i_{s} \, \chi_{s}}{r_{1}^{s}} \, \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} \, P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right) \\ &- \frac{\mathcal{Q}^{2} - \omega^{2}}{\omega^{2}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{1}{2s+1} \left(\frac{e_{s} \, r^{s+1} \, r_{1}^{s+1}}{s+1} \, \frac{\Im}{\Im x_{1}} \, \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} + \frac{i_{s}}{s \, r^{s} \, r_{1}^{s}} \, \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} \, P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right) \\ &- \frac{\mathcal{Q}^{2} - \omega^{2}}{2 \, \omega^{2}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{a_{2}^{2} - \sigma_{1}^{2}}{2s+1} \left(\frac{(2s-1)\gamma_{s-1}e_{s}r_{1}^{s+1}}{s \, r^{s}} \, \frac{\Im}{\Im x_{1}} \, \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} + \frac{(2s+3)\alpha_{s+1}i_{s}r^{s+1}}{(s+1) \, r_{1}^{s}} \, \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} \, P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right). \end{split}$$

Sommando le espressioni trovate per \$1, \$2 verrà

$$\begin{split} \xi_{1} + \xi_{2} &= \xi_{1}^{(0)} + \left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2\omega^{2}}\right) e_{0} r \frac{\Im r_{1} P_{1}}{\Im x_{1}} + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{\Omega^{2}}{4\omega^{2}}\right) \frac{e_{1} r^{2}}{r_{1}} \frac{\Im r_{1}^{2} P_{2}}{\Im x_{1}} + \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{6\omega^{2}} (r^{2} + \varpi_{1}) e_{1} r_{1}^{2} \frac{1}{r_{1}} \frac{1}{\Im x_{1}} \\ &- \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{1}{2s + 1} \left(e_{s} \varpi_{s} r_{1}^{s+1} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} - \frac{i_{s} \chi_{s}}{r_{1}^{s}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}}\right) \\ &+ \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\left(1 + \frac{\Omega^{2}}{2s \omega^{2}}\right) i_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} (2s - 1) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \gamma_{s-1} e_{s}\right) \frac{r_{1}^{s+1}}{s (2s + 1) r^{s}} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} \\ &+ \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s + 1)\omega^{2}}\right) e_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} (2s + 3) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \alpha_{s+1} i_{s}\right) \frac{r^{s+1}}{(s + 1)(2s + 1) r_{1}^{s}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \cdot \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right) \\ &+ \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s + 1)\omega^{2}}\right) e_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} (2s + 3) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \alpha_{s+1} i_{s}\right) \frac{r^{s+1}}{(s + 1)(2s + 1) r_{1}^{s}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \cdot \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right) \\ &+ \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s + 1)\omega^{2}}\right) e_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} (2s + 3) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \alpha_{s+1} i_{s}\right) \frac{r_{1}^{s+1} P_{s}}{(s + 1)(2s + 1) r_{1}^{s}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \cdot \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s}}{\Im x_{1}} \right) \\ &+ \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s + 1)\omega^{2}}\right) e_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} (2s + 3) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \alpha_{s+1} i_{s}\right) \frac{r_{1}^{s+1} P_{s}}{\Im x_{1}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s}}{\Im x_{1}} + \frac{\Im \cdot r_{1}^{s}}{\Im x_{1}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s}}{\Im x_{1}} + \frac{\Im \cdot r_{1}^{s}}{\Im x_{1}} \frac$$

Ma col sussidio delle (12) si cava

$$\left(1 + \frac{\Omega^{2}}{2s \omega^{2}}\right) i_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} (2s - 1) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \gamma_{s-1} e_{s} = (2s + 1) \left(\frac{\Omega^{2} i_{s}}{2\omega^{2}(s - 1)} + \frac{(2s - 1)\gamma_{s-1}}{r_{1}^{s+1}}\right) ,$$

$$\left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2(s + 1)\omega^{2}}\right) e_{s} - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} (2s + 3) (a_{2}^{2} - a_{1}^{2}) \alpha_{s+1} i_{s} = (2s + 1) \left(\frac{\Omega^{2} e_{s}}{2\omega^{2}(s + 2)} + (2s + 3)\alpha_{s+1} r_{1}^{s}\right);$$
quindi

$$\begin{split} & \xi_{1} + \xi_{2} - \xi_{1}{}^{(0)} + \left(1 - \frac{\Omega^{2}}{2\omega^{2}}\right) e_{0}r \frac{\partial .r_{1}P_{1}}{\partial x_{1}} + \frac{1}{6}\left(1 - \frac{\Omega^{2}}{4\omega^{2}}\right) \frac{e_{1}r^{2}}{r_{1}} \frac{\partial .r_{1}^{2}P_{2}}{\partial x_{1}} + \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{6\omega^{2}}(r^{2} + \omega_{1}) e_{1}r_{1}^{2} \frac{\partial .r_{1}P_{1}}{\partial x_{1}} \\ & - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\omega^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{1}{2s + 1} \left(e_{s} \omega_{s} r_{1}^{s+1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} - \frac{i_{s} \chi_{s}}{r_{1}^{s}} \frac{\partial .r_{1}^{s+1}P_{s+1}}{\partial x_{1}}\right) \\ & + \frac{\Omega^{2}}{2\omega^{2}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\frac{e_{s} r^{s+1}}{(s + 1)(s + 2)r_{1}^{s}} \frac{\partial .r_{1}^{s+1}P_{s+1}}{\partial x_{1}} + \frac{i_{s} r_{1}^{s+1}}{(s - 1)s r^{s}} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}}\right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_{1}} \sum_{s=2}^{s=\infty} \left(\frac{(2s + 3)\alpha_{s+1} r^{s+1} r_{1}^{s+1}P_{s+1}}{s + 1} + \frac{(2s - 1)\gamma_{s-1}P_{s-1}}{s r^{s}}\right), \end{split}$$



dove l'ultima riga si può anche scrivere così

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\sum_{s=3}^{s=\infty} \frac{(2s+1) \alpha_s r^s r_1^s P_s}{s} + \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{(2s+1) \gamma_s P_s}{(s+1) r^{s+1} r_1^{s+1}} \right) \cdot$$

Ora per le (11)

$$\left(1 - \frac{\Omega^2}{2 \omega^2}\right) e_0 = \frac{\Omega^2}{2 \omega^2} \frac{e_0}{2} + 3 \alpha_1 ,$$

$$\left(1 - \frac{\Omega^2}{4 \omega^2}\right) e_1 = \frac{\Omega^2}{2 \omega^2} \frac{e_1}{6} + \frac{5 \alpha_2 r_1}{2} ,$$

e in conseguenza

$$\begin{split} \xi_{1} + \xi_{2} = & \xi_{1}^{(0)} + \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{6 \omega^{2}} (r^{2} + \varpi_{1}) e_{1} r_{1}^{2} \frac{\frac{1}{r_{1}}}{\Im x_{1}} + \frac{\Im}{\Im x_{1}} \sum_{s=i}^{s=\infty} (2s+1) \left(\frac{\alpha_{s} r^{s} r_{1}^{s}}{s} + \frac{\gamma_{s}}{(s+1) r^{s+1} r_{1}^{s+1}} \right) P_{s} \\ - \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{1}{2s+1} \left(e_{s} \varpi_{s} r_{1}^{s+1} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} - \frac{i_{s} \chi_{s}}{r_{1}^{s}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} \right) \\ + \frac{\Omega^{2}}{2 \omega^{2}} \left(\sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_{s} r^{s+1}}{(s+1)(s+2) r_{1}^{s}} \frac{\Im \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_{1}} + \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_{s} r_{1}^{s+1}}{(s-1) s} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} \right) \cdot \mathcal{P}_{s} \end{split}$$

Ma se si riflette che

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x_{1}} + \frac{\partial}{\partial x_{1}} \sum_{s=1}^{s=\infty} (2s+1) \left(\frac{\alpha_{s} r^{s} r_{1}^{s}}{s} + \frac{\gamma_{s}}{(s+1) r^{s+1} r_{1}^{s+1}} \right) \mathbf{P}_{s}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_{1}} \sum_{s=1}^{s=\infty} \left(\alpha_{s} r^{s} r_{1}^{s} - \beta_{s} \left(\frac{r^{s}}{r_{1}^{s+1}} + \frac{r_{1}^{s}}{r^{s+1}} \right) + \frac{\gamma_{s}}{r^{s+1} r_{1}^{s+1}} \right) \mathbf{P}_{s}$$

$$= \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_{1}} - \frac{\partial}{\partial x_{1}} \left(\alpha_{0} - \beta_{0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_{1}} \right) + \frac{\gamma_{0}}{r r_{1}} \right) \mathbf{P}_{0},$$

e che

$$r^{2} + \varpi_{1} = a_{1}^{2} + a_{1} a_{2} + a_{2}^{2} - \frac{(a_{1} + a_{2}) a_{1} a_{2}}{r},$$

quando si determini $\xi_1^{(0)}$ in modo che sia

$$\xi_{1}^{(0)} + \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{6 \omega^{2}} \left(a_{1}^{2} + a_{1} a_{2} + a_{2}^{2} \right) e_{1} r_{1}^{2} \frac{\Im \frac{1}{r_{1}}}{\Im x_{1}} - \frac{\Im}{\Im x_{1}} \left(\alpha_{0} - \frac{\beta_{0}}{r_{1}} \right) = 0 ,$$
ne conseguirà

$$\xi = \frac{\partial J}{\partial x_{1}} + \xi_{1} + \xi_{2} = \frac{x_{1}}{r} \left(\lambda + \frac{r}{r_{1}^{3}} \right) + \frac{\partial G}{\partial x_{1}}
+ \frac{\Omega^{2}}{2 \omega^{2}} \left(\sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_{s} r^{s+1}}{(s+1) (s+2) r_{1}^{s}} \frac{\partial \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\partial x_{1}} + \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_{s} r_{1}^{s+1}}{(s-1) s r^{s}} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} \right) (19)
- \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2 \omega^{2}} \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{1}{2s+1} \left(e_{s} \varpi_{s} r_{1}^{s+1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{P_{s-1}}{r_{1}^{s}} - \frac{i_{s} \chi_{s}}{r_{1}^{s}} \frac{\partial \cdot r_{1}^{s+1} P_{s+1}}{\partial x_{1}} \right),$$

dove

$$\lambda = -10 \frac{\Omega^2 - \omega^2}{3 \Omega^2 - 4 \omega^2} \frac{(a_1 + a_2) a_1 a_2}{a_2^5 - a_1^5}, \quad v = \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1}.$$

E messa sotto questa forma la ξ si vede subito che così per $r=a_1$ come per $r=a_2$

prende i valori della funzione

$$\frac{x_1}{r} \left(\lambda + \frac{v}{r_1^3} \right) + \frac{\Im}{\Im x_1} \frac{1}{R} + \frac{\Omega^2}{2\omega^2} \left(\sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{e_s \, r^{s+1}}{(s+1)(s+2)r_1^s} \frac{\Im x_1^{s+1} P_{s+1}}{\Im x_1} + \sum_{s=2}^{s=\infty} \frac{i_s \, r_1^{s+1}}{(s-1)s \, r^s} \frac{\Im}{\Im x_1} \frac{P_{s-1}}{r_1^s} \right) \cdot (20)$$

5. Quando le forze applicate sulle due superficie s1, s2 sieno qualunque, si ricaverà il valore della dilatazione cubica Θ in un punto qualunque (x_1, y_1, z_1) combinando il teorema di reciprocità del prof. Betti colla nota espressione di @ mediante le forze e gli spostamenti de punti delle due superficie limiti. Si ottiene così, designando rispettivamente con L₁, M₁, N₁; L₂, M₂, N₂ le forze applicate sulle due superficie,

$$-8\pi\varrho\omega^{2}\Theta = \int_{s_{1}} \mathbf{L}_{1} ds_{1} \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{1}{s(s+1)} \left(\frac{e_{s-1} a_{1}^{s}}{r_{1}^{s-1}} \frac{\Im x_{1}^{s} \mathbf{P}_{s}}{\Im x_{1}} + \frac{i_{s+1} r_{1}^{s+2}}{a_{1}^{s+1}} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{\mathbf{P}_{s}}{r_{1}^{s+1}} \right) + \cdots + \int_{s_{2}} \mathbf{L}_{2} ds_{2} \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{1}{s(s+1)} \left(\frac{e_{s-1} a_{2}^{s}}{r_{1}^{s-1}} \frac{\Im x_{1}^{s} \mathbf{P}_{s}}{\Im x_{1}} + \frac{i_{s+1} r_{1}^{s+2}}{a_{2}^{s+1}} \frac{\Im}{\Im x_{1}} \frac{\mathbf{P}_{s}}{r_{1}^{s+1}} \right) + \cdots ,$$

quante volte, come si è supposto, i due sistemi di forze L₁, M₁, N₁; L₂, M₂, N₂ si facciano rispettivamente equilibrio e quindi si abbia

$$\begin{split} &\int_{s_1} \mathbf{L}_1 \, ds_1 = 0 \;\; , \;\; \int_{s_1} \mathbf{M}_1 \, ds_1 = 0 \; , \;\; \int_{s_1} \mathbf{N}_1 \, ds_1 = 0 \; , \\ &\int_{s_2} \mathbf{L}_2 \, ds_2 = 0 \; , \;\; \int_{s_2} \mathbf{M}_2 \, ds_2 = 0 \; , \;\; \int_{s_2} \mathbf{N}_2 \, ds_2 = 0 \; . \end{split}$$

Ma, accoppiati gli elementi delle superficie s₁, s₂ come è insegnato nel § 6 del precedente lavoro, e posto per brevità:

$$\mathcal{L}'_{s} = \int_{\sigma} (a_{1}^{s+2} \mathbf{L}_{1} + a_{2}^{s+2} \mathbf{L}_{2}) \mathbf{P}_{s} d\sigma , \quad \mathcal{L}''_{s} = \int_{\sigma} \left(\frac{\mathbf{L}_{1}}{a_{1}^{s-1}} + \frac{\mathbf{L}_{2}}{a_{2}^{s-1}} \right) \mathbf{P}_{s} d\sigma , \\
\mathfrak{D}\mathcal{L}'_{s} = \int_{\sigma} (a_{1}^{s+2} \mathbf{M}_{1} + a_{2}^{s+2} \mathbf{M}_{2}) \mathbf{P}_{s} d\sigma , \quad \mathfrak{D}\mathcal{L}''_{s} = \int_{\sigma} \left(\frac{\mathbf{M}_{1}}{a_{1}^{s-1}} + \frac{\mathbf{M}_{2}}{a_{2}^{s-1}} \right) \mathbf{P}_{s} d\sigma , \\
\mathfrak{D}\mathcal{L}'_{s} = \int_{\sigma} (a_{1}^{s+2} \mathbf{N}_{1} + a_{2}^{s+2} \mathbf{N}_{2}) \mathbf{P}_{s} d\sigma , \quad \mathfrak{D}\mathcal{L}''_{s} = \int_{\sigma} \left(\frac{\mathbf{N}_{1}}{a_{1}^{s-1}} + \frac{\mathbf{N}_{2}}{a_{2}^{s-1}} \right) \mathbf{P}_{s} d\sigma , \\
\mathcal{E}_{s} = -\frac{1}{8\pi\varrho\omega^{2}(s+1)(s+2)r_{1}^{s}} \left(\frac{\mathfrak{I} \cdot r_{1}^{s+1} \mathcal{L}'_{s+1}}{\mathfrak{I}x_{1}} + \frac{\mathfrak{I} \cdot r_{1}^{s+1} \mathfrak{D}\mathcal{L}'_{s+1}}{\mathfrak{I}y_{1}} + \frac{\mathfrak{I} \cdot r_{1}^{s+1} \mathfrak{D}\mathcal{L}'_{s+1}}{\mathfrak{I}y_{1}} + \frac{\mathfrak{I} \cdot r_{1}^{s+1} \mathfrak{D}\mathcal{L}'_{s+1}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{r_{1}^{s+1}}{8\pi\varrho\omega^{2}(s-1)s} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{1}} + \frac{\mathfrak{I}'_{s-1}}{r_{1}^{s}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}y_{1}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{1}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{r_{1}^{s+1}}{8\pi\varrho\omega^{2}(s-1)s} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{1}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{r_{1}^{s+1}}{8\pi\varrho\omega^{2}(s-1)s} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{1}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} + \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \right) , \\
\mathfrak{I}_{s} = -\frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}x_{2}} \left(\frac{\mathfrak{$$

dove

$$Y_s = f_s \, \mathcal{E}_s + g_s \, \mathcal{I}_s$$
, $Z_s = g_s \, \mathcal{E}_s + h_s \, \mathcal{I}_s$,

(21)

e così Y_s , Z_s come \mathcal{E}_s , \mathcal{I}_s sono funzioni sferiche di indice s. Naturalmente debbono intendersi sostituiti collo zero i termini i_0 δ_0 , i_1 δ_1 e quindi ancora Z_0 , Z_1 .

6. Dal valore di @ si passa, col procedimento già utilizzato in altro mio lavoro (1), ai valori qui appresso per le componenti $\mathfrak{c}_1,\mathfrak{c}_2,\mathfrak{c}_3$ del doppio della

⁽¹⁾ Sulla deformazione di una sfera omogenea isotropa. Rendiconti della r. Accademia de' Lincei, vol. II, 1º sem., p. 588.

rotazione:

$$\mathbf{\varepsilon}_{1} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x_{1}} + \frac{\Omega^{2}}{\omega^{2}} \left(z_{1} \frac{\partial}{\partial y_{1}} \left(\frac{1}{r_{1}} \int \boldsymbol{\Theta} dr_{1} \right) - y_{1} \frac{\partial}{\partial z_{1}} \left(\frac{1}{r_{1}} \int \boldsymbol{\Theta} dr_{1} \right) \right),$$

$$\mathbf{\varepsilon}_{2} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y_{1}} + \frac{\Omega^{2}}{\omega^{2}} \left(x_{1} \frac{\partial}{\partial z_{1}} \left(\frac{1}{r_{1}} \int \boldsymbol{\Theta} dr_{1} \right) - z_{1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \left(\frac{1}{r_{1}} \int \boldsymbol{\Theta} dr_{1} \right) \right),$$

$$\mathbf{\varepsilon}_{3} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z_{1}} + \frac{\Omega^{2}}{\omega^{2}} \left(y_{1} \frac{\partial}{\partial x_{1}} \left(\frac{1}{r_{1}} \int \boldsymbol{\Theta} dr_{1} \right) - x_{1} \frac{\partial}{\partial y_{1}} \left(\frac{1}{r_{1}} \int \boldsymbol{\Theta} dr_{1} \right) \right),$$
(22)

dove figura ancora una funzione incognita E soddisfacente nell'interno dell'involucro alla $\Delta^2 = 0$ e che sarà determinata più avanti.

Quanto agli spostamenti (u, v, w), oltre alle solite equazioni indefinite, dovranno per $r_1 = a_1$ soddisfare a tre equazioni particolari del tipo:

$$-\frac{r_1 L_1}{2\varrho\omega^2} - r_1 \frac{du}{dr_1} - x_1 \left(\Theta - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} \frac{1}{r_1} \int \Theta dr_1\right) + \frac{\Omega^2}{2\omega^2} r_1^2 \frac{\Im}{\Im x_1} \left(\frac{1}{r_1} \int \Theta dr_1\right) + \frac{1}{2} \left(y_1 \frac{\Im E}{\Im z_1} - z_1 \frac{\Im E}{\Im y_1}\right), \quad (23)$$

e per $r_1 = a_2$ a tre altre equazioni del tipo:

$$\frac{r_1 L_2}{2\varrho\omega^2} = r_1 \frac{du}{dr_1} - x_1 \left(\Theta - \frac{\Omega^2}{2\omega^2} \frac{1}{r_1} \int \Theta dr_1\right) + \frac{\Omega^2}{2\omega^2} r_1^2 \frac{\Im}{\Im x_1} \left(\frac{1}{r_1} \int \Theta dr_1\right) + \frac{1}{2} \left(y_1 \frac{\Im E}{\Im z_1} - z_1 \frac{\Im E}{\Im y_1}\right). (23_1)$$

Posto

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + u_4, (24)$$

si determinerà u_1 colla condizione che sia entro l'involucro $\mathcal{A}^{\boldsymbol{z}} u_1 = 0$ ed in superficie

$$\frac{du_1}{dr_1} = -\frac{\mathbf{L}_1}{2\varrho\,\omega^2} \quad \text{per} \quad r_1 = a_1 \quad , \quad \frac{du_1}{dr_1} = \frac{\mathbf{L}_2}{2\varrho\,\omega^2} \quad \text{per} \quad r_1 = a_2 \quad (25)$$

e per questo basterà nella (2) prendere $\psi_1 = -\frac{L_1}{2o\,\omega^2}$, $\psi_2 = \frac{L_2}{2o\,\omega^2}$.

Quanto alle u_2 ed u_3 si determineranno colla condizione che si abbia in tutto l'involuero

$$\Delta^{2}(u_{2} + u_{3}) + \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{\omega^{2}} \frac{\partial \Theta}{\partial x_{1}} = 0$$
 (26)

ed in superficie

$$r_1 \frac{du_2}{dr_1} = x_1 \left(\mathbf{\Theta} - \frac{\mathbf{\Omega}^2}{2 \omega^2} \frac{1}{r_1} \int \mathbf{\Theta} dr_1 \right) - \frac{\mathbf{\Omega}^2}{2 \omega^2} r_1^2 \frac{\Im}{\Im x_1} \left(\frac{1}{r_1} \int \mathbf{\Theta} dr_1 \right), \quad (27)$$

$$\frac{du_3}{dr_1} = 0 (27_1)$$

quando poi si aggiunga la condizione che la (27) regga non solo per i punti della superficie ma anche per tutti i punti dell'involucro, i valori delle u_2 , u_3 si desumeranno rispettivamente da quelli di ξ_1 , ξ_2 dati dalle (14), (18) cambiando ovunque x, r, e_s P_s , i_s P_s in x_1 , r_1 , Y_s , Z_s .

Se per le v e w, come si è fatto per la u, si pone

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$$
, $w = w_1 + w_2 + w_3 + w_4$,

dalle u_1, u_2, u_3 si passerà alle $v_1, v_2, v_3; w_1, w_2, w_3$ con semplici mutazioni di lettere.

Finalmente le u_4 , v_4 , w_4 si determineranno colla condizione di soddisfare entro l'involucro alla $\Delta^2 = 0$ ed in superficie alla

$$2 r_1 \frac{du_4}{dr_1} + y_1 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z_1} - z_1 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y_1} = 0, \qquad (28)$$

ed alle due che si ottengono da questa mutando u_4 in v_4 , w_4 ed y_1 , z_1 successivamente in z_1 , x_1 ; x_1 , y_1 . È facile riconoscere che le u_4 , v_4 , w_4 si esprimeranno mediante la funzione E colle stesse formule (26) della mia Nota citata al principio di questo paragrafo, e che per il calcolo della funzione E varrà ancora il procedimento ivi seguito (1).

7. Se le forze applicate sulle due superficie s_1 , s_2 non sono separatamente in equilibrio, si scomporranno in tre gruppi nel modo quì appresso. Si designino con A_1 , B_1 , C_1 ; A'_1 , B'_1 , C'_1 le somme algebriche delle componenti secondo gli assi coordinati delle forze applicate sulla superficie s_1 e le somme algebriche de' loro momenti rispetto a' medesimi, e con A_2 , B_2 , C_2 ; A'_2 , B'_2 , C'_2 le somme analoghe per la superficie s_2 . Poi si ponga

$$\begin{split} \mathbf{L}_1 &= \mathbf{L}_1{}^{(1)} + \mathbf{L}_1{}^{(2)} + \mathbf{L}_1{}^{(3)}, \, \mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_1{}^{(1)} + \mathbf{M}_1{}^{(2)} + \mathbf{M}_1{}^{(3)}, \, \mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_1{}^{(1)} + \mathbf{N}_1{}^{(2)} + \mathbf{N}_1{}^{(3)}, \\ \mathbf{L}_2 &= \mathbf{L}_2{}^{(1)} + \mathbf{L}_2{}^{(2)} + \mathbf{L}_2{}^{(3)}, \, \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2{}^{(1)} + \mathbf{M}_2{}^{(2)} + \mathbf{M}_2{}^{(3)}, \, \mathbf{N}_2 = \mathbf{N}_2{}^{(1)} + \mathbf{N}_2{}^{(2)} + \mathbf{N}_2{}^{(3)}, \\ \mathbf{con} \\ \mathbf{L}_1{}^{(2)} &= \frac{\mathbf{A}_1}{4\pi\,a^2} \;, \, \, \mathbf{M}_1{}^{(2)} = \frac{\mathbf{B}_1}{4\pi\,a^2} \;, \, \, \mathbf{N}_1{}^{(2)} = \frac{\mathbf{C}_1}{4\pi\,a^2} \;, \end{split}$$

$$\begin{split} \mathbf{L}_{1}^{(2)} &= \frac{1}{4\pi \, a_{1}^{2}} \;, \; \mathbf{M}_{1}^{(2)} = \frac{1}{4\pi \, a_{1}^{2}} \;, \; \mathbf{N}_{1}^{(2)} = \frac{1}{4\pi \, a_{1}^{2}} \;, \\ \mathbf{L}_{2}^{(2)} &= \frac{\mathbf{A}_{2}}{4\pi \, a_{2}^{2}} \;, \; \mathbf{M}_{2}^{(2)} = \frac{\mathbf{B}_{2}}{4\pi \, a_{2}^{2}} \;, \; \mathbf{N}_{2}^{(2)} = \frac{\mathbf{C}_{2}}{4\pi \, a_{2}^{2}} \;, \\ \mathbf{L}_{1}^{(3)} &= \frac{3 \left(\mathbf{B}_{1}' z - \mathbf{C}_{1}' y \right)}{8\pi \, a_{1}^{4}} \;, \; \mathbf{M}_{1}^{(3)} = \frac{3 \left(\mathbf{C}_{1}' x - \mathbf{A}_{1}' z \right)}{8\pi \, a_{1}^{4}} \;, \; \mathbf{N}_{1}^{(3)} = \frac{3 \left(\mathbf{A}_{1}' y - \mathbf{B}_{1}' x \right)}{8\pi \, a_{1}^{4}} \;, \\ \mathbf{L}_{2}^{(3)} &= \frac{3 \left(\mathbf{B}_{2}' z - \mathbf{C}_{2}' y \right)}{8\pi \, a_{2}^{4}} \;, \; \mathbf{M}_{2}^{(3)} = \frac{3 \left(\mathbf{C}_{2}' x - \mathbf{A}_{2}' z \right)}{8\pi \, a_{2}^{4}} \;, \; \mathbf{N}_{2}^{(3)} = \frac{3 \left(\mathbf{A}_{2}' y - \mathbf{B}_{2}' x \right)}{8\pi \, a_{2}^{4}} \;; \end{split}$$

la deformazione del corpo si potrà riguardare come risultante di tre, prodotte rispettivamente da' tre sistemi di forze:

$$\alpha$$
) $L_1^{(1)}, M_1^{(1)}, N_1^{(1)}; L_2^{(1)}, M_2^{(1)}, N_2^{(1)}$

$$\beta$$
) $L_1^{(2)}, M_1^{(2)}, N_1^{(2)}; L_2^{(2)}, M_2^{(2)}, N_2^{(2)},$

$$\gamma) \quad L_{1}{}^{(3)}, \, M_{1}{}^{(3)}, \, N_{1}{}^{(3)} \, \; ; \; L_{2}{}^{(3)}, \, M_{2}{}^{(3)}, \, N_{2}{}^{(3)},$$

ognuno de quali è in equilibrio per sè.

Le forze del sistema α) agenti sulle due superficie s_1 , s_2 sono separatamente in equilibrio e producono una deformazione che si calcolerà come è insegnato ne' paragrafi precedenti.

Nella deformazione prodotta dalle forze del sistema β), procedendo come nel \S 5, si trova per la dilatazione cubica il valore

$$\Theta = A_1 \frac{\partial H}{\partial x_1} + B_1 \frac{\partial H}{\partial y_1} + C_1 \frac{\partial H}{\partial z_1}, \qquad (29)$$

(1) V. loc. cit., pp. 590, 591.

ove

$$II = rac{1}{4\pi\varrho \, \Omega^2} \left(rac{1}{r_1} + rac{5 \left(\Omega^2 - \omega^2
ight)}{3 \, \Omega^2 - 4 \, \omega^2} \, \, rac{a_2{}^2 - a_1{}^2}{a_2{}^5 - a_1{}^5} \, r_1{}^2
ight).$$

Quanto alle componenti della rotazione, riflettendo che la deformazione è simmetrica rispetto al diametro uscente nella direzione $A_1:B_1:C_1$, si deducono dalle (22) prendendo E=0: ma nel nostro easo è

$$\frac{1}{r_1} \int \boldsymbol{\Theta} dr_1 = \mathbf{A}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \int \frac{\boldsymbol{H} dr_1}{r_1} + \mathbf{B}_1 \frac{\partial}{\partial y_1} \int \frac{\boldsymbol{H} dr_1}{r_1} + \mathbf{C}_1 \frac{\partial}{\partial z_1} \int \frac{\boldsymbol{H} dr_1}{r_1}$$

quindi, ponendo

$$H_1 = \frac{\Omega^2}{\omega^2} \int \frac{H \, dr_1}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varrho \, \omega^2} \left(-\frac{1}{r_1} + \frac{5 \left(\Omega^2 - \omega^2 \right)}{2 \left(3 \, \Omega^2 - 4 \, \omega^2 \right)} \, \frac{a_2{}^2 - a_1{}^2}{a_2{}^5 - a_1{}^{15}} \, r_1{}^2 \right),$$

sarà

$$\overline{\tau}_1 = B_1 \frac{\partial \overline{H}_1}{\partial z_1} - C_1 \frac{\partial \overline{H}_1}{\partial y_1}, \overline{\tau}_2 = C_1 \frac{\partial \overline{H}_1}{\partial x_1} - A_1 \frac{\partial \overline{H}_1}{\partial z_1}, \overline{\tau}_3 = A_1 \frac{\partial \overline{H}_1}{\partial y_1} - B_1 \frac{\partial \overline{H}_1}{\partial x_1} \cdot (30)$$

Se per gli spostamenti (u, v, w) si pone

$$u = u_1 - A_1 II_1, v = v_1 - B_1 II_1, w = w_1 - C_1 II_1,$$
 (31)

risulterà

$$\frac{\partial w_1}{\partial y_1} - \frac{\partial v_1}{\partial z_1} = 0 , \quad \frac{\partial u_1}{\partial z_1} - \frac{\partial w_1}{\partial x_1} = 0 , \quad \frac{\partial v_1}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial y_1} = 0 ,$$

e in conseguenza, accennata con P una funzione a determinare,

$$u_1 = \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial x_1}$$
, $v_1 = \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial y_1}$, $w_1 = \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial z_1}$

La funzione P nello spazio occupato dall'involucro dovrà soddisfare all'equazione

$$\mathcal{A}^{2} \mathcal{R} = A_{1} \frac{\Im (H + H_{1})}{\Im x_{1}} + B_{1} \frac{\Im (H + H_{1})}{\Im y_{1}} + C_{1} \frac{\Im (H + H_{1})}{\Im z_{1}},$$

che si cava dalla (29) mettendo in Θ per u, v, w i valori (31). Se si assume

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}' + r_1^2 \left(\mathbf{A}_1 \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x_1} + \mathbf{B}_1 \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial y_1} + \mathbf{C}_1 \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial z_1} \right) \tag{32}$$

con

$$\mathbf{T} = \frac{1}{4\sqrt{r_1}} \int \frac{(\mathbf{H} + \mathbf{H_1}) dr_1}{\sqrt{r_1}} = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{16\pi\varrho \omega^2 \Omega^2} \left(\frac{2}{r_1} + \frac{\Omega^2 + 2\omega^2}{3\Omega^2 - 4\omega^2} \frac{a_2^2 - a_1^2}{a_2^5 - a_1^5} r_1^2 \right),$$

ne verrà in tutto l'involucro 2º 9'= 0. Inoltre, se si osserva che

$$\frac{y_1 \, \varepsilon_3 - z_1 \, \varepsilon_2}{r_1} = \frac{y_1}{r_1} \left(\mathbf{A}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial y_1} - \mathbf{B}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial x_1} \right) - \frac{z_1}{r_1} \left(\mathbf{C}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial x_1} - \mathbf{A}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial z_1} \right) \\
= \mathbf{A}_1 \, \frac{dH_1}{dr_1} - \left(\mathbf{A}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial x_1} + \mathbf{B}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \mathbf{C}_1 \, \frac{\partial H_1}{\partial z_1} \right) \frac{x_1}{r_1} ,$$

e che

$$\frac{d}{dr_1} \frac{\Im\left(r_1^2 \frac{\Im \mathbf{T}}{\Im x_1}\right)}{\Im\left(x_1, y_1, z_1\right)} = \frac{1}{r_1} \frac{\Im\left(r_1^2 \frac{\Im}{\Im x_1} \left(r_1 \frac{d\mathbf{T}}{dr_1}\right)\right)}{\Im\left(x_1, y_1, z_1\right)},$$

così per $r_1 = a_1$, come per $r_1 = a_2$ seguiranno tre equazioni particolari del tipo:

$$0 = \frac{A_1}{4\pi \varrho r_1^2} + 2\omega^2 \frac{d}{dr_1} \frac{\Im \mathfrak{A}'}{\Im x_1} - \omega^2 A_1 \frac{dH_1}{dr_1}$$

$$+ \frac{2\omega^2}{r_1} \frac{\Im}{\Im x_1} \cdot r_1^2 \left(A_1 \frac{\Im}{\Im x_1} \left(r_1 \frac{d\mathbf{T}}{dr_1} \right) + B_1 \frac{\Im}{\Im y_1} \left(r_1 \frac{d\mathbf{T}}{dr_1} \right) + C_1 \frac{\Im}{\Im z_1} \left(r_1 \frac{d\mathbf{T}}{dr_1} \right) \right)$$

$$+ \frac{x_1}{r_1} \left(A_1 \frac{\Im}{\Im x_1} \left((\Omega^2 - 2\omega^2) \mathbf{H} - \omega^2 \mathbf{H}_1 \right) + B_1 \frac{\Im}{\Im y_1} \left((\Omega^2 - 2\omega^2) \mathbf{H} - \omega^2 \mathbf{H}_1 \right) \right)$$

$$+ C_1 \frac{\Im}{\Im z_1} \left((\Omega^2 - 2\omega^2) \mathbf{H} - \omega^2 \mathbf{H}_1 \right) \right),$$

le quali moltiplicate rispettivamente la prima per $\frac{x_1}{r_1}$, la seconda per $\frac{y_1}{r_1}$, la terza per $\frac{z_1}{r_1}$ e sommate membro a membro dopo facili riduzioni dànno

$$2\omega^2 \frac{d^2 \, \mathfrak{L}'}{d r_1^2} = A_1 \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial x_1} + B_1 \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial y_1} + C_1 \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial z_1},$$

dove

$$\begin{split} \mathbf{\Phi} &= \frac{1}{4\pi \varrho r_{1}} - (\Omega^{2} - 2\omega^{2}) \, \mathbf{H} + 2\omega^{2} \, \mathbf{H}_{1} - \frac{d}{dr_{1}} \left(r_{1}^{2} \frac{d\mathbf{T}}{dr_{1}} \right) \\ &= -\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{4\pi \varrho \, \Omega^{2}} \left(\frac{2}{r_{1}} + \frac{a_{2}^{2} - a_{1}^{2}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}} r_{1}^{2} \right) \cdot \end{split}$$

Ora

$$\left(\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x_1}\right)_{r_1=a_1} = -\frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\pi\varrho\,\Omega^2}\,x_1\left(-\frac{1}{{a_1}^3} + \frac{{a_2}^2 - {a_1}^2}{{a_2}^5 - {a_1}^5}\right) = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\pi\varrho\,\Omega^2}\,\,\frac{{a_2}^3 - {a_1}^3}{{a_2}^5 - {a_1}^5}{a_2}^2\left(\frac{x_1}{r_1^3}\right)_{r_1=a_1},$$

ossia

$$\left(r_{1}^{2}\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial x_{1}}\right)_{r_{1}=a_{1}} = -\frac{\Omega^{2}-\omega^{2}}{2\pi\varrho}\frac{\left(a_{2}^{3}-a_{1}^{3}\right)a_{1}^{2}a_{2}^{2}}{a_{2}^{5}-a_{1}^{5}}\left(\frac{\partial\frac{1}{r_{1}}}{\partial x_{1}}\right)_{r_{1}=a_{1}},$$

e similmente

$$\left(r_{1}^{2} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial x_{1}}\right)_{r_{1}=a_{2}} = -\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\pi\varrho \Omega^{2}} \frac{\left(a_{2}^{3} - a_{1}^{3}\right) a_{1}^{2} a_{2}^{2}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}} \left(\frac{\partial \frac{1}{r_{1}}}{\partial x_{1}}\right)_{r_{1}=a_{2}},$$

Quindi tanto per $r_1 = a_1$, quanto per $r_1 = a_2$ sarà

$$2\omega^{2} r_{1}^{2} \frac{d^{2} \mathcal{Q}'}{dr_{1}^{2}} = -\frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{2\pi\varrho \Omega^{2}} \frac{(a_{2}^{3} - a_{1}^{3}) a_{1}^{2} a_{2}^{2}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}} \left(A_{1} \frac{\partial \frac{1}{r_{1}}}{\partial x_{1}} + B_{1} \frac{\partial \frac{1}{r_{1}}}{\partial y_{1}} + C_{1} \frac{\partial \frac{1}{r_{1}}}{\partial z_{1}} \right). (33)$$

Ma le funzioni così del primo come del secondo membro sono, entro lo spazio occupato dall'involucro, finite, continue, ad un sol valore e vi soddisfano alla $\mathcal{A}^2 = 0$: perciò l'eguaglianza tra i due membri non sussisterà soltanto per i punti delle due superficie limiti, ma per tutti i punti dell'involucro. In conseguenza coll'integrazione la (33) ci darà

$$\mathfrak{T}' = -\left(\mathbf{A}_1 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial x_1} + \mathbf{B}_1 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y_1} + \mathbf{C}_1 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial z_1}\right),\tag{34}$$

dove

$$\mathbf{S} = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{24\pi\varrho\omega^2} \frac{a_2^3 - a_1^3}{a_2^5 - a_1^5} \frac{a_1^2 a_2^2}{r_1}.$$

8. Al sistema di forze γ) corrisponde una deformazione per la quale $\Theta = 0$; in conseguenza (v. § 6, eq. 27)

$$\overline{\varepsilon}_1 = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x_1}, \quad \overline{\varepsilon}_2 = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y_1}, \quad \overline{\varepsilon}_3 = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z_1},$$

ed in tutto l'involucro sarà non solo $\mathcal{A}^2 E = 0$, ma ancora

$$\Delta^2 u = 0$$
 $\Delta^2 v = 0$, $\Delta^2 w = 0$.

Sulla superficie $r_1 = a_1$ reggeranno tre equazioni del tipo:

$$2\omega^{2} \frac{du}{dr_{1}} + \frac{3}{8\pi\varrho a_{1}^{4}} \left(B'_{1} z_{1} - C'_{1} y_{1} \right) + \frac{\omega^{2}}{r_{1}} \left(y_{1} \frac{\partial E}{\partial z_{1}} - z_{1} \frac{\partial E}{\partial y_{1}} \right) = 0,$$

che si può anche scrivere

$$r_1 \frac{du}{dr_1} = \frac{3}{16\pi\varrho\omega^2} \left(B'_1 \frac{\gamma \frac{1}{r_1}}{\gamma z_1} - C'_1 \frac{\gamma \frac{1}{r_1}}{\gamma y_1} \right) - \frac{1}{2} \left(y_1 \frac{\gamma E}{\gamma z_1} - z_1 \frac{\gamma E}{\gamma y_1} \right), \tag{35}$$

e, per essere $A'_1 + A'_2 = 0$, $B'_1 + B'_2 = 0$, $C'_1 + C'_2 = 0$, le medesime equazioni (35) sussisteranno ancora per $r_1 = a_2$. Anzi possiamo dire che esse valgono per tutti i punti dell'involucro, attesochè le funzioni de' due membri sono in tutto l'involucro finite, continue, ad un sol valore e vi soddisfano alla $\mathcal{A}^2 = 0$.

È facile verificare che

$$\frac{\partial}{\partial y_1} \left(r_1 \frac{dw}{dr_1} \right) - \frac{\partial}{\partial z_1} \left(r_1 \frac{dv}{dr_1} \right) = \frac{d}{dr_1} \cdot r_1 \left(\frac{\partial w}{\partial y_1} - \frac{\partial v}{\partial z_1} \right) = \frac{d}{dr_1} \left(r_1 \frac{\partial E}{\partial x_1} \right); \quad (36)$$

quindi prendendo per $r_1 \frac{dw}{dr_1}$, $r_1 \frac{dv}{dr_1}$ le espressioni fornite dalle (35) si trova

$$\frac{\partial}{\partial y_1} \left(r_1 \frac{dw}{dr_1} \right) - \frac{\partial}{\partial z_1} \left(r_1 \frac{dv}{dr_1} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{d \cdot r_1}{dr_1} E$$

$$- \frac{\partial}{\partial x_1} \cdot \frac{3}{16 \pi \varrho \omega^2} \left(A'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x_1} + B'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} + C'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z_1} \right) \tag{37}$$

e, se si avverte che

$$\frac{d}{dr_1}\!\!\left(r_1\frac{\Im\mathbf{E}}{\Im x_1}\right) = \frac{\Im}{\Im x_1}\left(r_1\frac{d\mathbf{E}}{dr_1}\right),$$

dal paragone della (36) colla (37) nasce

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(r_1 \frac{d\mathbf{E}}{dr_1} - \frac{1}{2} \frac{d \cdot r_1 \mathbf{E}}{dr_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t_1} \left(\mathbf{A}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x_1} + \mathbf{B}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} + \mathbf{C}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z_1} \right) = 0,$$
ossia

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(r_1 \frac{d\mathbf{E}}{dr_1} - \mathbf{E} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mathbf{A}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x_1} + \mathbf{B}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} + \mathbf{C}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z_1} \right) = 0.$$

Da questa equazione e dalle altre due analoghe si deduce che la funzione

$$r_1 \frac{d\mathbf{E}}{dr_1} - \mathbf{E} + \frac{3}{8\pi\varrho\omega^2} \left(\mathbf{A}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im x_1} + \mathbf{B}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im y_1} + \mathbf{C}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im z_1} \right)$$

è una costante, che si può anche supporre uguale a zero, nulla ostando che alla funzione. E venga aggiunta una costante qualunque. Pertanto sarà

$$r_1 \frac{d\mathbf{E}}{dr_1} - \mathbf{E} = -\frac{3}{8\pi\varrho\omega^2} \left(\mathbf{A}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x_1} + \mathbf{B}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} + \mathbf{C}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z_1} \right),$$

e in seguito coll'integrazione se ne trae

$$\mathbf{E} = \frac{1}{8\pi\rho\omega^2} \left(\mathbf{A}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x_1} + \mathbf{B}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} + \mathbf{C}'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z_1} \right).$$

Dopo ciò la (35) diventa

$$r_1 \frac{du}{dr_1} = \frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \left(B'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial \varepsilon_1} - C'_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} \right),$$

che integrata ci dà

$$u = \frac{1}{8\pi\varrho\omega^2} \left(C'_{1} \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y_1} - B'_{1} \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z_1} \right); \tag{38}$$

analogamente si avrà

$$v = \frac{1}{8\pi\varrho\omega^2} \left(\mathbf{A}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im z_1} - \mathbf{C}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im x_1} \right), \ w = \frac{1}{8\pi\varrho\omega^2} \left(\mathbf{B}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im x_1} - \mathbf{A}'_1 \frac{\Im \frac{1}{r_1}}{\Im y_1} \right), \ (38_1)$$

prescindendo da costanti arbitrarie additive, le quali rappresentano spostamenti senza influsso sulla deformazione.

9. Quando anche sopra i singoli elementi dell'involucro agiscono forze esterne, conviene distinguere il caso in cui esse costituiscono un sistema di forze in equilibrio per sè da quello in cui ciò non avviene. Cominciamo dal primo caso. La deformazione totale del corpo si potrà pensare come risultante di due: l'una prodotta dalle forze applicate alle due superficie limiti e che si calcolerà come s'è visto ne' paragrafi precedenti: l'altra prodotta dalle forze che sollecitano i singoli elementi. Per questa seconda deformazione, accennando come di solito con $\varrho X dS$, $\varrho Y dS$, $\varrho Z dS$ le componenti della forza esterna agente sull'elemento di volume dS, la dilatazione cubica sarà data da

$$\Theta = \frac{1}{4\pi \Omega^2} \int_{S} \left(X \left(\frac{\Im \frac{1}{R}}{\Im x_1} - \xi \right) + Y \left(\frac{\Im \frac{1}{R}}{\Im y_1} - \eta \right) + Z \left(\frac{\Im \frac{1}{R}}{\Im z_1} - \xi \right) \right) dS,$$

e di essa potremo fare due parti Θ_1 , Θ_2 espresse rispettivamente nel modo quì

appresso:

$$\Theta_{1} = \frac{1}{4\pi \Omega^{2}} \left(\frac{\Im \left(X dS}{\Im x_{1}} \right) \left(X dS + \frac{\Im}{\Im y_{1}} \left(X dS + \frac{\Im}{\Im y_{1}} \right) \left(X dS + \frac{\Im}{\Im z_{1}} \left(X dS + \frac{\Im}{\Im z_{1}} \right) \right) \right)$$
(39)

$$\Theta_2 = -\frac{1}{4\pi \Omega^2} \int_{\mathcal{S}} (X\xi + Y\eta + Z\xi) dS. \tag{40}$$

Immaginiamo tutto lo spazio occupato da un corpo isotropo identico a quello onde è formato l'involucro. Esso sarà composto di tre parti, cioè: dell'involucro S, della sfera S_1 limitata dalla superficie s_1 e di una regione S_2 estendentesi all'infinito e limitata a distanza finita dalla superficie s_2 . Immaginiamo ancora che i punti a distanza infinita sieno tenuti fissi e che nelle regioni S_1 , S_2 non agiscano forze esterne, mentre a' punti della regione S sieno applicate le forze X, Y, Z cui abbiam supposto essere soggetti i punti dell'involucro. La dilatazione cubica in un punto qualunque così dell'involucro S, come delle regioni S_1 , S_2 sarà precisamente la Θ_1 data dalla (39). Indichiamo con μ_1 , ν_1 , μ_2 gli spostamenti nella corrispondente deformazione.

Se ora si concepiscono soppresse le parti S_1 , S_2 ed applicate a' singoli elementi delle superficie s_1 , s_2 forze uguali ed opposte alle azioni, che attrave so a' predetti elementi esercitano sopra l'involucro S le parti soppresse, la dilatazione cubica prodotta nel corpo da queste forze sarebbe precisamente la Θ_2 . Le forze distribuite sopra s_1 costituiscono un sistema in equilibrio per sè, e così pure le forze distribuite sopra s_2 . Quindi la Θ_2 si deve ridurre alla forma (21), ciò che d'altronde è facile verificare direttamente, e gli spostamenti u_2 , v_2 , w_2 della corrispondente deformazione si potranno assegnare col procedimento del S 5.

Pertanto gli spostamenti u, v, w de' punti dell' involucro sotto l'azione delle forze X, Y, Z saranno dati da

$$u = u_1 + u_2$$
, $v = v_1 + v_2$, $w = w_1 + w_2$.

L'assegnazione degli spostamenti u_1, v_1, w_1 non offre difficoltà di sorta (1).

10. Se le forze che sollecitano i singoli elementi di volume dell'involucro e quelle applicate alle superficie limiti non si fanno separatamente equilibrio, converrà tenere il seguente procedimento. Prima di tutto si scomporranno le forze applicate sulle due superficie s_1 , s_2 ne' tre gruppi α , β , γ) come al \S 7, e così pure in tre gruppi

$$\alpha_1$$
) X_1, Y_1, Z_1

$$\beta_1$$
) X_2 , Y_2 , Z_2 .

$$\gamma_1$$
) X_3 , Y_3 , Z_3

quelle applicate a' singoli elementi di volume prendendo

$$X_{2} = \frac{3A}{4\pi (a_{2}^{3} - a_{1}^{3})}, Y_{2} = \frac{3B}{4\pi (a_{2}^{3} - a_{1}^{3})}, Z_{2} = \frac{3C}{4\pi (a_{2}^{3} - a_{1}^{3})}, X_{3} = \frac{15 (B'z - C'y)}{8\pi (a_{2}^{5} - a_{1}^{5})}, Y_{3} = \frac{15 (C'x - A'z)}{8\pi (a_{2}^{5} - a_{1}^{5})}, Z_{3} = \frac{15 (A'y - B'x)}{8\pi (a_{2}^{5} - a_{1}^{5})}$$

(1) Cfr., ex. g., l'opera di Boussinesq dal titolo: Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, pp. 281-291.

con

$$A = \int_{S} X \ dS \ , \ B = \int_{S} Y \ dS \ , \ C = \int_{S} Z \ dS \ ,$$

$$A' = \int_{S} (Zy - Yz) \ dS \ , \ B' = \int_{S} (Xz - Zx) \ dS \ , \ C' = \int_{S} (Yx - Xy) \ dS \ .$$

La deformazione dell'involucro si potrà riguardare come risultante di altre quattro prodotte rispettivamente da sistemi di forze α); α_1); β) e β_1); γ) e γ_1) ognuno de' quali è in equilibrio per sè. Quanto alle deformazioni dovute a' sistemi α) ed α_1) nulla è da aggiungere a quel che è stato detto ne paragrafi precedenti: non resta quindi che a mostrare come si calcolino le deformazioni provocate da sistemi β) $(e \beta_1)$; $\gamma)$ $(e \gamma_1)$.

Per la deformazione prodotta dal sistema di forze β) e β_1) dovranno essere soddisfatte tre equazioni indefinite del tipo:

$$(\Omega^{2} - \omega^{2}) \frac{\partial \Theta}{\partial x_{1}} + \omega^{2} \Delta^{2} u + \frac{3\Lambda}{4\pi (a_{2}^{3} - a_{1}^{3})} = 0, \qquad (41)$$

e per $r_1 = a_1$ tre equazioni particolari come

$$\frac{A_1}{4\pi\varrho \, a_1^2} + 2\,\omega^2 \, \frac{du}{dr_1} + (\Omega^2 - 2\,\omega^2) \, \Theta \, \frac{x_1}{r_1} + \frac{\omega^2}{r_1} (y_1 \, \varepsilon_3 - z_1 \, \varepsilon_2) = 0 \,, \quad (42)$$

e per $r_1 = a_2$ tre altre come

$$\frac{\mathbf{A}_{2}}{4\pi\varrho \, a_{2}^{2}} - 2\,\omega^{2}\,\frac{du}{dr_{1}} - (\Omega^{2} - 2\,\omega^{2})\,\boldsymbol{\Theta}\,\frac{x_{1}}{r_{1}} - \frac{\omega^{2}}{r_{1}}\,(y_{1}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{3} - z_{1}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{2})\,. \tag{42}_{1}$$

Scomponiamo le forze agenti sulle due superficie s_1 , s_2 in due gruppi ponendo

$$A_1 = A_1' + A_1'', B_1 = B_1' + B_1'', C_1 = C_1' + C_1'',$$

 $A_2 = A_2' + A_2'', B_1 = B_2' + B_2'', C_2 = C_2' + C_2''$

prendendo
$$A'_{1} = A_{1} - \frac{\varrho A \ a_{1}^{3}}{a_{2}^{3} - a_{1}^{3}} \ , \ B'_{1} = B_{1} - \frac{\varrho B \ a_{1}^{3}}{a_{2}^{3} - a_{1}^{3}} \ , \ C'_{1} = C_{1} - \frac{\varrho C \ a_{1}^{3}}{a_{2}^{3} - a_{1}^{3}} \ ,$$

$$A'_{2} = A_{2} + \frac{\varrho A \ a_{2}^{3}}{a_{2}^{3} - a_{1}^{3}} \ , \ B'_{2} = B_{2} + \frac{\varrho B \ a_{2}^{3}}{a_{2}^{3} - a_{1}^{3}} \ , \ C'_{2} = C_{2} + \frac{\varrho C \ a_{2}^{3}}{a_{2}^{3} - a_{1}^{3}} \ .$$

ne verrà in conseguenza

$$\begin{array}{lll} A_{1}'' = \frac{\varrho A \, \alpha_{1}^{3}}{\alpha_{2}^{3} - \alpha_{1}^{3}} & , & B_{1}'' = \frac{\varrho B \, \alpha_{1}^{3}}{\alpha_{2}^{3} - \alpha_{1}^{3}} & , & C_{1}'' = \frac{\varrho C \, \alpha_{1}^{3}}{\alpha_{2}^{3} - \alpha_{1}^{3}} \\ A_{2}'' = -\frac{\varrho A \, \alpha_{2}^{3}}{\alpha_{2}^{3} - \alpha_{1}^{3}} & . & B_{2}'' = -\frac{\varrho B \, \alpha_{2}^{3}}{\alpha_{2}^{3} - \alpha_{1}^{3}} & , & C_{2}'' = -\frac{\varrho C \, \alpha_{2}^{3}}{\alpha_{2}^{3} - \alpha_{1}^{3}} \end{array}. (\beta'') \end{array}$$

Le forze del gruppo β') sono in equilibrio per sè e producono una deformazione che si calcolerà colle formole del § 7. Quanto alla deformazione dovuta al sistema β'') e β_1), poichè essa è simmetrica rispetto al diametro uscente nella direzione A:B:C, una volta trovato il valore della dilatazione cubica

$$\Theta = k \left(A \, x_1 + B \, y_1 + C \, z_1 \right) \,, \ k = \frac{1}{4\pi \left(\Omega^2 - \omega^2 \right) \left(a_2{}^3 - a_1{}^3 \right)} \tag{43}$$

si otterranno quelli delle componenti delle rotazioni mediante le formule (3) del

§ 1, dalle quali nel caso nostro si trae:

$$\mathfrak{E}_{1} = k_{1} \left(\mathbf{B} \, z_{1} - \mathbf{C} \, y_{1} \right) , \ \mathfrak{E}_{2} = k_{1} \left(\mathbf{C} \, x_{1} - \mathbf{A} \, z_{1} \right) , \ \mathfrak{E}_{3} = k_{1} \left(\mathbf{A} \, y_{1} - \mathbf{B} \, x_{1} \right)$$

$$k_{1} = \frac{5 \, \Omega^{2} - 6 \, \omega^{2}}{4 \pi \, \omega^{2} \left(3 \, \Omega^{2} - 4 \, \omega^{2} \right) \left(a_{2}^{3} - a_{1}^{3} \right)} .$$
(44)

Posto

$$u = u_1 + u_2$$
, $v = v_1 + v_2$, $w = w_1 + w_2$,

potremo prendere

$$u_{1} = \frac{A}{2} \Big((k + k_{1}) x_{1}^{2} - k_{1} r_{1}^{2} \Big), \ v_{1} = \frac{B}{2} \Big((k + k_{1}) y_{1}^{2} - k_{1} r_{1}^{2} \Big), \ \omega_{1} = \frac{C}{2} \Big((k + k_{1}) z_{1}^{2} - k_{1} r_{1}^{2} \Big)$$
ed

$$u_2 = \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial x_1}$$
 , $v_2 = \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y_1}$, $w_2 = \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z_1}$,

quando si assuma per Φ una funzione che nell'interno dell'involucro soddisfi alla $\mathbf{\Delta}^2 \Phi = 0$, ed in superficie così per $r_1 = a_1$, come per $r_1 = a_2$ a tre equazioni particolari del tipo:

$$\frac{\Im}{\Im x_{1}} \left(r_{1} \frac{d\Phi}{dr_{1}} - \Phi \right) + K \left(A \left(x_{1}^{2} - \frac{r_{1}^{2}}{3} \right) - 2 \left(B y_{1} + C z_{1} \right) x_{1} \right) = 0,$$

$$K = \frac{\Omega^{2} - \omega^{2}}{4\pi \omega^{2} \left(3 \Omega^{2} - 4 \omega^{2} \right) \left(a_{2}^{3} - a_{1}^{3} \right)}.$$

Se moltiplichiamo rispettivamente la prima di esse per x_1 , la seconda per y_1 , la terza per z_1 e le sommiamo poi membro a membro, siam condotti all'equazione

$$r_1 \frac{d}{dr_1} \left(r_1 \frac{d\Phi}{dr_1} - \Phi \right) = K \left(A(3r_1^2 - x_1^2) x_1 + B(3r_1^2 - y_1^2) y_1 + C(3r_1^2 - z_1^2) z_1 \right), (45)$$

da cui per via d'integrazione potremo cavare Φ , quando si rifletta che i due membri sono funzioni, le quali soddisfano e l'una e l'altra alla $\mathcal{A}^2 = 0$, e che in conseguenza l'equazione (45) ha luogo non solo in superficie ma in tutto l'involucro: ne verrà

$$\Phi = \frac{K}{6} \left(A \left(3 \, r_1^2 - 5 \, x_1^2 \right) x_1 + B \left(3 \, r_1^2 - 5 \, y_1^2 \right) y_1 + C \left(3 \, r_1^2 - 5 \, z_1^2 \right) z_1 \right).$$

11. Passando finalmente a considerare la deformazione prodotta dal sistema di forze γ) e γ_1), scomporremo il gruppo di forze γ) in due γ') e γ'') sostituendo nelle espressioni delle forze del gruppo γ) rispettivamente al posto di A'_1 , B'_1 , C'_1 ; A'_2 , B'_2 , C'_2 una volta

$$A'_{1} - \frac{\varrho A' a_{1}^{5}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}}, \quad B'_{1} - \frac{\varrho B' a_{1}^{5}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}}, \quad C'_{1} - \frac{\varrho C' a_{1}^{5}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}}, \\
 A'_{2} + \frac{\varrho A' a_{2}^{5}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}}, \quad B'_{2} + \frac{\varrho B' a_{2}^{5}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}}, \quad C'_{2} + \frac{\varrho C' a_{2}^{5}}{a_{2}^{5} - a_{1}^{5}},$$

ed un'altra

$$\frac{\varrho \text{ A}' a_1^5}{a_2^5 - a_1^5}, \frac{\varrho \text{ B}' a_1^5}{a_2^5 - a_1^5}, \frac{\varrho \text{ C}' a_1^5}{a_2^5 - a_1^5}, \\
-\frac{\varrho \text{ A}' a_2^5}{a_2^5 - a_1^5}, -\frac{\varrho \text{ B}' a_2^5}{a_2^5 - a_1^5}, -\frac{\varrho \text{ C}' a_2^5}{a_2^5 - a_1^5}.$$

Il gruppo γ') è in equilibrio per sè e la deformazione corrispondente si calcolerà come al § 8. Le forze del sistema γ'') e γ_1) dànno luogo ad una deformazione, per la quale la dilatazione cubica Θ è nulla: quanto alle rotazioni si ottengono sia giovandosi di alcune formole stabilite nella mia Memoria: *Ricerche* ecc., già citata al principio di questo lavoro (¹), sia direttamente ponendo

$$\varepsilon_{1} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x_{1}} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial y_{1}} - \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z_{1}}, \quad \varepsilon_{2} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y_{1}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z_{1}} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_{1}}, \quad \varepsilon_{3} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z_{1}} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x_{1}} - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y_{1}}$$
con

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}' \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial z_1} - \mathbf{C}' \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y_1} \ , \ \mathbf{G} = \mathbf{C}' \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x_1} - \mathbf{A}' \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial z_1} \ , \ \ \mathbf{H} = \mathbf{A}' \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y_1} - \mathbf{B}' \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x_1} \ ,$$

dove Q è funzione solamente di r_1 ed E una funzione finita, continua, ad un sol valore e soddisfacente alla $\Delta^2 = 0$. Fatte le debite sostituzioni nelle equazioni indefinite, risulta per Q l'equazione

$$\frac{d}{dr_1} \left(\frac{1}{r_1^2} \frac{d}{dr_1} \left(r_1^2 \frac{dQ}{dr_1} \right) \right) + \frac{15 \, r_1}{8\pi \, \omega^2 \left(a_2^5 - a_1^5 \right)} = 0 \,,$$

dalla quale, trascurando termini che introdurrebbero termini costanti in \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 e che sono senza influsso sulla deformazione, si trae

$$Q = \frac{\beta}{r_1} - \alpha \, r_1^4 \quad , \quad \alpha = \frac{3}{64\pi \, \omega^2 \, (a_2{}^5 - a_1{}^5)}$$

con β costante arbitraria. Posto

$$u = u_1 + u_2$$
, $v = v_1 + v_2$, $w = w_1 + w_2$

e presi

$$u_1 = F$$
, $u_1 = G$, $w_1 = H$

ne verranno per u_2 , v_2 , w_2 le equazioni indefinite

$$\Delta^2 u_2 = 0$$
, $\Delta^2 v_2 = 0$, $\Delta^2 w_2 = 0$

ed ai limiti così per $r_1 = a_1$ come per $r_1 = a_2$ tre equazioni del tipo

$$\frac{3\beta(\mathbf{B}'z_1 - \mathbf{C}'y_1)}{r_1^3} + 2r_1\frac{du_2}{dr_1} + y_1\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z_1} - z_1\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y_1} = 0,$$

alle quali si soddisfa assumendo $\beta = 0$, E = 0, $u_2 = 0$, $v_2 = 0$, $v_2 = 0$, e quindi

$$Q = -\frac{3r_1^4}{64\pi\omega^2(a_2^5 - a_1^5)}.$$

(1) V. loc. cit., p. 90.

Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1889.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 1º giugno 1890.

(Con una tavola).

Ho l'onore di presentare a questa R. Accademia, nei modi e forme adottate negli anni precedenti, l'effemeride e la statistica idrometrica del fiume Tevere pel decorso anno 1889, che è l'ottavo del settimo periodo decennale delle quotidiane sue osservazioni.

Presento, per conseguenza, il registro delle altezze del pelo d'acqua del Tevere osservate al mezzodì di ciascun giorno di detto anno, all'idrometro collocato presso Orte ed a quello di Ripetta; ossia prima e dopo la confluenza dell'Aniene.

In pari tempo presento l'effemeride e la statistica idrometrica dello stesso fiume Aniene, ossia il registro dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume osservata quotidianamente, durante l'anno 1889, all'ora sopraindicata, all'idrometro collocato all'origine dei cunicoli del monte Catillo presso Tivoli.

Finalmente completo dette effemeridi colle corrispondenti rappresentazioni grafiche o diagrammi.

Ritenendo i consueti limiti per gli stati, di magra, ordinario, d'intumescenza e di piena del Tevere (1), dall'esame della rispettiva effemeride si rileva che nell'anno 1889 il Tevere corse in magra per 69 giorni; si mantenne in stato ordinario per 258 giorni; fu intumescente durante 38 giorni, e non raggiunse mai lo stato di vera e minacciosa piena.

Dalla statistica idrometrica poi si deduce che l'altezza media generale del pelo d'acqua del Tevere misurata all'idrometro di Ripetta nell'anno 1889 fu di m. 6,82.

Per conseguenza lo stato prevalente del Tevere durante l'anno 1889 fu lo stato ordinario, non senza però un notevole periodo d'intumescenza; come lo conferma il fatto di essere l'altezza media generale di detto anno, molto prossima a quella verificatasi nei 78 anni di osservazione (che è di metri 6,70); però ad essa alquanto superiore.

(¹) Considero il Tevere in stato di magra finchè l'altezza del suo pelo d'acqua misurata all'idrometro di Ripetta non raggiunge m. 6,00; in stato ordinario quando la detta altezza, toccati i metri 6,00 non raggiunge i metri 8,00; in stato d'intumescenza finchè oscilla dagli 8 ai 12 metri; in stato di vera e minacciosa piena quando tocca o supera i metri 12.

Effemeride del Tevere, · ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1889.

	, rata	o ata	rata	rata	ata	ata	rata	rata	rata	rata	rata	e ata
NI	naio osservata lin.	rai sserv lin.	zo sserv lin.	ile sserv lin.	Sserv In.	gn c sserv lin.	glio osservata . lin.	sto sserv lin.	ombre osservata lin.	bre sserv lin.	onservata lin.	n.b. sserv lin.
GIORNI del mese	Gennaio Itezza osserva Met. lin.	Febbraio Itezza esservat Met. lin.	Marzo ezza osser Met. lin.	A prile	Maggio ezza osserve Met. lin.	Cingno bezza osserva Met. lin.	Luglio ezza osserv Met. lin.	Agosto sza osserva Met. lin.	ter	Ottobre kezza osserva Met. lin.	ver za o Iet.	Dicembre Itezza osservata Met. lin.
g g	Gen Altezza Met.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Gingno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osserv Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
												
1	1,62	1,20	2,25	1,68	1,65	1,70	2,02	1,13	1,02	1,08	3,92	2,18
2	1,60	1,18	2,13	1,68	1,61	1,67	1,73	1,13	1,02	1,53	2,63	2,03
3	1,58	1,18	2,00	1,48	1,57	1,85	1,63	1,13	1,02	1,70	2,09	1,70
4	1,58	1,73	2,29	2,20	1,70	2,60	1,78	1,13	1,02	1,38	1,86	1,64
5	1,54	2,20	-2,06	2,00	1,60	2,85	1,70	1,12	1,02	1,20	1,74	1,58
6	1,47	2,00	2,64	1,90	1,58	2,10	1,58	1,12	1,02	1,26	1,64	1,54
7	1,47	1,88	2,10	2,41	1,76	1,87	2,42	1,12	1,42	1,20	1,58	1,51
8	. 1,41	1,76	1,96	2,70	1,70	1,76	1,96	1,12	1,10	2,70	1,71	1,50
9	1,37	1,70	1,88	3,75	1,65	1,70	1,72	1,12	1,05	1,88	1,66	1,50
10	1,34	1,75	2,77	3,30	1,61	1,82	1,66	1,12	1,04	1,70	1,63	1,50
11	2,82	1,69	2,65	2,71	1,63	2,12	1,60	1,11	1,03	1,58	1,60	1,49
12	2,65	1,65	2,25	2,40	1,65	1,88	1,48	1,10	1,03	1,76	1,57	1,48
13	1,90	2,31	3,22	2,45	1,56	1,74	1,41	1,10	1,03	2,38	1,54	1,46
14	1,94	2,73	2,50	2,26	1,52	1,70	1,37	1,09	1,03	2,36	1,50	1,45
15	2,24	2,10	2,20	2,10	1,50	2,30	1,34	1,14	1,03	2,22	1,46	1,44
16	2,00	1,88	2,00	1,94	1,49	3,91	1,31	1,10	1,02	1,72	1,44	1,43
17	1,90	1,74	1,87	2,83	1,57	3,32	1,29	1,09	1,08	1,60	1,39	1,42
18	1,85	1,69	1,77	3,41	1,58	2,30	1,26	1,08	1,05	1,80	1,36	1,40
19	1,74	1,63	1,74	2,60	1,58	2,23	1,22	1,07	1,04	1,92	1,35	1,39
20	1,65	1,60	1,70	2,15	2,16	2,08	1,20	1,06	1,04	2,30	1,32	1,38
21	1,58	1,63	2,45	2,00	2,23	1,86	1,19	1,06	1,04	2,40	1,27	1,37
22	1,52	1,88	2,80	1,92	2,14	1,76	1,18	1,06	1,03	1,93	1,21	1,36
23	1,47	1,74	2,48	1,84	2,46	1,70	1,17	1,05	1,03	1,72	1,16	1,35
24	1,43	1,68	2,37	1,76	2,60	1,66	1,17	1,05	1,03	1,65	1,13	1,34
25	1,33	1,60	2,10	1,70	2,20	1,63	1,16	1,05	1,10	1,58	1,09	1,33
26	1,34	1,56	1,88	2,25	1,88	1,57	1,15	1,04	1,05	1,53	1,06	1,31
27	1,30	1,53	1,77	2,40	2,72	1,54	1,14	1,04	1,05	1,48	3,66	1 30
28	1,27	2,85	1,76	2,10	2,26	1,51	1,25	` 1,03	1,04	1,45	3,92	2,39
29	1,24		1,75	1,94	2,15	3,21	1,17	1,03	1,04	1,42	3,63	2,36
30	1,21		1,74	1,73	1,80	2,54	1,15	1,03	1,04	1,37	2,67	2,17
31	1,20		1,72		1,76		1,14	1,02		1,80		2,34
Sommata	50,61	50,07	66,80	67,59	56,87	62,48	44,55	33,61	31,56	53,60	55,79	49,64
Media	1,63	1,79	2,15	2,26	1,83	2,08	1,44	1,09	1,05	1,73	1,86	1,60
Massima	2,82	2,85	3,22	3,75	2,72	3,91	2,42	1,13	1,42	2,70	3,92	2,36
Minima	1,20	1,18	1,70	1,48	1,49	1,51	1,14	1,02	1,02	1,08	1,06	1,30
Differenza	1,62	1,67	1,52	2,27	1,23	2,40	1,28	0,11	0,40	1,62	2,86	1,06

Effemeride del Tevere, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1889.

the the ometro at Inspecta at messous at consens ground action 1000.												
GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Mct. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	6,18	5,96	8,12	6,78	7,01	6,87	7,51	6,08	5,80	5,89	10,70	7,95
2	6,18	6,15	8,10	6,70	6,94	6,75	7,24	6,03	5,80	.6,21	9,76	7,46
3	6,15	6,06	7,83	6,75	6,88	6,70	6,68	5 98	5,79	6,49	7,97	7,17
4	6,08	6,05	7,92	7,81	6,90	7,84	6,54	5,98	5,79	6,55	7,33	6,97
5	6,02	6,70	7,86	7,25	7,12	7,79	7,25	5,95	5,79	6,27	7,02	6,83
6	5,97	7,38	7,84	6,95	7,00	7,58	6,54	5,93	5,79	6,14	6,87	6,73
7	5,93	6,85	7,85	6,63	7,11	6,96	6,54	5,91	5,79	6,51	7,94	6,67
8	5,94	6,47	7,26	8,72	6,96	6,76	7,59	5,91	5,79	7,62	7,29	6,62
9	5,92	6,36	7,03	11,20	6,90	6,64	7,00	5,91	6,10	8,24	6,94	6,54
10	5,92	6,38	7,34	10,50	6,78	6,60	6,85	5,91	5,91	6,94	6,74	6,53
11	6,41	6,63	8,52	9,05	6,73	6,68	6,54	5,89	5,85	6,53	6,62	6,46
12	8,11	6,67	7,79	8,72	6,82	7,20	6,39	5,88	5,82	6,86	6,56	6,45
13	6,22	7,27	8,75	8,31	6,72	6,91	6,31	5,87	5,81	8,23	6,50	6,43
14	6,86	7,34	8,65	8,02	6,60	6,64	6,24	5,86	5,80	8,71	6,45	6,42
15	7,55	7,34	7,84	7,70	6,56	6,57	6,21	5,95	5,80	8,00	6,38	6,38
16	6,88	6,95	7,65	7,56	6,56	9,09	6,17	6,05	5,80	7,40	6,36	6,35
17	6,66	6,76	7,29	7,56	6,61	8,50	6,15	5,91	5,89	7,05	6,33	6,32
18	6,61	6,60	7,05	10,03	6,80	8,16	6,14	5,89	5,95	6,94	6,30	6,28
19	6,43	6,47	6,89	9,14	6,78	7,78	6,12	5,85	5,91	7,31	6,28	6,25
20	6,37	6,41	6,81	8,31	7,12	7,18	6,12	5,85	5,86	7,60	6,25	6,24
21	6,37	6,38	6,82	7,94	7,23	6,92	6,11	5,85	5,82	8,73	6,22	6,22
22	6,20	6,45	8,56	7,66	7,45	6,69	6,13	5,83	5,82	8,24	6,21	6,20
23	6,17	6,36	8,72	7,49	7,40	6,66	6,05	5,83	5,83	7,49	6,18	6,17
24	6,11	6,34	8,27	7,33	8,69	6,97	6,05	5,82	5,87	7,06	6,17	6,17
25	6,06	6,29	7,75	7,23	7,90	6,67	6,03	5,82	5,88	6,95	6,15	6,17
26	6,01	6,26	7,48	7,22	7,18	6,58	6,03	5,83	5,89	6,73	6,18	6,17
27	5,95	6,25	7,37	7,93	7,76	6,48	6,03	5,82	5,95	6,60	6,42	6,34
28	5,96	6,95	7,35	7,66	8,64	6,42	6,00	5,80	5 ,88	6,52	9,87	6,67
29	5,95		7,20	7,28	7,92	6,37	6,22	5,80	5,87	6,44	10,63	6,42
30	5,94		7,00	7,13	7,34	8,58	6,26	5,79	5,83	6,37	8,92	7,24
31	5,94		6,87		7 ,03		6,21	5,79		9,00		8,44
Sommata Media	195,05 6,29	184,08 6,57	237,78 7,67	238,56 7,95	221,44 7,14	213,54 $7,01$	199,25 6,43	182,5 7 5,89	175,48 5,85	221,62 7,15	215,54 7,18	205,26 6,62
Massima Minima	8,11 5,92	7,38 5,96	8,75 6,81	11,20 6,63	8,69 6,56	9,09 6,37	7,59 6,00	6,08 5,79	6,10 5,79	9,00	10,70 6,15	8,44 6,17
Differenza	2,19	1,42	1,94	4,57	2,13	2,72	1,59	0,29	0,21	3,11	4,55	2,27

Effemeride dell'Aniene, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli, al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1889.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservața Met. lin.	Narzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Gingno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,55	1,45	2,30	1,50	1,60	1,15	1,40	0,80	1,10	1,20	1,50	1,90
2	1,55	1,45	1,90	1,50	1,60	1,15	1,25	0,80	1,10	1,25	1,30	1,80
3	1,55	1,45	1,90	1,50	1,60	1,20	1,20	0,80	1,10	1,20	1,10	1,80
4	1,55	1,45	1,80	1,50	1,70	1,20	1,15	0,75	1,10	1,15	0,95	1,75
5	1,50	1,45	1,70	1,60	1,70	1,20	1,10	0,75	1,10	1,10	0,90	1,75
6	1,50	1,50	1,70	1,70	1,65	1,60	1,10	0,75	1,10	1,20	0,90	1,70
7	1,50	1,50	1,65	2,20	1,60	1,60	1,05	0,75	1,10	2,20	1,50	1,70
8	1,50	1,50	1,65	2,40	1,60	1,60	1,00	0,75	1,10	1,90	1,35	1,65
9	1,50	1,50	1,70	3,10	1,60	1,65	1,00	0,75	1,10	1,40	1,20	1,65
10	1,55	1,55	2,30	2,40	1,65	1,70	1,00	0,75	1,10	1,20	1,10	1,60
11	1,70	1,60	1,80	2,10	1,70	1,60	1,10	0,75	1,10	1,20	0,90	1,55
12	1,75	1,60	1,75	2,00	1,80	1,50	1,05	1,10.	1,10	1,80	0,90	1,50
13	1,60	1,75	1,70	1,90	1,70	1,50	1,00	1,10	1,10	3,00	0,90	1,45
14	1,70	1,85	1,60	1,80	1,70	1,70	1,00	1,10	1,10	2,20	0,90	1,45
15	1,60	1,70	1,60	1,90	1,70	1,60	0,95	1,10	1,10	2,00	1,45	1,40
16	1,65	1,60	1,60	2,20	1,65	1,55	0,95	1,10	1,10	1,70	1,45	1,40
17	1,60	1,55	1,55	2,50	1,65	1,50	0,90	1,10	1,10	1,60	1,45	1,40
18	1,55	1,55	1,55	2,25	1,60	1,60	0,90	1,10	1,10	1,80	1,45	1,35
19	1,55	1,50	1,55	2,10	1,60	1,70	1,00	1,10	1,10	1,70	1,35	1,35
20	1,55	1,50	1,55	2,00	1,70	1,10	1,00	1,10	1,10	0,90	1,30	1,35
21	1,55	1,60	1,85	1,75	1,60	1,10	0,95	1,10	1,10	0,85	1,30	1,30
22	1,55	1,55	2,20	1,65	1,60	1,05	0,95	1,10	1,10	0,80	1,20	1,30
23	1,55	1,50	2,30	1,60	1,70	1,00	0,95	1,10	1,10	0,80	1,20	1,30
24	1,50	1,50	2,20	1,80	1,90	1,00	0,90	1,10	1,10	0,80	1,20	1,30
25	1,50	1,50	2,00	2,00	1,80	1,00	0,90	0,75	1,10	0,75	1,30	1,30
26	1,50	1,60	1,70	2,00	1,30	1,00	0,85	0,75	1,15	0,75	1,60	1,30
27	1,50	1,65	1,65	1,80	1,25	1,00	0,85	1,10	1,15	0,75	1,90	1,40
28	1,50	2,30	1,60	1,70	1,20	1,00	0,80	1,10	1,15	0,70	3,00	1,60
29	1,50		1,55	1,70	1,20	0,95	0,80	1,10	1,15	0,70	2,30	1,60
30	1,45		1,55	1,60	1,20	1,15	0,80	1,10	1,20	0,70	2,00	1,70
31	1,45		1,50		1,15		0,80	1,10		0,90		2,60
Sommata Media	48,05 1,55	44,20 1,51	51,95 1,68	57,75 1,92	49,00 1,26	40,65 1,35	30,65 0,99	29,60 0,95	33,30 1,11	40,20 1,30	40,85 1,36	48,20 1,55
Massima Minima	1,75 1,45	2,30 1,45	2,30 1,50	3,10 1,50	1,90 1,15	1,70 0,95	1,40 0,80	1,10 0,75	1,20 1,10	3,00 0,70	3,00 0,90	2,60 1,30
Differenza	0,30	0,85	0,80	1,60	0,75	0,75	0,60	0,35	0,10	2,30	2,10	1,30

Anno 1889.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

	ALTI	EZZA	ALTI	EZZA					
MESI	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.				
Gennaio. Febbraio Marzo Aprile Maggio Giugno Luglio Agosto Settembre Ottobre Novembre Dicembre	50,61 50,07 66,80 67,59 56,87 62,48 44,55 33,64 31,56 53,60 55,79 49,64	1,63 1,79 2,15 2,26 1,83 2,08 1,44 1,09 1,05 1,73 1,86 1,60	2,82 2,85 3,22 3,75 2,72 3,91 2,42 1,13 1,42 2,70 3,92 2,36	1,20 1,18 1,70 1,48 1,49 1,51 1,14 1,02 1,02 1,08 1,06 1,30	1,62 1,67 1,52 2,27 1,23 2,40 1,28 0,11 0,40 1,62 2,86 1,06				
Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{623,20}{365} = 1,7101.$									
Altezza massima dell'intero an	no met. lin.	3,92) diff	ferenza massi	ma 2,90.					

Anno 1889.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

	ALTI	EZZA	ALT	EZZA				
MESI	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.			
Gennaio. Febbraio Marzo Aprile Maggio Giugno Luglio Agosto Settembre Ottobre Novembre Dicembre	195,05 184,08 237,78 238,56 221,44 213,54 199,25 182,57 175,48 221,62 215,54 205,26	6,29 6,57 7,67 7,95 7,14 7,01 6,43 5,89 5,85 7,15 7,18 6,62	8,11 7,38 8,75 11,20 8,69 9,09 7,59 6,08 6,10 9,00 10,70 8,44	5,92 5,96 6,81 6,63 6,56 6,37 6,00 5,79 5,79 5,89 6,15 6,17	2,19 1,42 1,94 4,57 2,13 2,72 1,59 0,29 0,21 3,11 4,55 2,27			
Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2490,17}{365} = 6,8224$.								
Altezza massima dell'intero an	no met. lin.	11,20) diffe	erenza massii	ma 5,41.				

Anno 1889.

STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

MESI		ALTE	ZZA	ALTI	EZZA	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	MESI	Sommata	Media			DIFFERENZE Met. lin.
	Febbraio Marzo Aprile Maggio Giugno Luglio Agosto Settembre Ottobre Novembre	44,20 54,95 57,75 49,00 40,65 30,65 29,60 33,30 40,20 40,85 48,20	1,51 1,68 1,92 1,26 1,35 0,99 0,95 1,11 1,30 1,36	2,30 2,30 3,10 1,90 1,70 1,40 1,10 1,20 3,00 3,00	1,45 1,50 1,50 1,15 0,95 0,80 0,75 1,10 0,70 0,90	0,85 0,80 1,60 0,75 0,75 0,60 0,35 0,10 2,30 2,10

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{517,40}{365} = 1,4175$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 3,10 minima n 0,70 differenza massima 2,40.

Tit Martelli Roma



Pesci fossili di Lumezzane in val Trompia. Memoria del Socio barone ACHILLE DE ZIGNO

letta nella seduta del 18 gennaio 1891.

(Con due tavole)

Nelle Alpi Venete ove da gran tempo (¹) si scopersero così numerosi e ben conservati resti fossili di pesci, nelle roccie che si deposero durante le epoche eocena e miocena dell'èra cenozoica, sono assai rare le vestigia di pesci dell'èra mesozoica e si limitano ad alcune specie delle epoche cretacea e giurese che furono bellamente illustrate dal ch. prof. Francesco Bassani (²). In quanto ai sottoposti terreni del periodo triassico, finora in essi non se ne rinvenne alcuna traccia di qualche importanza all'infuori di qualche dente isolato.

Allo invece nella Lombardia, i varî piani del trias svelarono tre depositi di qualche rilevanza i cui ittioliti prestarono argomento di studio al Bellotti (3), al Bassani (4), e recentemente al Deecke (5). I due primi si occuparono specialmente dei depositi ittiolitiferi di Perledo e di Besano, e l'ultimo di quelli di Perledo e di Lumezzane in val Trompia.

(¹) La rinomata pesciaja di Bolca era nota fino dal secolo XVI. Poichè si legge, nell'edizione del 1552 dai Commentari del Mattioli, sui sei libri di materia medica di Dioscoride, che Don Diego Urtado de Mendoza ambasciatore cesareo in quel tempo presso la repubblica Veneta, aveva mostrato al Mattioli alcune lastre di pietra state portate dal veronese a cui nel mezzo si trovavano diverse specie di pesci benissimo conservate ed affermava che colà se ne trovava infinito numero.

Gli strati a pesci del M. Postale si scopersero in epoca posteriore.

Ed il deposito del Chiavon nelle colline del versante orientale dei sette comuni, che svelò così gran numero di palme e di pesci dell'epoca miocene, fu segnalato da me nel 1852. Le palme furono descritte dal prof. de Viviani e dal Massalongo, i pesci dall'Heckel e recentemente dal Bassani che ne pubblicò una splendida monografia.

- (2) Bassani F., Ittiodontoliti del Veneto. Padova 1877. Su due giacimenti ittiolitici dei dintorni di Crespano. Padova 1880. Sull'età degli strati a pesci di Castellavazzo. Roma 1885.
- (3) Bellotti Cristoforo, Descrizione di alcune nuove specie di pesci fossili di Perledo e di altre località Lombarde. Negli studi geologici e paleontologici sulla Lombardia del prof. A. Stoppani. Milano 1859.
- (4) Bassani F., Sui fossili e sull'età degli scisti bituminosi tirassici di Besano in Lombardia. Milano 1886.
- (5) Deecke W., Ueber Fische aus verschiedenen Horizonten der Trias in 4°, con 2 tav. Stuttgart 1889.

Avendo nella mia collezione alcuni esemplari ben conservati degli ittioliti provenienti da quest'ultima località, nei quali potei ravvisare i caratteri di specie non peranco descritte, credetti utile di pubblicarne l'illustrazione, indagando in pari tempo a quale orizzonte dovesse esser riferito quel deposito. E non avendo l'opportunità di recarmi sopra luogo, mi rivolsi al ch. prof. G. Ragazzoni, benemerito illustratore della Geologia del Bresciano, per avere qualche notizia sulla esatta giacitura dei pesci di Lumezzane.

Egli con la massima cortesia mi rispondeva, che « l'orizzonte geologico in cui » giacciono, è quello degli scisti argillosi, dolomitici, nero-grigi, inferiori alla grande

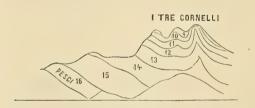
- " dolomia a Dicerocardium e ad Avicula exilis; i quali scisti sovrastanno ad altra
- « dolomia nera cavernosa contenente *Trochi*. Questa dolomia cavernosa giace sopra « dei gessi che ricoprono delle marne variegate ».

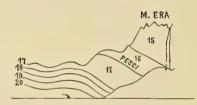
Per cui, secondo quanto espone il Ragazzoni, i pesci fossili di Lumezzane, sarebbero nel trias superiore o keuperiano del gruppo Carnico, ed occuperebbero lo stesso orizzonte degli scisti neri ittiolitiferi di Seefeld in Tirolo. Accenna pure il Ragazzoni che nel medesimo orizzonte si trovarono traccie di pesci fossili a sud-sud-est del lago d'Idro sulla via che conduce da Idro, al paese di Treviso (Bresciano), e più ad est di Treviso al di sopra di esso, in val Degagna.

A queste informazioni aggiungeva il Ragazzoni i due profili che trovo qui utile di riprodurre:

N.

· S.





N. 15. Dolomia a *Dicerocardium*. — 16. Scisti neri argillosi coi pesci. 17. Dolomia cavernosa con *trochi*. — 18. Gessi. — 19. Marne variegate.

Il Bellotti ed il Bassani pubblicarono particolareggiate descrizioni delle varie specie di pesci trovate a Perledo ed a Besano però senza darne le figure. Invece il Deecke nella sua opera sui pesci dei diversi piani del trias descrive e figura 14 specie di Perledo e due di Lumezzane.

Confrontata la fauna ittiolitica di Lumezzane con quella di Perledo e Besano, e con quelle di Raibl in Carinzia e di Seefeld in Tirolo, come si può scorgere dal seguente prospetto delle specie, mi risulterebbe che Lumezzane sia la più recente ed occupi lo stesso orizzonte di quella di Seefeld; quella di Besano invece sarebbe coeva di quella di Raibl, e quella di Perledo si troverebbe subito sotto l'orizzonte di Buchenstein nel piano Virgloriano del Muschelkalk.

Prospetto comparativo delle faune ittiolitiche di Perledo, Besano, Lumezzane, Raibl e Seefeld.

			Lumezzane.	Seefeld.
0		Piano Lariano	Lepidotus Ragazzoni, Zigno. "Triumplinorum, Zigno. Semionatus spinifer, Bellotti Deecke. Pholidophorus Knerii, Zigno. "Taramelii, Zigno. "Deeckei, Zigno. "Cephalus, Kner.	Lepidotus ornatus, Agass. " parvulus? Münst. Semionatus latus, Ag. " striatus, Ag. Pleolidophorus cephalus, Kner. " dorsalis, Ag. " Latiusculus, Ag.
ERIAN			" pusillus, Ag. Orthurus sp., Deecke.	pusillus, Ag. Eugnathus insignis, Kner.
KEUP	rnico		Besano.	Raibl.
TRIAS SUPERIORE O KEUPERIANO	Gruppo Carnico	Piano Raibliano	Lepidotus triasinus, Bassani. " spec. ind., Bass. Semionatus gibbus, Bass. Pholidopleurus typus, Bronn. Pholidophorus Barazzetti, Bass. " Besanensis, Bass. " cf. Bronnii, Kner. Peltopleurus splendens, Kner. Nothosomus Bellotti, Bass. Ptycolepis Barbot, Bass. Leiacanthus bicarinatus, Bass. Leptacanthus bicarinatus, Bell. Nemacanthus tuberculatus, Bell. Relenorhynchus robustus, Bell. " Stoppani, Bass. " intermedius, Bass. " intermedius, Bass. " striolatus, Bronn. Aerodus bicarinatus, Giebel. Lottyorhynchus Curioni, Bell. Hybodus, sp. Urolepis, sp. Tetragonolepis.	Lepidotus ornatus? Ag. Pholidophorus Bronnii, Kner. Pholidopleurus typus, Bronn. Peltopleurus spendens, Kner. Belenorhynchus striolatus, Bronn. Thoracopterus Niederistii, Bronn. Megalopterus Raiblianus, Kner. Ptycolepis avus, Kner. Orthurus Sturii, Kner. Graphiurus collopterus, Kner.
			Perledo.	
Trias inferiore o Conchiliano		Piano Virgloriano o Muschelkalk principale	Lepidotus serratus, Bell. " pectoralis, Bell. Altolepidotus Ruppelii, Bell. " nothosomoides, Deeeke. Semionotus brevis, Bell. " Balsami, Bell. " inermis, Bell. " altolepis, Deeeke. " Bellotti, Rüppel. " Trotti, Bell. " Hermesii, Bell. ms. " Lepisurus, Bell. ms. Archeosemionatus connectens Deeeke. Pholidophorus Rüppelii, Bell. " oblongus, Bell. " Lepturus, Bell. " Lepturus, Bell. " Curioni, Bell. " Curioni, Bell. " microlepidotus, Bell. " elongatus, Bell. " elongatus, Bell. " Bell.	

Da questo prospetto si scorgerà di leggieri come anche l'argomento paleontologico venga a confermare questa classificazione cronologica dei tre depositi ittiolitiferi di Lombardia. Poichè Lumezzane ha comuni con Seefeld i generi Lepidotus, Semionatus, Pholidophorus e le specie Pholidophorus cephalus e Pholidophorus pusillus.

Besano ha comuni con Raibl i generi Lepidotus, Pholidophorus, Peltopleurus Ptycolepis, Belenorhynchus, e le specie Pholidophorus Bronnii, Peltopleurus splendens, e Belenorhynchus striolatus.

In quanto a Perledo, sebbene abbia comuni con tutti questi depositi i generi Lepidotus e Pholidophorus, si distingue pella presenza dei generi Altolepidotus, Archeosemionatus, Heptanema, che non si trovano in alcuno dei depositi sopra citati, e tutte le specie di Perledo sono diverse da quelle di Besano, Lumezzane, Raibl e Seefeld.

Dopo avere in questa guisa cercato di porre in chiaro la giacitura dei pesci di Lumezzane, ora presento la descrizione e le figure delle specie che vi ho riscontrato.

Lepidotus Triumplinorum Zigno.

Tav. I., fig. 1-2.

L. corpore late lameolato, valde elongato, caudam versus angustato, usque ad apicem caudae 48 centim. longo, medio, 16 centim. alto; capite 13 centim. longo, ad nucham 7 ½ centim. alto, fronte depressa, apicem versus attenuato; maxillis crassis, dentibus anterioribus conicis, posterioribus haemisphaericis, confertis, 3 millim. latis; operculo et preoperculo in angulo obtuso retrorsum productis; pinna dorsali 16 centim. post nucham incipiente, postice rotundata, radiis crebris, retrorsum flexis, basi simplicibus, crassis, superne furcatis, articulatis, anterioribus 6 centim. longis, primo, tota longitudine fulcris soffulto, reliquis decrescentibus, ultimis 3 centim. a cauda remotis; pinnis pectoralibus radiis 18 crassis apice furcatis; pinnis ventralibus 8 centim. post pectorales insertis, radiis 6 crassis, primo fulcris ornato; pinna anali retrorsum truncata radiis crassis, articulatis, primo usque ad apicem fulcris obtecto, cent. 6 longo; reliquis decrescentibus; pinna caudali ampla, apice concava, superne fulcris ornata, radiis crassis, articulatis, apice dichotomis, lateralibus 7 ½ centim. longis, mediis tantum 3 centim. longis; squamis quadrangularibus, obliquis, margine posteriori denticulato, denticulis regularibus apice truncatis, squamis abdominalibus et posterioribus rhomboidalibus.

Questa specie ha il corpo ampiamente lanceolato-oblungo che verso il muso e verso il pedicello della coda lentamente si attenua. Esso è lungo dall'apice del muso alle estremità dei lobi codali 48 cent., e nel mezzo, dinnanzi alla pinna dorsale, è alto 14 cent. per cui la sua lunghezza misura tre volte e mezzo l'altezza. La linea dorsale molto convessa forma quasi una gobba. Il corpo verso la coda gradatamente si assottiglia, per guisa che al pedicello della coda si riduce a cent. 4 ½ cioè ad un terzo dell'altezza della parte mediana del corpo. La linea toracico-addominale corre piana dal muso alla metà del pesce, indi si fa convessa fino al limite posteriore della pinna anale. La testa è alta posteriormente 7 ± 2 cent. e poscia lentamente attenuandosi verso

il muso raggiunge 13 cent. di lunghezza. Essa è fornita di mascelle piuttosto massiccie, su cui si scorgono i denti anteriori conici ed i posteriori rotondi emisferici molto avvicinati, il cui diametro varia dai 3 ai 4 millimetri. L'opercolo ed il preopercolo n'espandono posteriormente in un angolo assai ottuso. Queste ossa, come tutte quelle del cranio, sono coperte di una finissima granulazione. L'orbita è talmente deformata nell'esemplare che non se ne può riscontrare il contorno. Le pinne pettorali hanno alla base una larghezza di 2 cent. e si compongono di 18 grossi raggi, non articolati di cui mancano nell'esemplare tutte le estremità. La pinna dorsale comincia al principio della metà posteriore del corpo, a 24 cent. di distanza dall'estremità del muso e colla sua base si estende per 12 cent. verso il pedicello della coda. Essa si compone di 24 raggi semplici robusti e volti all'indietro, che alla metà si biforcano e si fanno molli e di cui il primo anteriore è fornito di numerosi e robusti fulcri. La lunghezza dei raggi anteriori raggiunge i 10 cent., i posteriori decrescono, danno una forma rotondata al lato della pinna che prospetta la coda, e terminano colle loro estremità 3 cent. prima della base della pinna codale.

Le ventrali sono pure collocate molto indietro, rimpetto al limite anteriore della dorsale. Sull'esemplare si scorgono soli 6 raggi, di cui gli anteriori grossissimi ed articolati ed il primo munito fino alla cima di grossi fulcri. Essi raggiungono 4 cent. di lunghezza e verso l'apice si fanno forcuti. A 6 cent. di distanza dalla base delle ventrali principia la pinna anale, la cui base occupa 4 cent. ed i cui raggi anteriori misurano 7 cent. di lunghezza. Essa si compone di dodici raggi che, dopo i quattro primi, decrescono rapidamente di lunghezza e si fanno gradatamente più sottili. Il primo anteriore è fino all'apice guarnito di fulcri.

Tutti i raggi, assai grossi in principio, poco sopra la base diventano articolati, colle articolazioni assai corte e numerose e verso l'apice si biforcano. L'anale termina a 4 cent. di distanza dalla coda. La pinna codale alla base è larga 4 cent., essa è forcuta ottusamente o piuttosto coll'estremità concava e fino all'estremità dei lobi laterali misura cent. 9, mentre nel mezzo ne misura soli 3.

Essa è composta di raggi robusti alla base, semplici e tutti finamente articolati, che verso l'apice si fanno molli e dicotomi. Da cadaun lato della pinna codale i raggi esterni sono muniti di fulcri, e lungo la base del lobo superiore per un tratto di due cent. la pinna è ricoperta di squame romboidali.

Nel lobo superiore non si può distinguere il numero dei raggi, ma nell'inferiore se ne contano dodici.

Le squame, disposte in serie oblique, sono di forma quadrilatera, col margine posteriore frastagliato regolarmente in denticelli eguali un po' prolungati e tronchi all'estremità. Lungo il dorso ed il ventre e per tutto il pedicello della coda le squame sono foggiate a Losanga.

Questa bella specie si avvicina nell'aspetto generale al *Lepidotus gigas* dell'Agassiz, ma se ne distingue palesemente per le dimensioni minori e per le addentellature delle squame (vedi tav. I, fig. 2).

Lepidotus Ragazzoni Zigno.

Tav. II, fig. 1-2.

L. corpore lanceolato, caudam versus paullulum angustato, usque ad apicem pinnae caudalis 28 centim. longo, medio 9 centim. alto; capite 7 1 centim. longo, ad nucham 6 ½ centim. alto, fronte convexiuscula; maxillis angustis dentibus externis minutis, conicis, acutis, internis haemisphericis confertis; operculo et preoperculo rotundatis angustis integerrimis; pinna dorsali in specimine vix conspicua ab apice capitis 14 centim. remota, radiis circiter viginti mollibus, tenuissimis, dichotomis, retroflexis, anterioribus 2 ½ centim. longis reliquis decrescentibus, quorum ultimis distant 6 centim. a pinna caudali; pinnis pectoralibus 14 millim. basi latis, 18 millim. longis, radiis circiter 12, crassis, retrorsum curvatis, apice bifidis; pinnis ventralibus parum conspicuis, radiis 8 crassis apice dichotomis; pinna anali basi 2 centim. lata, radiis sex, crassis, dichotomis, primo 3 centim. longo fulcris robustis ornato, posterioribus decrescentibus, 3 centim. ante pinnam caudalem insertis; pinna caudali utroque latere fulcris crebris tenuibus suffulta; apice concava, basi 3 centim. apice 7 centim. lata, medio, 3 centim. longa, lobis inaequalibus, superiore 4 centim. longo, inferiore sex, radiis 22 omnibus crassis, confertis articulatis, apicem versus attenuatis, mollibus dichotomis, decem in lobo superiore, duodecim in inferiore, Squamis rhomboidalibus marginibus integerrimis, juxta regionem ventralem antice rotundatis.

Il corpo di questa specie ha dimensioni minori della precedente. È meno allungato e di forma più regolarmente lanceolata. Esso, dall'apice del muso alle estremità dei lobi codali, misura 28 centim. ed alla metà del corpo è alto 9 centim. Il capo è lungo 7 ½ centim. ed alto 6 ½, ha la linea frontale alquanto convessa, il muso poco sporgente e che termina rapidamente acuminato. L'apertura buccale è profonda 25 millimetri e munita di denti conici e di denti emisferici, assai minuti. L'opercolo ed il preopercolo sono lisci e poco dilatati. La pinna dorsale, che per lo stato dell'esemplare è poco visibile, comincia a 14 centim. di distanza dall'apice del muso e finisce a 6 centim, prima del principio della pinna codale. Essa è composta di circa venti raggi molli, sottilissimi, dicotomi, di cui gli anteriori lunghi 25 millim. ed i posteriori gradatamente decrescenti e tutti piegati all'indietro. Le pinne pettorali alla base sono larghe 14 millim. ed hanno una lunghezza di millim. 18; sono composte di circa 12 raggi piuttosto grossi, curvati all'indietro e forcuti all'apice. Le pinne ventrali sono poco visibili, però si scorgono composte di otto raggi robusti che all'apice si fanno dicotomi. La pinna anale è larga alla base 2 centim, con sei raggi piuttosto grossi e dicotomi, di cui il primo lungo tre centim. è ornato di fulcri robusti, i posteriori vanno decrescendo e terminano a 3 centim, di distanza dalla base della pinna codale. La pinna codale è fornita da ambo i lati, di fulcri numerosi e sottili. Ha il contorno dell'estremità concavo, ed è larga 3 centim. alla base e sette all'estremità. Ha i lobi ineguali misurando il superiore 4 centim. di lunghezza e l'inferiore 6. I raggi di questa pinna sono ventidue, piuttosto grossi, approssimati ed articolati, verso l'estremità attenuati, molli e dicotomi. Nel lobo superiore se ne contano dieci e dodici nell'inferiore. Le squame sono foggiate a losanga coi lati rettilinei ed integerrimi, cioè senza alcuna ineguaglianza o denticolazione. Le squame che corrono lungo la regione ventrale sono anteriormente rotondate.

In questa specie la lunghezza misura tre volte l'altezza, presa alla metà del corpo.

Pholidophorus Knerii Zigno.

Tav. II, fig. 3-4.

Ph. corpore, oblongo, 5 centim. longo, ad nucham, 10 millim. alto; caudam versus sensim angustato; capite 10 millim. longo, 8 millim. alto; pinna caudali furcata, radiis circiter duodecim mollibus dichotomis 6 millim. longis, externe fulcris paucis basi instructo; squamis postice rotundatis.

Il corpo è piccolo e misura, senza la coda, 4 centim. di lunghezza e nel terzo anteriore ha 10 millim. di altezza. Esso lentamente si assottiglia verso la coda ove, al pedicello di quest'ultima, si riduce a 3 millim.; mancano nell'esemplare tutte le pinne, all'infuori della pinna codale, che è forcuta e lunga 7 millim. ed è composta di dodici raggi molli e dicotomi di cui i laterali hanno esternamente alla base pochi sottilissimi fulcri. Le squame hanno il contorno posteriore rotondato come nel *Pholidophorus Stricklandi* dell'Agassiz, da cui differisce per la forma abbreviata del corpo.

Questa specie è dedicata all'illustre ittiologo prof. Rodolfo Kner.

Pholidophorus Deeckei Zigno.

Tav. II, fig. 5-6.

Ph. corpore parvulo, lanceòlato, centim. 3 ½ longo, 7 millim. alto, capite in specimine deformato ac pinnis omnibus deficientibus, squamis rhomboidalibus oblique totam superficiem corporis tegentibus.

Anche questa specie è di piccole dimensioni, di forma lanceolata, lunga 35 millimetri e alta 7. Mancano nell'esemplare tutte le pinne ed il capo ne è deformato in guisa da non raccapezzarne la forma. Il corpo è tutto ricoperto da serie oblique di squame foggiate a losanga come quelle del *Pholidophorus Hastingsiae* dell'Agassiz, dal quale si distingue per la piccolezza e per la forma lanceolata del corpo. Della coda non sussiste che il pedicello ricoperto dalle squame che lascia vedere alcuni dei fulcri che ne guernivano la base.

La specie è dedicata al ch. sig. Deecke che nella sua opera sui pesci del trias si è occupato anche di quelli di Perledo e Lumezzane.

Pholidophorus Taramelli Zigno.

Tav. II, fig. 7-8.

Ph. corpore brevi lanceolato 32 millim. longo, medio 10 millim. alto. Pinna anali 6 millim. a caudali remota radiis 7 simplicibus retrorsum flexis tenuissimis; pinna caudali furcata, lobo inferiore tantum conspicuo, radiis 7, a base dichotomis, externo fulcris minutis suffulto; squammis seriatim oblique dispositis rectangularibus, dorsalibus et abdominalibus rhombeis.

L'esemplare di questa specie manca della testa di cui si scorge solo l'impronta e manca pure delle pinne dorsali, pettorali e ventrali. Il corpo ha una forma lanceolata e misura 32 millim. in lunghezza, e nel mezzo ha 10 millim. di altezza. La pinna anale collocata a 6 millim. di distanza dal pedicello della coda è composta di sette sottilissimi raggi semplici e piegati all'indietro. La pinna codale è forcuta, manca però del lobo superiore e l'inferiore si palesa composto di sette raggi divisi fino dalla base e dicotomi, di cui l'esterno è sorretto da sottilissimi fulcri. Le squame, disposte su tutto il corpo in serie oblique, sono rettangolari e solo quelle che corrono lungo il dorso e lungo il ventre prendono la forma di Losanga.

La specie è dedicata all'illustre prof. F. Taramelli tanto benemerito della Geologia dell'Italia.

Queste tre specie di Pholidophorus per la forma del corpo hanno una grande rassomiglianza col Pholidophorus cephalus e col Pholidophorus pusillus dello Kner, che il Deecke segnala fra i pesci di Lumezzane, nella sua opera sui pesci fossili del trias. Se non che nelle descrizioni di queste due specie pubblicate dal Kner (1) e Deecke (2) le squame sono indicate come munite posteriormente di un'addentellatura, mentre nelle tre specie da me descritte, nessuna delle squame offre alcuna traccia di avere i margini forniti di denticelli.

Nella stessa opera il Deecke porge eziandio la figura di un altro pesciolino proveniente da Lumezzane, che quantunque assai deformato, egli riferisce al genere Orthurus di Kner.

Anche del Lepidotus? spinifer del Bellotti che proviene dagli scisti marno-carboniosi di Grumello alto in val Brembana, il Deecke trovò un frammento fra i pesci di Lumezzane riferibile al Lepidotus spinifer del Bellotti sul quale ebbe a riconoscere che non è un Lepidotus, ma bensì un Semionatus. Per tal modo le specie finora determinate fra gli ittioliti di Lumezzane sarebbero le seguenti:

- 1. Lepidotus Iriumplinorum, Zigno.
- Ragazzoni, Zigno. 2.
- 3. Semionatus spinifer, Bell. sp.
- 4. Pholidophorus cephalus, Kner.
- pusillus, Kner. 5.
- 6.
- Knerii, Zigno.
- 7. Deeckei, Zigno.
- Taramelli, Zigno. 8.
- 9. Orthurus sp. Deecke.

⁽¹⁾ R. Kner, Die fossilen Fische der Asphaltschiefer von Seefeld in Tirol. Sitzungsb. d. Matem. Naturwiss, Cl. d. K. Akad. d. Wissensch. 54 Band. I Abth. Wien, 1886.

⁽²⁾ Deecke, loc. cit. Palaeontographica p. 135, XXXV Band. Stuttgart, 1889.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tav. I.

Fig. 1. Lepidotus Triumplinorum, Zigno. Di grandezza naturale.

Fig. 2. Ingrandimento delle squame.

Tav. II.

- Fig. 1. Lepidotus Ragazzoni, Zigno. Di grandezza naturale.
- Fig. 2. Ingrandimento delle squame.
- Fig. 3. Pholidophorus Knerii, Zigno. Di grandezza naturale.
- Fig. 4. Ingrandimento delle squame.
- Fig. 5. Pholidophorus Deeckei, Zigno. Di grandezza naturale.
- Fig. 6. Ingrandimento delle squame.
- Fig. 7. Pholidophorus Taramelli, Zigno. Di grandezza naturale.
- Fig. 8. Ingrandimento delle squame.





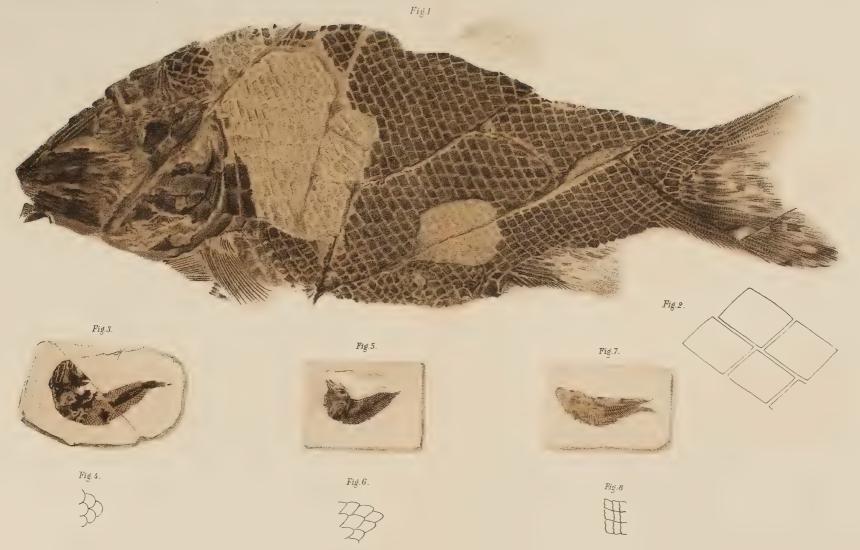












LIT.L SALOMONE ROMA



RELAZIONE

- letta dal Socio P. Blaserna retatore, a nome anche del Socio Righi, nella seduta del 1 marzo 1891, sopra la Memoria presentata dal dott. Angelo Banti, intitolata: Magnetizzazione del nichel sollecitato da particolari azioni meccaniche.
- "Il dott. Angelo Banti presenta una Memoria intitolata: Magnetizzazione del nichel sollecitato da particolari azioni meccaniche. In essa Memoria egli esamina un fenomeno già avvertito dal Nagaoka, ed è che si ha una inversione di polarità magnetica di un filo di nichel, tutte volte che esso viene torto convenientemente e sollecitato da un peso tensore. La dimostrazione datane dal Nagaoka non può considerarsi come pienamente convincente. Il dott. Banti si è quindi proposto di migliorare il metodo adoperato e di misurare con esattezza le variazioni del campo magnetico lungo il filo, mentre questo è sollecitato dalle forze meccaniche di trazione e di torsione. Egli fece una lunga serie di misure, dalle quali risulta, che l'indicata inversione avviene realmente, ma che tale fenomeno dipende non tanto dal peso tensore, ma dallo stato più o meno elastico in cui il filo si trova per le precedenti operazioni fatte su di lui. Dopo un numero sufficientemente grande di torsioni e detorsioni successive il fenomeno dell'inversione si ottiene con grande facilità, e senza alcun peso tensore, mentre col solo peso tensore, secondo le esperienze di Ewing, tale inversione non avviene.
- "Visti i risultati interessanti, a cui l'autore giunge col mezzo di una lunga serie di bene approfondate esperienze, si propone l'inserzione della Memoria negli Atti accademici ".

Magnetizzazione del nichel sollecitato da particolari azioni meccaniche.

Memoria del dott. ANGELO BANTI

(Con una tavola)

I.

Lo studio sulla magnetizzazione del ferro, sotto gli effetti combinati della torsione e delle tensioni longitudinali, fu, per la prima volta, intrapreso da Sir W. Thomson (1); quello sulla magnetizzazione del nichel, posto in identiche condizioni, fu iniziato dal Nagaoka (2), affine di riempire una lacuna, che, dopo le ricerche del Thomson, rimaneva da colmare, per questo metallo ancor esso magnetico.

Ma era da prevedersi, fin da principio, che lo studio sul nichel, più che ristretto ad una determinazione sperimentale di un fenomeno noto, doveva essere fonte di preziosi trovati. Infatti, l'Ewing (3), studiando la magnetizzazione del ferro, sottoposto a sole tensioni longitudinali, trovò che essa cresce fino ad un certo carico critico; pel nichel, egualmente trattato, egli scoprì che la magnetizzazione, al crescere della tensione, diminuisce sempre. Il Wiedemann (4) poi, sottoponendo a determinate torsioni un filo di nichel leggermente teso secondo l'asse di un rocchetto magnetizzante ottenne — presi in senso contrario — gli stessi risultati che Sir W. Thomson ebbe per i fili di ferro sottoposti a tensioni e torsioni simultanee. Onde, pei due metalli, si ha un ordine inverso di fenomeni magnetici quando sono ambedue sottoposti a tensioni longitudinali, e si ha pure inverso quando il ferro essendo sottoposto a torsioni e trazioni discrete, il nichel invece è sollecitato da torsioni e trazioni debolissime.

Era quindi naturale il pensare che, sostituendo alle tensioni debolissime, come fece il Wiedemann, tensioni discrete prima, e poi forti, si sarebbe investigato un comportamento magnetico affatto nuovo.

Nuovi e tanto più interessanti riuscirono, invero, i risultati ai quali pervenne il Nagaoka in quanto che egli potè osservare un fenomeno singolarissimo, che da nessuno era stato ancora avvertito. Tale fenomeno consiste nella possibilità di rovesciare la polarità magnetica di un corpo, quando, essendo torto di un certo angolo, è simultaneamente sottoposto allo sforzo di un conveniente peso tensore, ed all'azione di una

- (1) Thomson, Philosophical Transactions, 1879, p. 72; Manthematical and physical papers, 1884.
- (2) Nagaoka, Journ. of the Coll. of Sc. Imp. Univ. Japan 2, p. 1888 e Phil. Mag. 1889.
- (3) Ewing, Phil Trans. v. CLXXIX p. 325.
- (4) Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, 1883.

determinata forza magnetizzante. Questo particolare peso tensore, che è chiamato carico critico, sarebbe, secondo il Nagaoka, la condizione unica pel rovesciamento di polarità, ed, a sua volta, esso dipenderebbe dalla forza magnetizzante, dalla quale il nichel è influenzato.

Evidentemente il peso tensore e l'intensità del campo hanno limiti non molto estesi; dappoichè il primo deve essere inferiore al limite di elasticità del filo, il secondo non deve essere tale da produrre la saturazione magnetica del corpo. Ma, a parte questi estremi, entro campi magnetici di una intensità compresa tra 0,34 e circa 30 unità (CGS) egli ha potuto trovare il valore di quei carichi critici, capaci di produrre il fenomeno singolarissimo di sopra indicato.

II.

Il metodo col quale il Nagaoka esplorava il campo magnetico generato dal filo di nichel era semplicissimo: un magnetometro situato prossimamente e di contro a un estremo del filo forniva colle sue deflessioni il vario grado di magnetizzazione. Però queste deflessioni, ogni altra azione restando costante, dipendevano non solo dallo stato particolare dell'estremo, ma erano il risultato di tutte le azioni elementari, che da ogni particella del filo si facevano sentire. Onde, per quanto il fenomeno fosse

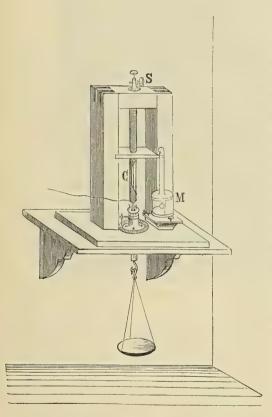


Fig. 1.

stato bene e più volte veduto, poteva con giusta ragione sorgere il dubbio che fenomeni secondari, manifestantisi nel filo durante le torsioni impressegli, fossero la causa immediata del fenomeno principale osservato. In altri termini, poteva, per es., avvenire, come accade nei magneti nei quali la dimensione della lunghezza è molto e molto superiore alle altre, che si manifestassero dei punti conseguenti, i quali, cambiando sistematicamente di posto sotto l'influenza di sistematiche azioni meccaniche, producessero una tale modificazione nel campo magnetico da essere confusa con una reale inversione di polarità.

Si aggiunga che negli esperimenti del Nagaoka, perquanto pregevolissimi, non è indagato — ed io credo questo di grande importanza — fino a che punto lo stato elastico del metallo può influire sulla riuscita del fenomeno stesso.

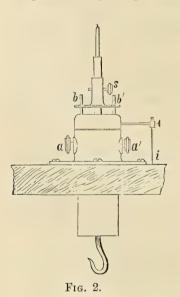
Pensava perciò che fosse più di ogni altra cosa sentito il bisogno di conoscere la distribuzione del campo magnetico lungo il nichel nelle successive fasi durante l'esperienza: unico mezzo per accertarsi se il fenomeno osservato dovesse attribuirsi ad un reale cambiamento di polarità, ovvero ad un complesso di azioni che sul magnetometro avessero lo stesso effetto; che si dovesse appurare se fossero tutte le condizioni proposte atte ad ottenere l'inversione di polo magnetico; e che solo dopo essere pervenuti ad avere tali cognizioni, averle esaminate e discusse, si potessero indagare le proprietà magnetiche del filo, proprietà, al certo, di secondaria importanza.

Riserbandomi adunque di ritornare sulla discussione iniziata, allora che avrò indicato le disposizioni e le condizioni delle mie esperienze, mi affretto frattanto a dichiarare che scopo di questa mia prima Memoria, si è di riferire principalmente sui seguenti argomenti:

- 1º Sul fenomeno dell'inversione di polo magnetico, conseguito con fili diversi, nelle condizioni pressochè identiche a quelle del Nagaoka;
- 2º Distribuzione del campo magnetico lungo il filo di nichel, mentre è sollecitato da torsioni e tensioni simultanee;
- 3º Sull'angolo di torsione sotto cui si neutralizza il magnetismo di un filo di nichel;
 - 4º Nuovo modo di provocare l'inversione di polarità magnetica;
 - 5° Proprietà relative a questa particolare magnetizzazione.

I. Fenomeno dell'inversione di polo magnetico.

1. Disposizione dell'esperienza. — L'apparecchio del quale mi sono servito, si compone di un robusto cavalletto in legno solidamente fermato sopra una mensola di marmo (fig 1^a). Il filo di nichel, lungo 39 cm. e del diametro di 1,20 mm., è saldato agli estremi a due cilindri di ottone; il superiore massiccio, l'inferiore più sottile e terminante con un gancio, al quale può essere attaccato un piattello su cui porre i pesi tensori.

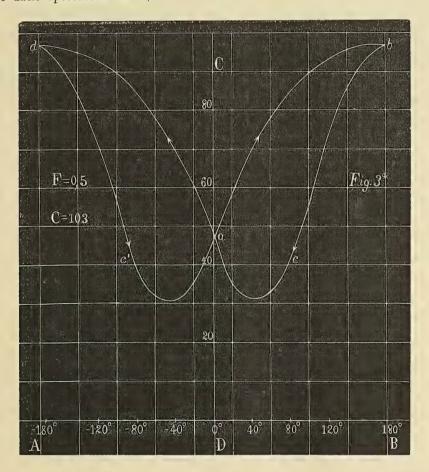


Quando il filo è in esperimento, il cilindro superiore è fissato con una spina S (fig. 1a), e l'inferiore attraversa l'apparecchio di rotazione il quale è veduto in dettaglio nella fig. 2ª. Esso si compone di due cilindri vuoti di ottone, l'uno — l'interno — moventesi a sfregamento dolce nell'altro, fissato sul piano del cavalletto. Due viti a ed a' permettono arrestare il movimento del cilindro mobile, il quale alla parte superiore ha due cilindretti b e b', in cui scorre dolcemente un disco metallico, fissato con una spina s al bastoncino inferiore, saldato, come s'è detto, al filo di nichel. Il cilindro interno porta un indice, la cui punta i scorre sopra una graduazione circolare divisa di 20 in 20°, che è fissata sul piano del cavalletto, per guisa che ogni angolo di torzione, fatto dal cilindro mobile e comunicato pei bastoncini b e b' al filo di nichel, viene dall'indice i

rigorosamente notato. Questo filo, nella sua posizione iniziale, coincide coll'asse di un cilindro elettromagnetico c lungo cm. 48,1, che genera il campo, essendo in circuito con un certo numero di elementi Daniell. Nel quale circuito si trovano pure intercalati: un interruttore, un reostato ed una bussola delle tangenti, atta a fornire in ampère l'intensità della corrente, che attraversa la bobina magnetizzante.

In prossimità dell'estremo inferiore del filo di nichel — un po' verso ovest — era posto un magnetometro M formato da un piccolo ago magnetico incollato sulla faccia posteriore dello specchietto, che era appeso ad un filo di bozzolo di una sola fibra: esso serviva ad esplorare il campo generato dal nichel.

I movimenti del magnete erano notati con un canocchiale e scala, la quale era distante dallo specchietto m. 1,60.



2. Modo di eseguire le esperienze. — Si prende come zero della scala la lettura corrispondente alla posizione di riposo del magnetometro, quando la corrente della intensità, colla quale si vuole poi esperimentare, attraversa il cilindro elettromagnetico, già in posizione, ma non contenente ancora nel suo interno il filo di nichel, che devesi cimentare. Introdotto il filo di nichel nel rocchetto magnetizzante, si notano le deviazioni corrispondenti del magnetometro e quelle che man mano si ottengono, somministrando al filo successive torsioni e detorsioni, le quali sono così regolate:

introdotto il nichel nella bobina, si torce di 40 in 40° fino a dargli una torsione definitiva di 180° in un certo senso, per es. nel senso contrario a quello degli indici di un orologio, poi, nello stesso modo si detorce fino a ricondurlo nella posizione iniziale, e si fa avanzare in questa direzione di altri 180°; indi, secondo il primo movimento, si riporta a zero. Una tale torsione è detta completa. Avendo però notate le deflessioni del magnetometro per ogni angolo di torsione di 40 in 40°, il loro insieme ci rappresenta le variazioni del campo magnetico provocate dalla diversa magnetizzazione del nichel.

Prima di eseguire l'esperienza ho dovuto somministrare al filo 7, 8 ed anche 10 torsioni complete, poichè, solo allora si ottiene sufficiente coincidenza tra le deviazioni corrispondenti alle posizioni finali che assume il magnete dopo due torsioni complete consecutive: allora si dice che il filo è reso *ciclico* e preparato per la esperienza.

Per risparmio di ulteriori dettagli, riferisco subito i risultati di una esperienza, eseguita con un filo sottoposto ad un carico tensore corrispondente a 103 kg. per cm². in un campo magnetico dell'intensità H=0.50 unità (CGS), e ne do la rappresentazione grafica (fig. $3^{\rm a}$), ottenuta prendendo per ascisse gli angoli di torsione, e per ordinate le deviazioni corrispondenti del magnetometro.

Deviazioni corrispondenti

42,5

31,5

47,0

Angoli di torsione positivi

80

40

0

0.	47,0
40	69,2
80	84,7
120	93,6
160	
180	97,0
160	93,4
120	72,6
80	41,8
40	31,8
Angoli di torsione negativi	Deviazioni corrispondenti
0.	48,4
 40 .	70,5
80	85,7
 120	93,0
— 160	96,2
 180	97,2
 160 ·	92,0
— 160 — 120	92,0 71.7

Esse si ottennero dopo aver dato al filo di nichel 7 torsioni complete, da esso

richieste prima di ridursi ciclico. Per dare un'idea del comportamento iniziale dei fili di nichel, riferirò i dati sperimentali per questo caso.

	Nessuna	a torsione	Deviazione = $100,0$
Dopo	1	77	57,0
	3	n	48,1
	5	n	47,2
	6	77	47,0
	7	77	47,0

Evidentemente, fino a che alle differenti torsioni corrisponderanno valori positivi della intensità di magnetizzazione, sarà invasa la sola porzione ABC del piano della figura, qualora corrisponderanno valori negativi, sarà invasa anche la porzione ABD. Ora, invadere il campo ABD, ovvero ottenere per alcuni angoli di torsione valori negativi della magnetizzazione, significa che l'azione risultante del campo magnetico sul magnetometro è tale e quale il polo del nichel esplorato avesse cambiato di polarità.

L'intensità della forza magnetizzante, generata dal cilindro elettrodinamico è calcolata colla relazione

$$H = 4 \pi n_1 i$$
,

in cui H rappresenta questa intensità, n_1 il numero delle spire del cilindro per cm. di lunghezza, i la corrente che lo percorre in unità (CGS); essa, come è noto, rappresenta questa intensità nei punti dell'asse del cilindro molto distanti dalle sue basi, ma — per approssimazione — noi supporremo che in tutti i punti, che saranno di poi occupati dal nichel siavi quella intensità, la quale, del resto, tosto che il filo di nichel è introdotto, resta modificata. Infatti, in tal caso, l'intensità di magnetizzazione devesi calcolare colla

 $B = 4 \pi n_1 i \mu$

 $B == H \mu$

ovvero

nella quale entra μ coefficiente di permeabilità magnetica, che varia, non solo da sostanza a sostanza, ma ancora, per la stessa sostanza, colla intensità i della corrente che circola per la bobina magnetizzante. Adunque i valori di H anderebbero moltiplicati per quelli di μ relativi ad ogni esperienza.

Però noi converremo di notare i campi magnetici generati dalla bobina non contenente il filo da cimentarsi; talchè quando diremo che il filo di nichel era sottoposto all'azione di un campo della intensità di 3,5 unità (CGS) significherà che nei punti interni noti della bobina, prima che il nichel fossevi introdotto esisteva la intensità ora espressa.

Avvertiamo infine che il nichel prima di essere sottoposto alla prova, era smagnetizzato, cocendolo per mezzo d'una corrente elettrica, o, in alcuni casi, colla fiamma di un becco Bunsen.

3. Risultati di alcune esperienze. — Dalle numerose esperienze eseguite, io ne estraggo frattanto due serie complete ed una parziale, le quali sono più che sufficienti per dimostrare la esistenza dell'azione negativa sul magnetometro, quando il

filo di nichel è trattato nel sopradetto modo speciale. I risultati sono trascritti nelle tabelle I^a e II^a, mercè i quali ho costruito alcune curve rappresentate dalla fig. 3^a alla fig. 12^a, le quali si trovano riunite, insieme a tutte le altre, in una tavola doppia posta in fine di questa Memoria.

Tabella I.

1ª Serie ottenuta con una forza magnetizzante H=0,50 unità (CGS) (Aprile 1889).

Angoli		Deviazioni	corrisponde	enti del ma	gnetometro	
di Torsione	C = 103 (fig. 3)	$\begin{array}{c c} C = 237 \\ \text{(fig. 4)} \end{array}$	C = 665 (fig. 5)	C=1280 (fig. 6)	C=1910 (fig. 7)	C = 2452
0°	47,0	26,8	19,2	12,0	19,0	14,0
40	69,2	32,2	21,5	14,5	27,2	19,5
80	84,7	35,0	23,0	16,4	32,4	21,5
120	93,6	36,3	24,0	17,3	34,3	23,5
160	96,5	36,8	24,4	17,5	35,5	24,5
180	97,0	36,8	24,4	17,5	36,0	24,9
160	93,4	35,4	22,0	15,4	30,5	20,3
120	72,6	27,5	16,4	8,8	15,5	9,0
80	41,8	17,4	8,0	2,7	2,0	0,1
40	31,8	16,5	3,6	1,4	- 8,8	- 8,1
0	48,4	21,7°	2,0	- 3,3	19,0	15,1
- 40	70,5	24,0	1,1	- 4,7	26,8	- 20,1
- 80	85,7	25,5	0,9	5,0	- 31,5	- 24,5
- 120	93,0	27,2	1,0	- 4,8	33,5	- 26,0
— 160	96,2	28,4	1,5	- 4,2	- 33,7	-26,6
— 180	97,2	28,8	1,6	- 4,2	- 34,0	- 26,0
— 160	92,0	27,5	2,0	- 3,1	28,7	- 22,0
- 120	71,7	21,8	3,4	0,5	14,4	11,5
- 80	42,5	15,4	6,5	4,3	2,1	- 2,5
- 40	31,5	16,6	11,9	7,5	8,5	5,5
0	47,0	26	18,8	11,0	18,5	14,0

La prima serie, ottenuta col filo n. 1, in un campo d'intensità eguale a 0,50 unità (CGS) e con carichi crescenti da 103 a 2452 Kg. per cm²., è rappresentata in parte dalle fig. 3, 4, 5, 6, 7. L'intensità del campo ed il carico particolare, cui sottometto il filo, sono scritti accanto alla rispettiva curva; per il che, avendo sotto gli occhi la serie di curve nominata, si può facilmente esaminare l'influenza, sulla forma della curva, sia del peso tensore, sia della forza magnetizzante.

La fig. 3^a, ritrovata con un carico appena necessario per tenere il filo teso, è una curva simmetrica rispetto all'asse di torsione nulla, e slanciata verso la porzione positiva del piano, mentre la fig. 4^a, che ci rappresenta il comportamento del filo

con un carico doppio, assomiglia alla fig. 3ª avente subìto uno schiacciamento. Merita richiamare l'attenzione sulla fig. 5ª nella quale si vede come, sparito il ricciolo sinistro esistente nelle curve antecedenti, essa rappresenti lo stato di transazione tra quello in cui il campo magnetico generato dal nichel, al seguito della torsione negativa, ripristina il suo magnetismo positivo, e l'altro in cui dalla torsione negativa è vinto per vieppiù crescere negativamente. Infine col carico di 1280 kg. per cm²., avviene il descritto particolare fenomeno, che, col carico superiore di 1910 kg., è dalla fig. 7ª reso palese a meraviglia: la curva composta di due rami continui è di nuovo simmetrica, ma, simmetrica adesso, rispetto a tutti e due gli assi di torsione nulla e di magnetizzazione nulla, per guisa che in un modo chiaro esprime le fasi, per le quali è passato il campo magnetico, ora col modificarsi in senso positivo, ora coll'annullarsi, ora col diventare negativo, annullarsi di nuovo, e riacquistare, infine, il proprio segno iniziale.

Tabella II.

2ª Serie ottenuta con una forza magnetizzante H=1,53 unità (CGS)

(Aprile 1889).

Angoli										
di Torsione	C = 103 (fig. 8)	C = 275 (fig. 9)	C = 460 (fig. 10)	C = 763	C = 851 (fig. 11)	C = 800 (fig. 12)				
0°	39,7	39,8	24,0	22,4	21,5	34,4				
40	59,5	53,0	33,0	30,5	29,5	47,2				
80	74,5	66,9	37,6	35,8	35,3	58,0				
120	85,6	75,2	40,5	38,5	37,8	65,6				
160	88,2	81,1	42,5	40,5	39,9	72,6				
180	90,1	83,1	43,1	41,4	40,5	74,4				
160	88,0	80,0	41,2	39,0	38,0	70,4				
120	77,1	66,7	34,0	30,0	28,5	57,1				
80	52,0	38,8	19,3	16,9	16,8	32,8				
40	33,0	10,0	4,3	2,0	0,8	1,6				
0	41,4	- 0,1	- 6,1	- 9,4	- 10,5	- 22,4				
- 40	55,5	- 1,9	14,2	17,3	- 18,5	- 39,0				
- 80	64,1	- 1,5	- 18,0	- 21,7	-23,5	-51,5				
- 120	68,5	-1,0	- 19,9	- 24,4	- 26,0	- 58,4				
- 160	71,0	- 0,5	20,5	25,0	- 27,0	- 61,1				
— 180	69,8	0,2	-20,6	- 25,2	- 27,4	61,6				
160	69,0	- 0,4	19,0	- 22,7	- 24,8	- 55,1				
- 120	62,0	2,0	- 13,5	- 15,5	- 16,5	41,4				
- 80	42,4	4,0	- 4,6	- 4,5	- 4,6	- 18,2				
- 40	29,0	12,0	9,5	9,4	9,3	9,3				
0	40,7	29,3	24,0	23,0	21,5	34,4				

L'altra serie realizzata con un filo n. 2 in un campo più forte del precedente: 1,53, ci assicura di nuovo della realtà del fenomeno: fig. 8^a, 9^a, 10^a, 11^a; e la fig. 12^a, che appartiene ad una 3^a serie del filo n. 1 con una forza magnetizzante di 3,5 unità, esprime il fenomeno stesso.

Il fenomeno adunque è confermato.

Entrando, però, in qualche particolarità è agevole rilevare delle anomalie.

Il filo col quale s'ottenne la 1^a serie, era nuovo e, come tale, richiese un carico di 1280 kg. per cm², onde il magnetometro avesse indicato un'azione negativa; il filo medesimo, in un campo d'intensità maggiore ed eguale a 3,5, domandò soli 800 kg. per cm², per la produzione dello stesso fenomeno (fig. 12^a).

Il filo n. 2, col quale realizzai la serie 2^a, dopo che mi aveva reso dei servigi del genere; cioè che io aveva fatto lavorare nel campo terrestre ed in altri di debole intensità, manifestò l'inversione con un peso tensore di 275 kg. per cm², e con 460 diè la curva simmetrica, per la quale, pel filo n. 1, erano occorsi 1910 kg. per cm².

Il Nagaoka aveva dedotto dai suoi esperimenti che il carico critico, quello cioè necessario per il rovesciamento di polo, è — per campi magnetici moderati — prossimamente proporzionale alle rispettive intensità di campo in cui il filo si trova immerso. Per le esperienze esposte e per le nostre ulteriori ricerche sarebbe provato che il peso tensore ha un'importanza secondaria sul fenomeno proposto, e che oltre colla trazione e torsione simultanee, con semplici e ripetute torsioni si può ottenere il fenomeno, di cui è questione: la qual cosa sarà provata nelle parti seguenti.

II. Distribuzione del campo magnetico lungo un filo di nichel.

1. Distribuzione magnetica proporzionale. — Messo in chiaro che, in un punto determinato del campo magnetico generato da un filo di nichel convenientemente teso e torto, l'intensità del campo può subire un cambiamento di segno, riprendiamo la discussione iniziata fin dal principio della I^a parte, discussione atta a definire se questo cambiamento debba attribuirsi ad una reale inversione di polarità, oppure ad altre circostanze da determinarsi.

Perciò — in modo affatto generale — consideriamo una sbarra magnetica, e supponiamo che un piccolissimo ago, pur esso magnetico, scorra, a breve distanza, parallelamente all'asse polare NS della sbarra, senza produrvi alcuna perturbazione.

Ciò posto, se si notano inizialmente le posizioni di riposo dell'ago nelle diverse regioni lungo la direzione parallela alla sbarra, quand'è così lontana da non fare risentire sull'ago alcuna sua influenza, e le letture corrispondenti a queste posizioni si prendono come zero, allora che la sbarra sarà in posizione e l'ago le si moverà parallelamente, le deflessioni di questo offriranno il mezzo di esaminare le intensità di magnetizzazione delle sue diverse parti. Cioè, portando queste deflessioni, espresse in unità arbitrarie, sulle rispettive normali all'asse polare NS, condotte nei punti davanti ai quali erano state ottenute, e riunendo i loro estremi, otterremo una curva, la quale ci rappresenterà la distribuzione del campo magnetico, lungo la sbarra

esplorata. Tale curva, composta di due rami inversamente simmetrici rispetto all asse polare, ha un andamento analogo a quello indicato dalla fig. 13^a. Se ora con un mezzo qualunque si fa variare il magnetismo della sbarra, ripetendo l'esperienza precedente, troveremo un'altra curva rappresentativa; e se, per es., il magnetismo ridotto, in un punto, a metà, ad un terzo, ad un quarto, è divenuto, anche in tutte le altre parti della sbarra, metà, un terzo, un quarto, allora si deduce che è variato in modo proporzionale; onde le deflessioni, essendosi ridotte egualmente a metà, un terzo, un quarto, le curve risultanti dovranno essere tutte simili fra di loro e perciò fra loro paragonabili.

Questo fatto è, invero, ammesso implicitamente da chiunque si propone intraprendere delle ricerche nelle quali, dalle deflessioni di un magnetoscopio, vuole arguire l'intensità di magnetizzazione di un corpo. Ed in tale ipotesi, rimane allora in arbitrio dell'esperimentatore di porre il magnetometro dinanzi ad una regione piuttosto che ad un'altra dell'asse polare; ma — si noti bene — questo procedimento non sarà giustificato che quante volte le azioni esercitate sulla sbarra siano tali da modificare, come ho detto, il suo magnetismo in modo proporzionale. Se questa proporzionalità non sussiste, non si può concludere dalle determinazioni eseguite di contro una regione della sbarra, il comportamento intimo e generale di essa; chè, cambiando questa circostanza dell'esperienza, i risultati della nuova determinazione verrebbero irregolarmente a cambiare.

2. Esperienze da eseguirsi. — Applicando questi ragionamenti al nostro caso del nichel, si deduce che non sarebbe rigoroso il voler ammettere, a priori, il suesposto principio di proporzionalità; dappoichè nulla sappiamo di come si distribuisce e si modifica il magnetismo in un filo di nichel, quando è stato sollecitato da azioni meccaniche.

Converrà adunque di esaminare le distribuzioni del magnetismo lungo il filo in tempi diversi, nel cui intervallo fu sollecitato meccanicamente e confrontarle. Certo, non si potrà pretendere dalle nostre esperienze un'esamina completa della distribuzione magnetica, perchè essendo esse istituite per lo studio di un fenomeno particolare, dovrebbero, in parte essere modificate, per estendersi in un campo di studi, che, da solo, costituisce una ricerca scientifica tra le più laboriose e delicate. Infatti, si rifletta ai lavori di grande lena, che, da Coulomb in poi, sono stati eseguiti per determinare la distribuzione del magnetismo delle sbarre di ferro, per dedurre quanto si avrebbe da fare, onde battere la stessa strada in favore del nichel. Nondimeno, mercè una combinazione speciale di esperienze, noi verremo — entro certi limiti — a dimostrare la esistenza di questa proporzionalità, tanto da sentirci autorizzati a potere in seguito esaminare il campo magnetico in una piuttosto che in un'altra qualunque regione dinanzi al filo, e ad estendere i risultati, ottenuti in questa circostanza, a tutto il campo.

Ho procurato per tale scopo di semplificare le esperienze sollecitando il nichel con trazioni e torsioni simultanee, unicamente nel campo terrestre.

Ho eseguito tre specie di esperienze:

1º messo il nichel in posizione, senza che gli fosse data alcuna torsione, notava le deflessioni del magnetometro in 14 diverse posizioni lungo il filo, onde avere lo stato iniziale del magnetismo: di poi, compita la seconda specie di esperienze, ritornava a fare le precedenti 14 letture;

2º ripeteva la nota esperienza del ciclo completo di torsioni dinanzi all'estremo inferiore che indicheremo con EI. ad 1/4, ad 1/2, ai 3/4, ed all'estremo superiore, che diremo ES, per modo da ottenere 5 curve caratterizzanti — secondo cicli completi — lo stato magnetico del nichel nelle sue diverse regioni;

3º sollecitato il filo in guisa da presentarsi, durante le torsioni, il fenomeno dell'inversione di segno, ripeteva le misure nelle 5 posizioni, nelle quali era stato precedentemente esperimentato.

3. Precisione delle esperienze — Evidentemente questo genere di esperienze presenta qualche difficoltà a realizzarsi richiedendo che si eseguiscano spostamenti continui del megnetometro e, per conseguenza, del canocchiale e della scala. Nondimeno, grazie a due catetometri, dei quali m'era dato di poter disporre, era giunto a condurre le mie esperienze con precisione e con celerità. Infatti, assicurato il magnetometro M della fig. 1ª sopra la forchetta di un catetometro, costruito tutto in ottone, e ben livellato, al tempo stesso che poteva recarlo prestamente dinanzi qualunque regione del filo di nichel, era sicuro che la distanza fra il filo ed il centro dell'ago esploratore era, rigorosamente, serbata costante. Volli però rendermi conto dell'errore che si sarebbe commesso sulle deflessioni magnetometriche, qualora questa distanza fosse venuta accidentalmente a cambiare di 2 mm: e riscontrai che, sulle deviazioni corrispondenti alle deflessioni ottenute in questo caso, l'errore rientrava nell'ordine dei decimi di divisione della scala; perciò, se questa distanza veniva a cambiare di 0,5 mm., come al più sarebbe potuto accadere nel nostro caso, l'effetto era trascurabile.

La scala poi era stata assicurata sui manicotti dell'altro catetometro, che portava il canocchiale necessario per le misure.

Prima di eseguire le esperienze erano lette sulla scala le deflessioni del magnetometro (che si prendevano come zero) in ogni regione, quando il filo era a posto; e come variassero questi zeri nelle diverse posizioni, che assumevano il magnetometro e la scala, si può vedere dalle seguenti letture:

Estremo inferiore	zero $\equiv 10$ divisioni
ad 1/4	10,5
" ¹/ ₂	11
» ³ / ₄	12
Estremo superiore	12,5

Questa non costanza dello zero deve attribuirsi a due cause: la prima proveniente da non perfetto parallelismo fra i due catetometri, la seconda ad un reale spostamento del piccolo ago magnetico, provocato, cambiando di posizione, dalla presenza dei ferramenti delle finestre e da cause consimili. Probabilmente e l'una e l'altra causa hanno influito su questo spostamento dello zero; però esso è così piccolo che non avrebbe arrecato nessuna perturbazione sulla regolare rappresentazione del fenomeno, qualora, senza altro, fosse stato ritenuto trascurabile in tutte le posizioni.

Nondimeno ne abbiamo voluto tener conto, prendendo come zero quella lettura che, per ogni particolare posizione, prima dell'esperienza, era stata osservata.

Infine, dovendo in queste misure condurre il magnetometro a differenti altezze, restava a domandarsi come venivano misurate, essendo importante di porre a segno l'istrumento esploratore. Però date le nostre circostanze esperimentali, si utilizzava la scala

millimetrica del catetometro per misurare queste altezze; onde potevamo garantire il decimo di millimetro. Volli nonostante vedere che perturbazioni si sarebbero avute, avendo portato il magnetometro 1 mm. più in su ed 1 mm. più in giù del giusto segno, e constatai che il magnetometro non accusava questi piccoli spostamenti.

Disposte adunque le mie esperienze nel modo indicato, e tenuto conto delle precauzioni accennate, era in grado di esperimentare con speditezza e precisione.

Debbo, infine, avvertire che ho adottato l'esposto metodo per esaminare il campo magnetico lungo il filo, perchè la stessa disposizione esperimentale mi serviva poi per le ulteriori ricerche.

Il Wiedemann parla nel « die Lehre von der Elektricität vol III pag. 402 » di questo modo di esaminare la distribuzione del magnetismo nelle sbarre, e tratta analiticamente della maniera di dedurre, da un certo numero di determinazioni, la distribuzione del magnetismo sulla sbarra esplorata. Ma, per il nostro scopo, bastava conoscere l'andamento relativo del campo magnetico lungo il filo — e la qual cosa ci era fornita dalle eseguite determinazioni — essendo questo sufficiente per appurare le variazioni del campo provocate dalle azioni meccaniche esercitate sul nichel.

4. Risultati esperimentali. — Riferiamo per ordine i risultati conseguiti nelle diverse esperienze.

Tabella III.

4º Serie ottenuta nel campo magnetico terrestre
(Maggio 1889).

(Maggio 1009).								
Altezze	Deviazioni corrispondenti							
del magneto- metro	C=103 curva (1) flg. 12	C = 103 curva (2) fig. 13	(1) (2)					
EI	98,4	42,0	2,6					
1/16	117,5	45,2	2,6					
2/16	96,0	32,0	3,0					
3/16	69,0	23,0	3,0					
4/16	52,2	15,8	3,3					
6/16	30,9	9,0	3,4					
8/16	10,7	3,0	3,5					
10/16	- 14,2	- 4,0	3,5					
12/16	- 46,9	— 13,8	3,4					
13/16	- 83,0	- 26,0	3,2					
14/16	— 105,3	- 38,0	2,8					
15/16	116,4	- 42,1	2,7					
ES	109,8	- 36,5	3,0					

1º La prima di esse è quella che si riferisce al nichel avente torsione zero. Con le misure fatte in 14 diverse posizioni dinanzi al filo, e cioè all'estremo inferiore, ad uno, due, tre, quattro, sei, otto, dieci, dodici, tredici, quattordici, quindici sedicesimi, ed all'estremo superiore, misure che sono radunate nella tabella III^a, e comprendono la serie 4^a, descriviamo le curve (1^a) e (2^a) della fig. 13^a.

La curva contrassegnata col N. (1^a), indica il magnetismo lungo il nichel prima che fosse stato sollecitato da alcuna azione, quella col N. (2^a), il magnetismo dopo che il nichel aveva fornito le misure comprese nella IV^a tabella.

Da esse possiamo dedurre:

- a) che il filo di nichel è magnetizzato longitudinalmente;
- b) che la distribuzione del magnetismo lungo il filo, da prima a dopo avere esercitato su di esso azioni meccaniche, resta, entro certi limiti, proporzionale.
- 2º Le esperienze della seconda specie, condotte, per cicli completi di torsione, in 5 diverse regioni del nichel, sono comprese nella tabella IV^a, e, loro mercè, sono state costruite le fig. 14, 15, 16, 17 e 18.

Tabella IV.

5ª Serie ottenuta nel campo magnetico terrestre (Maggio 1889).

Angoli	Deviazioni corrispondenti del magnetometro C == 103 Kg per cm² costante							
Torsione	ad EI (fig. 14)	ad 1/4 (fig. 15)		a 3/4 (fig. 17)	ES (fig. 18)			
0°	42,0	15,3	+ 3,5	13,5	_ 36,2			
40	57,0	31,2	+ 3,7	- 26,5	_ 55,7			
80	66,8	40,1	-+ 3,4	- 36,0	- 66,2			
120	73,0	45,0	-+ 3,4	- 39,0	- 72,2			
160	76,5	47,5	2,7	40,6	- 74,5			
180	77,5	48,3	→ 2,5	- 41,0	- 75,5			
160	72,5	44,5	 2,5	- 38,5	69,2			
128	47,7	25,2	+1,7	-24,6	44,0			
80	23,0	7,8	0	- 7,6	- 18,0			
40	23,7	0,5	- 2,5	0,0	- 20,5			
0	37,0	10,0	- 5,0	- 4,7	- 39,0			
— 40	49,0	22,2	- 7,0	- 16,0	- 55,2			
- 80	56,1	29,5	- 8,0	- 24,0	- 62,5			
— 120	60,2	32,7	— 7,6	- 27,5	65,0			
- 160	62,0	34,0	- 7,5	- 29,2	- 65,0			
— 180	62,5	34,4	- 7,5	- 30,0	- 64,9			
— 160	58,5	31,3	- 7,4	27,5	- 60,7			
— 120	38,1	18,0	6,0	- 17,0	- 38,0			
- 80	19,0	3,3	- 3,5	- 5,2	15,2			
— 40	24,7	2,0	0,5	- 4,0	- 16,0			
0	42,0	14,5	-+- 3,2	13,0	- 36,2			

Esse ci confermano ancora una volta che

c) le azioni meccaniche, esercitate sul nichel, non fanno altro che determinare un nuovo stato magnetico, dipendente, con una certa proporzionalità, da quello che l'ha preceduto, tanto da rimanere indifferente l'osservare la distribuzione magnetica in una regione piuttosto che in un'altra del campo.

3º Le esperienze poi della tabella Va, che formano la 6ª serie, fig. 19, 20, 21, 22, 23, e si riferiscono al caso particolare in cui il campo, durante le torsioni cambia di segno, ci dimostrano così bene la variazione di magnetismo in tutto il campo magnetico provocato dal nichel, che si può inferire.

d) se l'inverzione di campo magnetico è accusata dal magnetometro, allora che è situato dinanzi ad un estremo del filo, è accusata - in generale - in qualunque altra posizione è collocato.

Quella piccola differenza, che si può notare fra la fig. 14 e 18, tra la 15 e 17 è da attribuirsi al fatto che, se geometricamente il magnetometro trovasi innanzi agli estremi o nelle posizioni simmetriche ¹/₄ e ³/₄, magneticamente questa condizione non è talvolta rigorosamente soddisfatta, giacchè i poli magnetici spesso si dispongono a differente distanza dagli estremi del magnete. Per la stessa ragione, si potrebbero ripetere identiche osservazioni a riguardo delle fig. 19 e 23, 20 e 22; però queste differenze non hanno che un valore molto relativo, e non devono preoccuparci per l'andamento generale dei fenomeni studiati in queste ricerche.

Tabella V.

6ª Serie ottenuta nel campo magnetico terrestre
(Maggio 1889).

(11118810 1000).									
Angoli di	Deviazioni corrispondenti del magnetometro C costante = 820 Kg per cm²								
Torsione	EI (fig. 19)	(fig. 20)	(fig. 21)	(fig. 22)	ES (fig. 23)				
0°	99.5	00.0	0.0	150	05.5				
	+ 33,5	+ 22,0	+ 3,2	- 15,0	- 27,7				
40	+ 46,0	+ 29,5	+ 3,3	- 22,2	- 38,1				
80	-+ 51,0	+ 34,1	+ 3,3	- 27,1	- 42,9				
120	+ 51,0	+ 37,5	+ 3,3	- 29,3	- 44,2				
160	+ 50,0	+ 38,5	+ 3,2	- 30,0	-45,2				
180	+ 49,5	+ 39,1	+ 3,3	- 30,2	— 45,2				
160	+ 48,0	+ 32,5	+ 3,2	— 23,7	- 35,2				
120	+ 24,7	+16,5	+ 3,0	— 8,7	- 11,5				
80	+ 2,2	+ 2,7	÷ 2,7	+ 4,0	+ 7,0				
40	15,4	- 8,0	+2,7	+ 13,3	+ 22,4				
0	- 28,8	— 16,9	+ 2,7	+ 21,4	+ 33,5				
- 40	- 39,0	- 24,0	+2,7	+ 27,7	-+ 40,5				
— 80	- 47,3	- 29,5	+ 2,7	+ 31,8	+ 44,0				
- 120	51,6	— 32,5	-+- 2,7	+ 33,8	44,8				
— 160	53,3	33,9	+ 2,7	34,1	+ 44,5				
— 180	— 53,5	- 34,3	+ 2,7	+- 34,3	+ 44,5				
-160	- 44,0	27,4	+ 2,7	+ 28,6	+ 37,0				
- 120	- 25,0	13,0	+ 3,2	+ 14,9	+ 20,0				
— 80	- 3,0	_ 1,0	-+- 3,5	+ 3,2	+ 1,0				
— 40	-+- 16,0	+ 12,5	+ 3,3	- 7,7	15,5				
0	+ 33,5	+ 22,0	+ 3,2	- 15,0	— 28,5				

Dalle quali cose. ed, in particolare, tenendo presenti i risultati della tabella V^a fig. 19, 20, 22, 23 possiamo conchiudere che « il fenomeno osservato proviene da una reale inversione di polarità magnetica del filo di nichel in esame, e che mentre per le torsioni positive da 0° a 180° il magnetismo di un estremo cresce positivamente, dell'altro, invece, cresce negativamente e lo stesso pei punti intermedi delle due metà del filo: che, mentre per le detorsioni da 180° a 0° il magnetismo del primo estremo considerato diminuisce positivamente fino a raggiungere, passando per zero, un valore negativo, il magnetismo del secondo estremo diminuisce negativamente fino a raggiungere, passando per zero, un valore positivo; che il passaggio delle due metà del filo per zero, e da positivo a negativo, e da negativo a positivo, accade contemporaneamente, per cui, per certi angoli particolari di torsione, l'inversione di polo sussiste in modo assoluto.

Non sarà adunque più il caso di obbiettare essere il fenomeno come provocato da accidentalità, che si potrebbero, manifestare nel campo, come, per esempio, dalla presenza dei punti conseguenti preesistenti nel nichel, i quali, al seguito delle azioni meccaniche, si cambiassero, con un certo sistema, di posto, ma converrà attenersi alle deduzioni che abbiamo fatte.

III. Angolo di torsione sotto cui si neutralizza il magnetismo di un filo di nichel.

1. Una previsione che può farsi, al seguito di quanto è stato precedentemente esposto, è questa: dimostrato che l'inversione di segno nel campo magnetico, generato da un filo di nichel allora che si solleciti con azioni meccaniche, è dovuta ad un cambiamento di polarità del filo, ed osservato che questo cambiamento, variando gli angoli di torsione, si effettua per gradi, cioè mentre, per esempio, il polo positivo diminuisce gradatamente per diventare negativo, il polo negativo diminuisce, in valore assoluto, gradatamente per diventare positivo, deve esistere un certo angolo di torsione, pel quale il filo di nichel possiede un magnetismo eguale a zero, onde in qualunque regione si porti il magnetometro, non deve accusare alcuna influenza magnetica.

Io ho cercato dimostrare la mia previsione mercè l'esperienza seguente: messo il filo in condizioni da offrire, durante il ciclo di azioni, l'inversione di polarità, e, servitomi della stessa disposizione sperimentale, che ho esposto nella parte precedente, nel solito modo ho registrato le deflessioni del magnetometro, dinanzi l'estremo inferiore EI, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e l'estremo superiore ES, avendo il filo torsione nulla.

Somministrata di poi al filo una torsione di un angolo di 40°, ho ripetute le cinque misure precedenti, e medesimamente ho fatto, essendo il filo torto di 80°, di 120° e così via, fino a completare il ciclo nella maniera, che già ci è notoria. Tutte le letture — che si riferiscono ad una serie di misure — sono state riunite nella tabella VI°, la quale ha bisogno di una semplice spiegazione. I numeri, che si leggono in linea orizzontale, rappresentano le deflessioni magnetometriche, dinanzi la porzione del filo che è indicata dal simbolo situato sulla stessa linea della 1° colonna; i numeri scritti su una stessa colonna esprimono le deflessioni sotto uno stesso angolo di torsione. Così i numeri della 1° linea: 33,6; 43,8; 49,1; 50,1; 52,0 sono

le deflessioni ottenute dinanzi l'estremo inferiore EI quando il filo era torto rispettivamente di 0°, 40°, 80°...... 180°.

Lo scompartimento I° della nostra tabella corrisponde alle deflessioni conseguite a diverse altezze per angoli di torsione crescenti da 0°, a 180°; ma, giunti a 180°, occorre ripetere le letture per gli angoli decrescenti da 160° a 0°, e desse sono riunite nel II° scompartimento. Giunti a 0°, si ripetono le stesse misure torcendo, in senso contrario al primo, fino a 180°: ciò che dà luogo al III° scompartimento; e le detorsioni successive danno luogo al IV° In tal modo il ciclo d'azioni è reso completo.

Di più, se si considerano i numeri della 1ª colonna del I. scompartimento, questi rappresentano l'andamento del magnetismo lungo il filo quando possedeva torsione nulla; quelli della 2ª colonna, l'andamento del magnetismo quando la torsione era di 40°; quelli della 6ª, quando la torsione era di 120°; e così via. Talchè ogni colonna di ciascuno scompartimento sta a dimostrare il magnetismo lungo il filo sotto una particolare torsione.

Tabella VI.

Deflessioni del magnetometro corrispondenti alle seguenti altezze e torsioni.

Torsi	oni	0.0	40°	80°	85°	1000	120°	160°	180°
	EI	+ 33,6	+ 43,8	+ 49,1	_	_	+ 50,1	+ 52,0	-+ 52,8
	1/4	+- 19,1	-+ 25,8	30,1			÷ 30,8	+ 31,8	+ 32,4
Io	1/2	- 2,6	4,1	_ 5,0	-		- 6,0	- 6,0	- 6,0
	3/4	22,8	31,1	35,5	_	_	- 37,4	- 37,5	- 38,5
	ES	- 33,2	44,9	- 51,2	_		- 54,0	- 54,4	- 55,0
	EI	- 36.4	- 21.4	_ 3.9	- 1.4	+ 6.3	+ 17.8	+ 42.5	
Π°			· .		, i				100000
		+19,1	+ 10,4			- 7,4			_
	ES	+- 27,4	14,8	0,0	- 1,4	- 10,0	- 20,4	- 40,4	_
]						1
	EI	_	-47,9	52,6	_	_	- 53,6	- 54,4	55,4
	. 1/4	_	- 29,6	_ 34,4			- 35,4	— 35,8	- 36,0
IIIº	1/2	_	+ 1,3	+ 1,8			-⊢ 3,0	+ 3,3	+ 3,3
	3/4	_	+ 26,1	+ 30,2			÷ 31,6	+ 32,1	+ 32,3
	ES	_	+ 35,0	+ 39,9	_		+41,3	+ 42,0	+ 42,3
	EI	+ 34,1	+ 19,3	+ 2.7	+ 0,1	_ 8,4	-19.6	-42.2	
				+ 2,0					_
IVo		_ 2,7	- 1,2	- 0,8	+ 0,3	+ 0,8	+ 1,3	+ 2,8	
	3/4	- 23,4	13,7	_ 2,5	0,4	-+ 4,9	+ 12,0	+ 27,1	_
	ES	- 33,7	- 19,7	3,0	+ 1,2	4,8	+ 16,0	+ 34,8	_
	III.º	Io	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$

Ho costruito graficamente la maggior parte delle curve che corrispondono agli andamenti del magnetismo del nichel, variabili col variare della torsione, adoprando il solito sistema che tenni per la fig. 13^a della parte seconda, in modo che, avendo segnato accanto a ciascuna curva l'angolo di torsione sotto cui fu ottenuta, possono ora vedersi a colpo d'occhio le variazioni del magnetismo del filo durante il ciclo di azioni. Gli angoli di torsione corrispondenti alle misure indicate dal I^o scompartimento portano l'indice 1, per es. 40^o1, 80^o1 ecc. ecc., quelli del II^o portano l'indice 2, cioè: 160₂, 120₂....... 40₂ ecc. ecc., ed analogamente per quelli del III^o e IV^o scompartimento; il che è fatto per assegnare a ciascun angolo il suo giusto valore e perchè, per ciascuna curva individuante il magnetismo del nichel lungo il filo, sia ben definito sotto quale torsione è stata conseguita. È superfluo forse avvertire che della nostra tabella i dati furono esperimentalmente ottenuti procedendo, pel I. scompartimento, da sinistra verso destra, pel II^o da destra verso sinistra, e così, alternativamente pel III^o e IV^o Con questi dati fu costruita la fig. 24^a, la quale merita ora di essere esaminata.

La curva 0°, a tratto continuo, rappresenta il magnetismo iniziale lungo il nichel, e le curve 40°, e 180°, pure a tratto continuo, rappresentano il magnetismo allorchè la torsione era rispettivamente di 40°, e di 180°.

Si può dedurre dall'esame di queste tre curve, descritte mercè i numeri del I° scompartimento che « la torsione fa aumentare l'intensità di magnetizzazione del filo di nichel. »

Infatti il magnetismo dell'estremo inferiore del filo, e così tutta la sua metà inferiore, aumenta positivamente col crescere della torsione, e nella stessa guisa aumenta negativamente per tutta la sua parte superiore.

Avendo poi rappresentato con curve a tratti gli andamenti del magnetismo, corrispondenti alle detorsioni del filo, si scorge bene da queste curve come, " per effetto della detorsione, il filo si smagnetizza più rapidamente che non si *era per lo innanzi magnetizzato sotto lo stesso angolo di torsione *, così a 160°_{2} possiede un magnetismo presso a poco identico a quando era stato torto di solo 40°_{1} ed a 120°_{2} possiede un magnetismo inferiore a quello che aveva inizialmente (curva 0°_{1}).

Procedendo colle detorsioni, si ha la curva 100°2, molto allungata, e, seguitando ancora a detorcere di pochi gradi, a 85°2 si vede che il filo non possiede alcun magnetismo.

Sarà interessante rintracciare la legge con cui varia questo angolo critico colle dimensioni del nichel, le quali probabilmente dovranno avervi influenza e colla intensità del campo magnetico, ma questo formerà il soggetto di una prossima ricerca: ho constatato però che, per fili di nichel di differente provenienza, ma di eguali dimensioni (lungh. = 39 cm. sezione=1,31 mm.), il magnetismo nullo si riscontra, nel campo terrestre sempre verso gli 85°.

Detorcendo ancora, oltre l'angolo critico, si ottiene subito la curva 40°2, che manifesta essere divenuto il filo novamente magnetico, ma con polarità rovesciata. Allora, per ogni detorsione che si faccia sino a 0° e per ogni successiva torsione nello stesso senso, il rovesciato magnetismo del nichel seguita ad aumentare fino a 180°, (come bene lo esprimono le curve segnate a tratti); ma giunti a 180°3, principiando

a storcere, il magnetismo del nichel cala così rapidamente, come lo indicano le curve a tratto continuo, che ad 85°4 si ha un nuovo passaggio per lo zero. Seguitando a storcere ancora fino a 0°, il filo riacquista il magnetismo colla polarità iniziale e della stessa intensità.

"Durante un ciclo di torsioni si hanno, adunque, due passaggi del magnetismo lungo tutto il filo di nichel per lo zero ": e dessi sono resi palesi dall'ispezione della fig. 24, la quale sintetizza il fenomeno dell'inversione di polarità in tutte le sue fasi.

Perciò pel nostro caso " due sono gli angoli critici": $\theta = 85^{\circ}_{2}$ e $\theta_{1} = 85^{\circ}_{4}$.

Tabella VII.

8ª Serie ottenuta nel campo magnetico terrestre.

Angoli Torsione	Deviazioni corrispondenti del magnetometro carico costante = 103 Kg per cm²									
Ang di To	(fig. 25)	(fig. 26)	(fig. 27)	(fig. 28)	(fig. 29)	(fig. 30)	(fig. 31)	(fig. 32)	(fig. 33)	
0°	37,0	9,3	+ 20,0	38,7	28,7	32,0	+ 55,5	47,0	+ 72,3	
40	. 53,9	19,8	+ 76,5	44,8	33,2	47,0	+ 76,4	69,8	+108,7	
80	67,0	27,8	+ 106,0	50,0	33,7	51,5	+ 80,0	85,9	+120,0	
120	73,5	31,8	+ 115,0	54,0	34,7	52,5	+ 80,3	91,9	→ 123,2	
160	77,0	33,7	+125,5	57,9	36,1	53,5	+- 81,2	94,4	+ 124,1	
180	77,6	34,4	+ 127,2	59,1	36,7	54,0	+ 81,6	95,4	+124,5	
160	74,5	33,6	+ 120,0	57,6	35,0	53,0	-+ 80,3	90,0	+121,5	
120	57,0	30,0	+ 110,7	49,5	25,9	46,8	→ 72,1	65,5	+ 108,0	
80	32,1	21,8	+ 90,0	36,2	18,6	26,5	+ 50,3	34,9	+ 72,1	
40	25,0	10,3	+ 47,8	32,0	17,1	16,8	+ 15,0	28,8	+ 19,0	
0	. 38,5	9,8	5,0	37,5	27,1	12,5	- 9,7	46,8	- 15,7	
- 40	55,8	18,8	- 43,0	43,0	30,5	11,0	- 19,5	70,8	33,3	
 - 80	68,0	22,7	- 66,5	48,4	31,7	12,5	— 18,7	83,5	- 36,5	
120	74,0	24,0	- 77,0	51,6	32,5	14,0	— 16,8	86,5	- 34,2	
160	77,0	23,8	- 80,0	54,2	33,1	15,0	- 15,0	86,8	- 31,5	
180	77,4	23,3	— 79,9	55,0	32,3	15,8	14,0	87,0	- 30,5	
160	73,8	23,0	- 78,6	53,9	32,7	15,0	- 15,0	81,8	- 30,3	
120	56,0	21,1	- 75,0	47,5	27,5	11,8	- 15,5	59,0	- 30,5	
_ 80	32,0	12,8	- 63,0	35,7	17,5	8,5	- 13,5	30,9	- 26,5	
_ 40	24,2	5,7	- 34,7	33,0	18,4	8,0	+11,8	27,0	+ 11,0	
0	36,6	9,5	23,0	38,5	28,2	33,0	56,2	46,5	+ 72,8	

IV. Nuovo modo di provocare l'inversione di polarità di un filo di nichel.

1. Stato elastico del metallo. — Definizione. — Fino dalla prima parte di questo lavoro ho avvertito che bastava aver sottoposto il filo di nichel ad una serie di azioni meccaniche perchè esso, in un campo di maggiore intensità, s'inverta di polo con un carico minore di quello, che era stato richiesto precedentemente in un campo d'intensità minore.

Per esempio: un filo nuovo, richiese un carico di 1280 Kg. per cm², in un campo di 0,5 unità (C. G. S.), per invertire di polo; questo stesso filo in un campo eguale a 3,5, richiese soli 800 Kg. per cm², per presentare lo stesso fenomeno. E la differenza tra le due esperienze consistette unicamente in ciò che la prima volta il filo aveva subìto poche azioni meccaniche, la seconda invece ne aveva, precedentemente, subìte molte.

Per un altro filo, dopo averlo fatto lavorare parecchio nel campo terrestre, determinai il così detto carico critico, che risultò, in un campo eguale a 1,53 (C. G. S), di 275 Kg. per cm².

Onde non v'ha dubbio che lo stato elastico del metallo debba avere una principale importanza sulla riuscita del fenomeno in questione. In altri termini, se — tralasciando di considerare le proprietà magnetiche — si prendessero in considerazione le proprietà elastiche, si vedrebbe che queste non risultano indipendenti dalla iniziali azioni che hanno sollecitato il metallo. Per ben chiarire questo nostro pensiero, richiamiamoci alla mente i lavori importanti, che, da vari esperimentatori, tra i quali il Wertheim (¹) ed il Pisati (²), furono eseguiti per determinare il modulo di elasticità dei fili metallici. Ebbene, questi vari esperimentatori trovarono valori così diversi fra loro, da sembrare impossibile che, per uno stesso filo, esistessero divergenze così grandi. Ma fu il Pisati che si accorse dipendere queste divergenze dallo stato particolare del filo metallico, e trovò infatti, che bisognava, prima di fare le misure definitive, ridurre il metallo ad uno stato elastico normale, raggiunto il quale le ulteriori determinazioni riuscivano concordanti.

Lo stesso ebbe a fare, di poi, il Poloni (3) nella misura dei coefficienti termici delle sbarre magnetiche a diverse temperature.

Senonchè questo stato elastico normale non si deve intendere che esista in modo assoluto, dappoichè successive azioni esercitate sul metallo produrranno in questo un secondo nuovo stato, che sarà poco diverso dal primo; azioni successive ne produrranno un terzo ancor meno diverso dal secondo, per cui le differenze fra stato e stato molecolare diverranno sempre di più in più piccole.

Messo ciò in chiaro, dobbiamo tener presente che ci troviamo dinanzi, in questo studio, a due variabili: la polarità magnetica del metallo ed il suo stato elastico.

- (1) Annales de Chemie et de Physique, 3ª serie, t. XII, p. 385,
- (2) Pisati, Gazzetta Chimica Italiana, t. VI e t. VII.
- (3) Poloni, Atti Accademia Lincei, 1882.

Noi, oservando come varia questa polarità, non dobbiamo dimenticare che ogni suo valore corrisponde ad un certo angolo di torsione e ad una certa trazione; ovvero noi potremo più semplicemente dire che esaminiamo una "polarizzazione magneto-elastica" del metallo.

Così dicendo, oltre inaugurare una dicitura che semplificherà di molto le deduzioni che avremo da trarre dalle nostre esperienze, verremo ad includere nel concetto di magnetismo il concetto di elasticità.

2. Torsioni successive. — Per questa via fui condotto ad esaminare l'influenza che le successive torsioni esercitano sulla polarizzazione magneto-elastica del nichel.

Fin dal principio di questo lavoro è avvertito che le letture del magnetometro devono esser fatte dopo aver torto il filo 8 o 10 volte, fino cioè ad averlo reso ciclico, e poichè, dopo numerose misure, io mi era accorto che la polarizzazione iniziale del filo veniva a cambiare, così volli assicurarmi se si raggiungeva alla fine una polarizzazione fissa, oppure se questa assumeva valori ognora differenti, ed, in tal caso, quali erano le leggi che si sarebbero verificate.

Adoperai, per tale scopo, il filo n. 1, col quale aveva già ottenute più serie di misure, alcune delle quali furono esposte nella prima parte, e con esso novamente ricotto ebbi la curva della fig. 25^a, nel campo terrestre, e col carico di 103 Kg. per cm². Di poi per qualche giorno seguitai ad esperimentare con questo filo, in campi diversi e con diversi carichi. Finalmente nelle condizioni iniziali, ripetei l'esperienza ed ebbi la fig. 26; dopo di che, somministrate al filo 200 torsioni complete, alla 200^a ottenni la fig. 27, la quale dimostra che la polarizzazione magneto-elastica del filo veniva a cambiare di segno.

Ma questo fatto descritto, grandemente singolare richiedeva di essere confermato ancora con altri fili.

Presi perciò un filo nuovo, che indicheremo col n. 3 e, nelle stesse condizioni del filo n. 1, lo sottoposi alle torsioni successive, ripetendo l'esperienza dopo ogni 100 torsioni somministrate. Ho riunito nella tabella VII^a, oltre le misure fatte col filo n. 1, alcune della serie del filo n. 3, e cioè i dati coi quali sono state disegnate: la curva (fig. 26), ottenuta dopo 10 torsioni, la fig. 30 ottenuta dopo 100 torsioni, e la fig. 31 dopo 1200 torsioni.

Dopo 1200 torsioni successive, la polarizzazione cambiava adunque di segno.

Seguitando ancora a torcere, dopo oltre 1200 torsioni, notai che la polarizzazione tendeva a prendere un valore negativo sensibilmente minore.

Allora feci ancora la seguente esperienza: questo stesso filo fu smagnetizzato col ricuocerlo, e poi rimesso in esame: dopo 500 torsioni successive, cambiò, durante il ciclo di torsione, di polarità magnetica. Le curve che si ebbero sono: la 32^a e la 33^a, delle quali i valori numerici si trovano nella tabella VII^a. Il fatto mi sembra pienamente confermato, tanto più che, ripetuta con altri fili l'esperienza precedente, giunsi sempre, dopo un numero grande, ma molto variabile, di successive torsioni, ad ottenere la richiesta inversione di polo.

Si può adunque concludere che il fenomeno della rovesciata polarità magnetica non è esclusivamente provocato dalle trazioni, cui il filo si sottomette, ma che la trazione accelera alla torsione la sua azione singolare sul magnetismo del nichel. Ed, invero, richiamando le esperienze dell'Ewing (¹) sulla variazione del magnetismo di un filo di nichel, sottoposto unicamente a carichi crescenti, fino quasi a raggiungere il carico di rottura, veniamo a conoscere che l'illustre fisico, conducendo le esperienze secondo cicli di trazioni, non ha osservato mai che il magnetismo del nichel viene a cambiare; per guisa che noi concludiamo: il peso tensore non é capace da solo di provocare una polarizzazione magnetica negativa.

Dalle mie esperienze risulta invece che la torsione è capace da sola di operare il rovesciamento di polo; onde, se le due azioni meccaniche sono combinate, siccome effetto delle trazioni crescenti si è di diminuire il magnetismo del nichel, vuol dire che le due azioni concorreranno insieme a far riuscire il fenomeno, ma resta sempre confermato che la torsione è la causa unica senza la quale il fenomeno non riesce.

Concludiamo:

- 1º Per provocare il fenomeno dell'inversione di polarità di un filo di nichel, posto in un campo magnetico e sollecitato da torsioni, la torsione è condizione necessaria e sufficiente;
- 2° la trazione accelera l'azione della torsione, ma non è nè necessaria nè sufficiente.

V. Proprietà della polarizzazione magneto-elastica.

- 1. Ci possiamo infine domandare:
- 1° se le curve della polarizzazione, ottenute procedendo per carichi crescenti, si ottengono ancora le stesse procedendo per carichi decrescenti;
- 2º se l'applicazione di una trazione permanente influisce sui risultati ulteriori delle esperienze;
- 3º se la polarizzazione, una volta acquistato un certo valore, lo conserva o no, ed, in ispecie, se lo conserva, quando cambia di segno, e cioè diventa negativa.

Alla prima domanda noi possiamo rispondere che nell'eseguire questa prova, ci troviamo, in generale, dinanzi al fatto seguente: le curve che si ottengono coi pesi tensori decrescenti, sono più sviluppate di quelle avute, in precedenza, coi pesi tensori crescenti.

Ci porterebbe troppo per le lunghe riferire e discutere tutti gli esperimenti fatti in proposito: noi ci limiteremo a far riflettere, grazie ai risultati fino ad ora dimostrati, che l'effetto prodotto dall'azione meccanica sul magnetismo del nichel consiste in ciò che il nichel vieppiù è sollecitato meccanicamente, viemeglio sembra obbedire alle variazioni di magnetismo ed in proporzioni maggiori. In altri termini, se teniamo presenti le curve che ottenemmo nelle diverse condizioni elastiche, in cui si trovava il nichel, possiamo constatare che il cambiamento di polarità, è sempre proceduto da una magnetizzazione più intensa del filo, magnetizzazione che, durante il ciclo di torsioni, offre variazioni maggiori di quando il cambiamento di polo non avveniva. Talchè è logico pensare, ritornando al nostro argomento particolare, che le azioni eser-

⁽¹⁾ Ewing Phil. Trans. v. CLXXIX, p. 325.

citate sul nichel nel procurarci le curve coi pesi tensori crescenti, lo mettano nelle condizioni accennate di offrire, di poi, maggiore facilità alle variazioni di magnetismo, quando si esperimenta coi pesi tensori decrescenti.

Per rispondere alla seconda domanda furono istituite le seguenti indagini: per un certo campo e carico, esperimentavo su di un filo ed otteneva una certa curva; dipoi toglieva la forza magnetizzante, lasciava il peso tensore appeso al filo per 20 ore, passate le quali e badando bene ch'esso non avesse ricevuto, durante quell'intervallo di tempo, alcuno scotimento, o qualunque altra azione meccanica, ripeteva l'esperienza precedente.

Le molte coppie di curve fatte con carichi e campi magnetici di diversa intensità, ci dimostrano che la polarizzazione del filo non è sensibilmente alterata.

La risposta alla terza domanda comprende più casi:

- a) la polarizzazione positiva acquistata sotto un certo angolo di torsione rimaneva la stessa con lo stesso peso tensore, e per quel dato angolo, rimanendo costante la forza magnetizzante;
- b) allontanando la forza magnetizzante, perdurava, almeno per 20 ore, il valore acquistato dalla polarizzazione, purchè rimanesse costante la torsione. In questo caso la costanza della polarizzazione era confermata dalla costanza tra la differenza delle deflessioni al magnetometro quando su di esso si esercitavano le azioni combinate del nichel e del rocchetto e quando era attiva la sola azione del rocchetto magnetizzante.
- c) se la polarizzazione aveva assunto un valore negativo, si avveravano le stesse proprietà di quando aveva un valore positivo. Cosicchè quando il nichel aveva cambiato di polo, sotto un certo angolo, sia pure togliendo la forza magnetizzante, questo cambiamento sussisteva ancora fino a che non si cambiava l'angolo di torsione.

CONCLUSIONE

I fatti, che abbiamo constatato, in queste nostre ricerche, sono i seguenti:

1º. Se ad un filo di nichel, teso verticalmente con un determinato peso tensore, in un campo magnetico di una certa intensità, vengono somministrate delle torsioni e detorsioni e se, in pari tempo, mercè un magnetometro sito di contro un estremo del filo, si osservano le variazioni del campo, si trova che talvolta, durante il ciclo di torsioni, il campo magnetico, in un dato punto, cambia di segno.

2°. Sembra non esistere una relazione ben definita tra l'intensità del campo ed il peso tensore, impiegati in ciascuna esperienza, nella quale si ottiene il cambiamento di segno; giacchè, pel detto fenomeno, un filo nuovo, che, per una fissata intensità di campo, richiede un considerevole peso tensore, domanda poi

un peso tanto più debole quanto più è stato sollecitato meccanicamente.

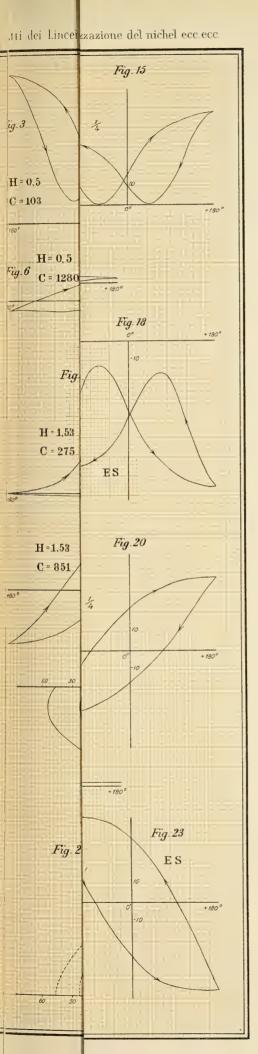
Avendo largamente discusso se questo cambiamento di segno sia o no dovuto ad una inversione di polarità del filo, stabilimmo che questo non poteva essere asserito, prima di conoscere la distribuzione del magnetismo lungo di esso. Intrapreso quello studio si è dimostrato:

- 3°. Il filo di nichel, posto nelle sopraddette condizioni, si magnetizza longitudinalmente.
- 4º. La distribuzione del magnetismo lungo il filo, prima di averlo sollecitato con azioni meccaniche, resta, entro certi limiti, proporzionale alla distribuzione esistente dopo che le sollecitazioni meccaniche sono state eseguite.
- 5°. Le azioni meccaniche, esercitate sul nichel, non facendo altro che determinare un nuovo stato magnetico, dipendente, con una certa proporzionalità, da quello che l'ha preceduto, rimane indifferente l'osservare, durante il ciclo di torsioni la variazione magnetica del campo, in una regione piuttosto che in un'altra.

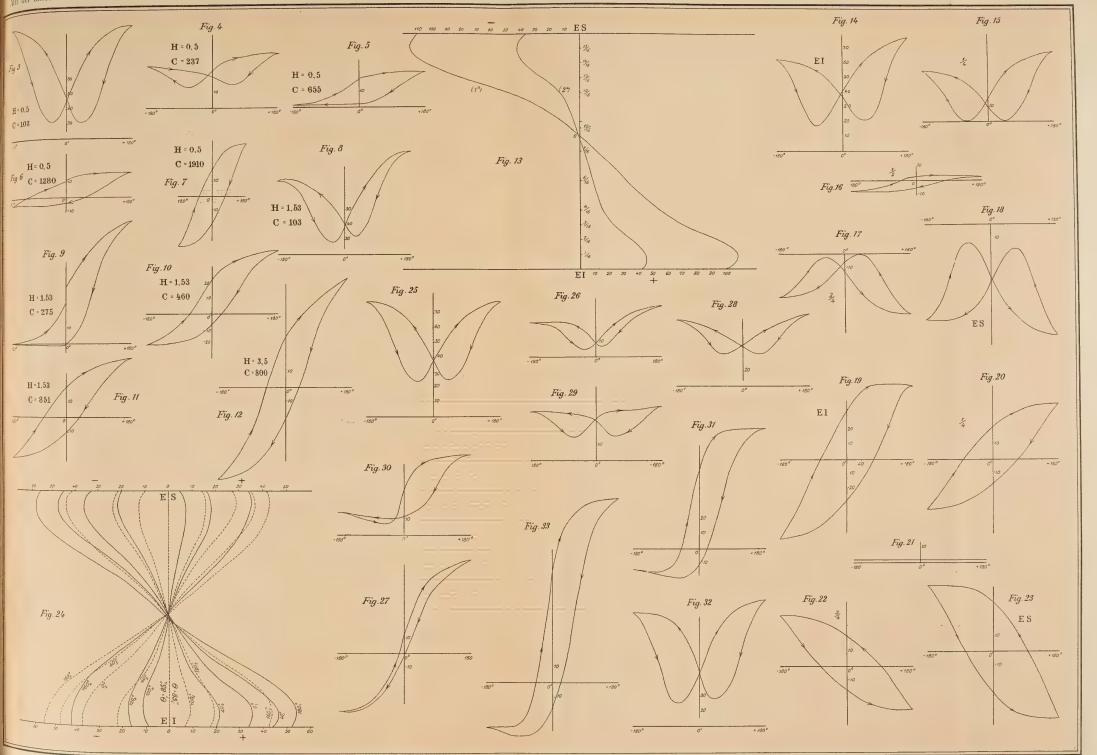
Ed avendo eseguite le precedenti esperienze quando si verificava l'inversione di segno, si dimostrò:

- 6°. L'osservato cambiamento di segno del campo magnetico è dovuto ad una reale inversione di polarità magnetica del filo di nichel in esame; così, mentre per le torsioni positive da 0° a 180° il magnetismo di un estremo cresce positivamente, dell'altro invece, cresce negativamente, e lo stesso accade pei punti intermedi simmetrici delle due metà del filo; così, mentre per le detorsioni da 180° a 0°, il magnetismo del primo estremo considerato diminuisce positivamente, fino a raggiungere, passando per zero, un valore negativo, il magnetismo del secondo estremo diminuisce negativamente, fino a raggiungere, passando per zero, un valore positivo; così il passaggio delle due metà del filo per zero, e da positivo a negativo e da negativo a positivo, accade contemporaneamente, per cui, per certi angoli particolari di torsione, l'inversione di polo sussiste in modo assoluto.
- 7° . Gli angoli critici sotto i quali il nichel si trova totalmente smagnetizzato, per date dimensioni del filo, e nel campo magnetico terrestre, sono due: $\theta = 85_2^{\circ}$, e $\theta_1 = 85_4^{\circ}$. Sotto questi due angoli di torsione, in qualunque regione di contro il filo si rechi il magnetometro, esso conserva l'orientazione che aveva, prima che il nichel fosse messo in prova.
- 8°. Lo stato elastico iniziale del metallo possiede una grande influenza sugli ulteriori risultati esperimentali, tanto che con successive e ripetute torsioni fu prodotto il cambiamento di polo.

- 9°. Nel provocare il fenomeno dell'inversione di polarià di un filo di nichel, posto in un campo magnetico e sollecitato da torsioni e trazioni, la torsione è condizione necessaria e sufficiente, mentre la trazione accelera l'effetto della torsione, ma non è, nè necessaria nè sufficiente.
- 10°. La polarizzazione magneto-elastica del nichel resta variata se le esperienze si conducono successivamente, sia con pesi tensori crescenti, sia decrescenti.
- 11°. L'applicazione di un carico tensore permanente non fa variare la polarizzazione.
- 12°. La polarizzazione, acquistato un certo valore, sia positivo, sia negativo, lo conserva anche allontanando la forza magnetizzante.









RELAZIONE

letta dal Socio Bizzozero relatore, a nome anche del Socio Golgi, nella seduta del 5 aprile 1891, sulla Memoria del dott. G. Bordoni Uffreduzzi intitolata: I protei quali agenti d'intossicazione e d'infezione.

- "In un lavoro pubblicato nel 1887 nella "Zeitschrift für Hygiene" l'autore aveva richiamata l'attenzione sopra una forma di malattia infettiva dell'uomo, simile assai all'infezione carbonchiosa, ma prodotta da un microrganismo che ancora non era stato descritto e che l'autore designò col nome di *Proteus hominis capsulatus*. Nel presente lavoro esso ritorna sull'argomento, nell'intento di studiare più partitamente la biologia di questo microrganismo, e di rispondere ad alcuni dubbi emessi da altri osservatori sulla facoltà infettante del microrganismo stesso.
- La Proteus hom. caps. ha proprietà sì tossiche che infettanti, a differenza degli altri microrganismi congeneri partecipanti alla putrefazione delle sostanze albuminose, i quali possono anch'essi esercitare un'azione tossica, ma non sono infettanti. Il suo potere infettivo pel topo è così spiccato, che, fra i batteri patogeni conosciuti, può solo paragonarsi, sotto questo riguardo, al bacillo del carbonchio. Nel coniglio e nella cavia è meno attivo. Nel cane è pure molto attivo, e la malattia si localizza specialmente nell'infestino e nelle ghiandole mesenteriche, come nell'uomo. In quest'ultimo l'intestino suol essere, probabilmente, il punto di partenza dell'infezione; il che si accorda col fatto che anche per la via del tubo gastroenterico può il proteo nei topi produrre l'infezione e la morte.
- " Questi ed altri risultati rendono assai interessante questo lavoro, il quale, del resto, è condotto con rigore sperimentale e con logica. La Commissione quindi, nell'adempiere all'incarico avuto dall'Accademia, conclude colla proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia ".

I Protei quali agenti d'intossicazione e d'infezione. Memoria del dott. BORDONI - UFFREDUZZI

In un lavoro pubblicato, nel 1887, nella « Zeitschrift für Hygiene » (¹) richiamai l'attenzione dei patologi sopra una forma di malattia infettiva dell'uomo, simile assai all'infezione carbonchiosa, prodotta da uno speciale microrganismo, che non era ancora stato descritto e che distinsi col nome di *Proteus hominis capsulatus*.

I miei studi sull'argomento, interrotti allora per circostanze indipendenti dalla mia volontà, furono poscia ripresi e proseguiti nel doppio intento, di completare anzitutto le osservazioni, rimaste incomplete, sulla biologia di quel microrganismo, e di rispondere in pari tempo alle obbiezioni, che si sollevarono sopra alcuni dei fatti esposti da me in quella prima pubblicazione (2).

Per quanto le obbiezioni fattemi fossero teoriche in massima parte, e non basate su dati sperimentali, pur tuttavia, per evitare qualsiasi erronea interpretazione dei fatti da me descritti, ed anche per dare loro una più ampia base sperimentale, ho creduto bene ripetere in parte le esperienze primitive, aggiungendovene altre a meglio confermare e completare i risultati di quelle.

Ho ritenuto poi, sotto ogni rapporto, interressante completare lo studio di questo microrganismo, perchè è il primo del genere, nel quale siensi riconosciute proprietà patogeniche per l'uomo e per gli animali.

In questo lavoro, adunque, saranno esposti i risultati delle mie nuove ricerche, insieme con quelle delle osservazioni antecedenti: e non sarà un fuor d'opera, giacchè il primo lavoro non venne mai pubblicato in giornali italiani, avendo sempre avuto in animo di completarlo.

T.

I Protei nella classificazione degli Scissomiceti.

Il nome di *Proteo*, dato da Hauser (3) a certe forme di microrganismi della putrefazione, che egli studiò per primo nei dettagli del loro sviluppo, ha, a dir vero, incontrato poco il favore dei batteriologi; ed è forse per ciò che da alcuni (4) fu pure criticato l'appellativo, che ho scelto pel microrganismo da me preso a studiare.

- (1) Bordoni-Uffreduzzi, Ueber den « Proteus hominis capsulatus », und über eine neue durch ihn erzeugte Infectionskrankheit des Menschen, Zeitschrift f. Hygiene, Bd. III, 1887.
 - (2) Foà e Bonome, Sulla biologia del Proteo capsulato, Riforma medica, n. 43, 1888.
 - (3) Hauser, Ueber Fäulnissbacterien, Leipzig 1885.
- (4) Duclaux, Annales de l'Institut Pasteur, 1887, p. 411; Baumgarten, Lehrbuch der pathologischen Mykologie, 1890, p. 863.

Per quanto non abbia intenzione di addentrarmi in una questione di nomenclatura e di classificazione, che sarebbe fuor di proposito, anche perchè impossibile a definirsi nello stato attuale delle nostre cognizioni botanico - batteriologiche, mi sia permesso soltanto di esporre in breve le cagioni, che mi hanno indotto a preferire nel mio caso il nome di "Proteo" a quello semplicemente di "Bacillo capsulato."

È noto che la maggiore parte delle forme di scissomiceti si riproducono costantemente eguali nel loro sviluppo; il che è quanto dire che, tanto le forme rotonde (cocci), come quelle allungate (bacilli o spirilli), qualunque sieno le condizioni di vita, riproducono sempre, scindendosi, lo stesso tipo. E questo costituisce la regola fondamentale della maniera di moltiplicarsi di questi microrganismi, che ha servito di base alla classificazione di Cohn.

Ma, appartenti alla stessa famiglia, vi sono pure certe specie, le quali compiono un ciclo di sviluppo più ampio, che si riproduce sempre costante e nel quale la stessa specie si può presentare sotto la forma di cocco, come sotto quella di bacillo e di spirillo. Queste diverse forme, che si riproducono sempre, in date condizioni di nutrizione e di temperatura, e che non contradicono quindi alla legge della costanza morfologica della specie batterica, dimostrata dagli studi di Cohn e di Koch, costituiscono, direi quasi, il ponte di passaggio fra gli scissomiceti e gli organismi vegetali di ordine superiore e potrebbero mettersi quindi come quarto gruppo (a lato dei micrococci, dei bacilli e degli spirilli) nella classificazione morfologica di Cohn.

Una tale necessità, portata dalle loro proprietà morfologiche, speciali e diverse da quelle degli altri scissomiceti, è stata anche recentemente riconosciuta da una delle primarie autorità in fatto di batteriologia (1), e dimostra soltanto che, col progredire degli studi, debbono anche necessariamente modificarsi i limiti dapprima proposti per la classificazione di tali organismi.

Si è forse gridato in principio contro il nome nuovo di « Proteo » dato a questi microrganismi, perchè il loro studio ha una data recente e perchè, quindi, non sono molte le specie studiate e conosciute finora: ma, se questo nome serve ad indicare le loro proprietà morfologiche caratteristiche, del pari di quelli di « cocco » « bacillo » e « spirillo » per le specie relative, ha anch'esso il diritto, come questi, di entrare nella scienza.

Non è amor di novità, che ne spinga ad introdurre un nome nuovo, perchè il ciclo di sviluppo carattestico del genere "Proteo" esiste realmente ed è costante nelle sue manifestazioni. E se un tal ciclo si riproduce pure nella forma patogena da me descritta, come fan fede le osservazioni ripetute in vari modi con risultato sempre costante, appare anche giustificato l'averla io classificata fin da principio nello stesso gruppo, a lato di quelle non patogene, descritte da Hauser.

Data la necessità di distinguere tali forme con un nome speciale, come fa Baumgarten (²) che propone quello di « Bacillo pleomorfo », non havvi ragione per escludere il nome di « Proteo », che esprime lo stesso concetto, con maggiore brevità.

⁽¹⁾ Flügge, Grundriss der Hygiene, pag. 45, Leipzig 1889.

⁽²⁾ Baumgarten, Lehrbuch der pathologischen Mykologie 2ª Hälfte, 2ª Halbband, Lief. 2, 1890.

Noto infine che non è esatto quanto afferma lo stesso Baumgarten (¹), che il ciclo di sviluppo del proteo « non è per nulla più esteso di quello che si è soliti osservare nei bacilli ordinari, ad es. nel bacillo del carbonchio », giacchè quest'ultimo bacillo, in qualunque condizione coltivato, non fa che produrre bacilli e filamenti, i quali risultano dall'aggregato dei bacilli neoprodotti per scissione, che rimangono attaccati gli uni cogli altri.

Ben diversamente accade pel proteo, il quale assume la forma bacillare e quella rotonda, e nel quale i filamenti sono bene spesso di diversa grossezza nel loro decorso (per lo più ingrossati nel mezzo e assottigliantisi all'estremità), come se risultassero dall'allungamento di una sola cellula, anzichè dall'aggregato di parecchi individui bacillari, prodotti per scissione.

Pare anzi, secondo quanto mi fu dato ossservare, che la sua moltiplicazione si faccia in due modi: per allungamento (ifomiceti) e per scissione (scissomiceti). Sarebbe quindi un vero anello di congiunzione fra l'una e l'altra classe di microrganismi, ora accennate.

Questi sono i concetti, i quali tratti dallo studio delle proprietà morfologiche del proteo capsulato, come verranno in appresso descritte, mi hanno servito per la classificazione e per la denominazione del microrganismo, che fu oggetto de' miei studi.

II.

I Protei nel cadavere dell'uomo e degli animali.

I casi di malattia da me osservati nell'uomo, dai quali venne isolata la forma che sarà ora descritta, sono in numero di tre e si presentarono colle circostanze seguenti:

1º Caso. — N. N. fonditore di ghisa; dopo due giorni di malessere generale prodromico, ammalò con febbre alta, cefalea, ambascia di respiro e senso di prostrazione generale fortissimo. Non mi fu dato sapere se ebbe vomito o diarrea. La morte avvenne in 4ª giornata e la necroscopia, eseguita nell'istituto anatomo-patologico dell'università, diede il seguente reperto macroscopico: idrotorace doppio, infiltrazione emorragica della mucosa traches-bronchiale, con tumefazione emorragica delle ghiandole peribronchiali.

La mucosa dell'intestino tenue in istato d'infiammazione catarrale e le ghiandole linfatiche intestinali tumefatte; molto ingrossate ed emorragiche le ghiandole mesenteriche.

Congesti i reni, il fegato e la milza, la quale però appariva di volume normale.

2º Caso. — Occorse in un bambino, a pochi giorni di distanza dal 1º. Ammalò egualmente, dopo due giorni di malessere generale, con febbre alta e cefalea, a cui si aggiunse vomito e diarrea, accompagnata da meteorismo, da dolori intestinali e da forte tenesmo rettale. Morì dopo due giorni di malattia.

La necroscopia, eseguita 14 ore dopo la morte, dimostrò l'esistenza di un'intensa infiammazione catarrale dell'intestinuo tenue, con forte tumefazione delle ghiandole mesenteriche.

Congesti tutti i visceri addominali e la milza molle, ma non visibilmente tumefatta. Non vi era idrotorace, ma si aveva raccolta di una discreta quantità di liquido sieroso nel pericardio.

La mucosa delle vie respiratorie non presentava traccia di infiammazione; ma le ghiandole

⁽¹⁾ Loco citato, pag 863.

peribronchiali erano tumefatte ed emorragiche, per quanto non così fortemente, come quelle del mesenterio.

Questo secondo caso differisce adunque dal primo per ciò, che non evvi l'infiammazione della mucosa delle vie respiratorie; nel resto il reperto anatomo-patologico grossolano è corrispondente.

Il 3º caso occorse in una persona agiata, a un mese circa di distanza dai primi due, che morì in cinque giorni, cogli stessi fenomeni segnalati nel 1º caso, col vomito in più.

La necroscopia non fu potuta eseguire, ma si pote però, tre ore dopo la morte, estrarre colle opportune cautele un po' di sangue dalla giugulare interna del cadavere e con quello fare preparati microscopici e culture, che dierono lo stesso risultato batteriologico che si ebbe dai primi due.

Dall'esame microscopico dei succhi e da quello degli organi interni, induriti e preparati in sezioni sottili, si rileva quanto segue:

Nel sangue si rinviene una sola forma di microrganismi, coll'aspetto di bacilli lunghi e grossi, all'incirca, come quelli del carbonchio, colle estremità arrotondate, isolati e riuniti a due, oppure in filamenti non molto lunghi. Questi bacilli si incontrano per lo più riuniti a fascetti, ma poco abbondanti.

Lo stesso microrganismo si riscontra in tutti i visceri interni del cadavere, sia nei preparati fatti col succo fresco, come in quelli delle sezioni degli organi induriti.

Nei preparati dei succhi freschi l'aspetto dei bacilli è lo stesso di quello descritto nel sangue. Quanto agli organi interni, si è nelle ghiandule linfatiche mesenteriche e peribronchiali, ma specialmente nelle prime, che si trovano i bacilli in maggiore quantità.

Nelle sezioni di queste ghiandole i bacilli appaiono sotto forma di accumuli intrecciati variamente, e costituiti da individui isolati e da filamenti, che, a prima vista, si possono scambiare con quelli del bacillo carbonchioso.

Un esame attento fa però rilevare differenze morfologiche abbastanza spiccate. Anzitutto si mostrano un po' più grossi di quelli del carbonchio, ed invece di esser diritti e regolari, sono per lo più di grossezza variabile nel loro decorso (rigonfiati nel mezzo o nelle estremità) e ripiegati ad ansa o a zig-zag, a curve arrotondate. Quanto poi alla loro ubicazione, si vedono prevalentemente entro i vasi linfatici, e frammezzo agli elementi del tessuto, e sono assai più abbondanti alla periferia dell'organo; nel centro della ghiandola invece, ove sono abbondanti gli stravasi sanguigni, il numero dei bacilli è molto più scarso.

Nella milza i bacilli si presentano a gruppi, distribuiti irregolarmente nel tessuto, e non sotto forma di filamenti lunghi, come nelle ghiandole, ma per lo più isolati, o riuniti a due ed a tre.

Nel fegato appaiono colle stesse particolarità, e più abbondanti verso la periferia, che nella parte centrale dell'organo.

Nel rene si trovano quasi esclusivamente nei glomeruli, riuniti a fascetti e sotto forma di filamenti non molto lunghi. Anche qui notasi la stessa distribuzione irregolare e la stessa ubicazione prevalente verso gli strati esterni, come negli altri organi. Nella sostanza midollare del rene si osserva soltanto qualche fascetto di bacilli isolati, nel connettivo intercanalicolare.

Nell'intestino sono abbondanti nei follicoli linfatici tumefatti, nello spessore della mucosa e nella superficie della stessa, sotto lo strato di muco di cui si trova coperta.

Sono pure abbondanti nei polmoni, specialmente nel tessuto peribronchiale e nello

spessore della mucosa della trachea e dei grossi bronchi, sotto forma di filamenti più o meno allungati.

Tali microrganismi hanno dappertutto lo stesso aspetto e trattati coi vari metodi di colorazione non appaiono mai circondati da capsula. È questa una differenza da ciò che si osserva in alcuni degli animali inoculati colle culture del microrganismo (topo bianco, cane) nei quali la capsula è dimostrabile, tanto nel sangue come negli organi interni.

Quanto alle proprietà di colorazione, nei preparati fatti coi visceri umani induriti si ottiene la colorazione dei microrganismi, egualmente bene colle soluzioni acquose semplici dei violetti di genziana e di metile e del turchino di metilene, come con quelle alcaline degli stessi colori.

I preparati fatti col metodo di Gram semplice, e colla successiva colorazione coll'eosina o colla safranina, danno una colorazione perfetta del microrganismo in tutti gli organi.

Nell'interno dell'organismo umano queste forme di bastoncini si distinguono anzitutto da quelle del carbonchio per la loro grossezza maggiore, per la irregolarità dello spessore dei filamenti e specialmente per il rapporto che assumono cogli elementi dei tessuti. Mentre il bacillo del carbonchio si trova, quasi esclusivamente, nei capillari sanguigni, la forma ora descritta si trova invece scarsa entro i vasi sanguigni e più frequente nei linfatici e frammezzo agli elementi dei tessuti.

Si distinguono poi dai bacilli dell'edema maligno, coi quali hanno in comune la disposizione prevalente alla periferia degli organi, pel loro volume maggiore e perchè si colorano bene col metodo di Gram.

Accenno soltanto a tali caratteri differenziali, semplicemente morfologici, che offre il proteo sviluppato nell'organismo dell'uomo, in confronto cogli altri bacilli consimili di forma; giacchè le differenze che offre nei mezzi di cultura sono tanto spiccate ed evidenti, da escludere qualsiasi possibilità di scambio colle altre forme di microrganismi patogeni finora conosciute.

Si tratta adunque di una malattia, il cui decorso è molto rassomigliante a quello dell'infezione carbonchiosa acuta, d'origine intestinale, ma che se ne distingue dal lato eziologico per ciò, che è prodotta da un microrganismo diverso, appartenente al genere proteo.

Casi di malattia congeneri sono stati finora descritti soltanto da Banti (¹), il quale ha isolato da essi forme di microrganismi, che offrono qualche differenza, ma non molto spiccata, dal proteo capsulato, e che egli battezza coi nomi di *Proteus capsulatus septicus* e Bacillus capsulatus septicus.

Tanto l'uno che l'altro, però, a giudicare dalla descrizione dei caratteri biologici e dai disegni delle forme che presentano nelle culture e nel sangue degli animali, offrono tali punti di rassomiglianza col mio proteo, che non saprei davvero differenziarli, se non, tutt'al più, come varietà di una stessa specie. Invece una terza forma di microrganismo, descritta da Banti, col nome di Bacillus capsulatus pneumonicus, si avvicina molto di più al pneumobacillo di Friédländer e, al pari di questo, non offre quei segni spiccati di polimorfismo, che sono caratteristici del genere Proteus.

⁽¹⁾ Banti, Sopra quattro nuove specie di Protei o bacilli capsulati. Firenze, 1888.

I casi osservati da Banti, a decorso letale rapidissimo, come quelli da me descritti, hanno una grande importanza, perchè anche in essi fu una sola la forma riscontrata nell'interno dei tessuti, e perchè i cadaveri furono conservati a temperatura molto bassa (2 - 4° C.), dal momento della morte fino a quello dell'autopsia, ad una temperatura, cioè, in cui non era possibile lo sviluppo e la diffusione dallo esterno dei microrganismi che furono trovati nel sangue e negli organi interni.

Tuttavia i casi osservati non sono molto numerosi e, per quanto le circostanze anzidette e l'esperimento negli animali abbiano indubbiamente provato la patogenicità del microrganismo che ne fu coltivato, tuttavia, per dar maggior valore al risultato delle mie osservazioni, ho voluto anche produrre una prova negativa, esaminando cadaveri di persone morte per altre malattie e di animali sani, a diverse ore dopo la morte, in istato quindi di putrefazione.

Oggetto di queste ricerche è stato il vedere se, fra le forme di microrganismi, i quali dalla superficie interna del corpo (mucosa), e specialmente dall'intestino, si diffondono dopo la morte nell'interno dei tessuti, determinandone la putrefazione, si trovasse, o no, il proteo capsulato; giacchè, per stabilire il valore patogenico di un microrganismo, oltre alla sua presenza ed alla sua diffusione nell'interno dei tessuti ammalati, ed oltre alla riproduzione della forma morbosa mediante l'innesto delle culture, vale anche la prova negativa del non trovarsi la stessa forma nel cadavere, nè normalmente, nè in casi di altre malattie.

Ho esaminato perciò 15 cadaveri, a diverse ore dopo la morte, e in diverse stagioni; di questi, 8 appartenevano a persone morte di malattie comuni (tubercolosi, cistite ecc.) e 7 a persone morte coi fenomemi del cosidetto colèra nostrano, o meglio di gastroenterite acuta. Ho rivolto specialmente la mia attenzione a questi ultimi casi, anzitutto perchè la loro fenomenologia è simile a quella dei casi in cui fu trovato il proteo capsulato, ed anche perchè la eziologia di essi non è ancora precisamente conosciuta.

I cadaveri della prima specie furono tutti sezionati da 24 a 48 ore dopo la morte, parte in primavera e parte in estate. Dai cadaveri faceva preparati microscopici e culture col sangue della vena porta e della vena cava inferiore e col succo del fegato. Ho trovato differenze secondo la temperatura dell'ambiente e secondo il tempo decorso dalla morte, giacchè in primavera (14° C. circa di temperatura esterna), soltanto al di là di 24 ore dopo la morte, l'osservazione microscopica e le culture rivelano nel sangue della porta e nel succo del fegato la presenza di microrganismi (cocci e bacilli); mentre nell'estate, anche prima delle 24 ore, i microrganismi si trovano numerosi nei tessuti anzidetti. Delle forme osservate nessuna rassomigliava, neppure lontanamente, al proteo capsulato, e ricordo soltanto fra esse il *Proteus vulgaris*, il quale fu trovato diffuso nell'interno dell'organismo, non in tutti casi, ma soltanto nei cadaveri sezionati d'estate 36-48 ore dopo la morte.

Più interessante è il risultato delle stesse osservazioni, fatte nei casi di colèra nostrano. In questi, occorsi tutti nell'estate (20-28° C. di temperatura esterna) i cadaveri furono sezionati da 12 a 36 ore dopo la morte ed in tutti fu rinvenuto nel succo del fegato e nel sangue della vena porta e della cava inferiore, commisto ad altri microrganismi, il *Proteus vulgaris*.

In quelli sezionati 12 o 16 ore dopo la morte, soltanto le culture ne dimostrarono la presenza; ma in quelli sezionati dopo 24 ore ed oltre, la semplice osservazione
microscopica rivelava nel sangue e nel succo del fegato la presenza di numerosi
esemplari di quel microrganismo. Esso si trovò pure nel contenuto intestinale, nel
quale inoltre si osservò sempre prevalente un batterio avente i caratteri del B. coli
communis, ma nulla che ricordasse il proteo capsulato e neppure la forma virgolata
di Finkler e Prior.

Il trovarsi più precocemente e più copiosi i microrganismi intestinali, e fra questi il *Proteus vulgaris* in quei casi di malattia accompagnati da flogosi dell'intestino, stà forse in relazione colla maggiore permeabilità delle sue pareti, alterate dal processo flogistico.

Degli animali ho esaminato i cadaveri normali dei piccoli topi bianchi e del cane. Nei topi 18-24 ore la morte, ad una temperatura ambiente di 15-18° C., e nel sangue e nel succo del fegato si trovano numerosi microrganismi, fra cui prevalente le forme di cocco e il *Proteus vulgaris*:

Talora si rinvenne pure il Proteus mirabilis di Hauser.

Nel cane invece ho trovato scarsi i micrococci e prevalenti le forme bacillari, coll'aspetto di filamenti più o meno lunghi, a seconda del tempo decorso della morte.

Nel cane ho potuto anche, con osservazioni ripetute a diverso tempo dopo la morte, seguire, a passo a passo, il cammino che percorrono quei microrganismi dall'intestino nel sangue della vena porta e da questa nella cava inferiore ed in tutto l'organismo.

Difatti, 5-6 ore dopo la morte (temperatura ambiente 15-18° C.), l'esame batteriologico rivela la presenza di forme bacillari soltanto nel sangue della vena porta e delle sue diramazioni; dopo 8-10 ore gli stessi bacilli, più numerosi, parte isolati e parte riuniti in filamenti di varia lunghezza, si osservano anche nel sangue della vena cava inferiore, e più tardi nelle giungulari e negli altri grossi vasi; 16-24 ore dopo, i preparati fatti col succo degli organi addominali dell'animale, specialmente del fegato, lasciano vedere numerose le stesse forme di bacilli, che si osservano nel sangue e nel contenuto dell'intestino.

Dalle culture isolanti fatte col sangue ho ottenuto, quasi costantemente, tre forme di microrganismi:

- 1°. Il Proteus vulgaris di Hauser.
- 2°. Un bacillo sporigeno, simile, per le sue proprietà di sviluppo, ad una delle forme di « bacillo sottile ».
- 3º. Una forma di proteo, che si avvicina pei suoi caratteri di sviluppo in gelatina al *Proteus Zenkeri* (Hauser) ed al *a bacillus putrificus* » di Banti (¹). Oltre i caratteri differenziali, già ricordati a riguardo dei protei da putrefazione, la mancanza assoluta in questo proteo di potere patogeno verso il cane lo fa differenziare in modo sicuro del proteo capsulato. Questo terzo microrganismo fu pure trovato più raramente degli altri due.

In tutti i casi le culture isolanti, fatte col contenuto intestinale del cane, dimostrarono in esso la presenza delle stesse forme bacillari, coltivate dal sangue.

⁽¹⁾ Lavoro citato.

Queste osservazioni, adunque, fatte sui cadaveri umani e degli animali, mentre escludono la possibilità di un reperto accidentale nei casi da me studiati, dimostrando che il proteo capsulato non fa parte degli ordinari microrganismi della putrefazione dei cadaveri, confermano invece quanto era stato detto da Hauser, e quanto io aveva già sostenuto in una mia prima comunicazione (1) che, cioè, il Proteus vulgaris è uno dei più comuni e dei più diffusi agenti della putrefazione cadaverica. Esso infatti si trova normalmente, come ospite, nel nostro intestino, e nel cadavere, poco tempo dopo la morte (a seconda della temperatura esterna), si diffonde nel sangue e nell'interno dei tessuti, penetrando per le radici della vena porta. La sua presenza, adunque nel sangue e nei visceri dei cadaveri sezionati d'estate, anche prima delle 24 ore, non può considerarsi che come un comune fenomeno cadaverico. Questo è quasi una conferma sperimentale dell'obbiezione sollevata da Baumgarten (2) al lavoro di Foa e Bonome (3), i quali ritennero causa di un caso di malattia dell'uomo da loro studiato il Proteus vulgaris, che rinvennero nel sangue e nei visceri del cadavere, sezionato nel mese di maggio 23 ore dopo la morte. Del resto altre mie ricerche, esposte in appresso, dimostrano pure che al Proteus vulgaris compete un azione puramente tossica e punto infettante per gli animali.

III.

Proprietà morfologiche e biologiche del Proteo capsulato.

Coltura nella gelatina. — Il proteo capsulato trova nella gelatina un terreno assai favorevole al suo sviluppo, sia a contatto dell'aria atmosferica, come lungi dalla presenza dell'ossigeno libero. Vi cresce infatti egualmente bene, qualunque sia la reazione del mezzo, acida, neutra, od alcalina, e vi si sviluppa sulla superficie come lungo il canale d'innesto, senza mai produrne la fluidificazione, e neppure fenditure (sviluppo di gaz), se la cultura è fatta a contatto dell'aria.

Alla temperatura più comune dell'ambiente (15 a 18° C.) lo sviluppo della colonia si mostra già rigoglioso in 2ª giornata, coll'aspetto di stria bianca lungo il canale d'innesto e di prominenza, a forma di chiodo, sulla superficie, simile alla coltura del bacillo di Friedländer. Se si fa l'innesto sulla superficie della gelatina disposta nei tubi obbliquamente, la colonia assume un aspetto nastriforme, rilevato, simile a cera, ed accrescendosi continuamente, scivola in basso e si accumula in fondo del tubo da saggio, sotto forma di massa viscosa bianco-pellucida, mentre sulla superficie della gelatina si riproduce continuamente la colonia nastriforme.

Facendo la coltura in un'atmosfera di idrogeno puro, lo sviluppo è meno rigoglioso ed avviene soltanto lungo il canale d'innesto; tutto attorno la gelatina mostra numerose fenditure circolari, dovute a sviluppo di gaz.

⁽¹⁾ Communicazione fatta sul Proteo capsulato al Congresso di Pavia, Riforma medica, n. 234, 1887.

⁽²⁾ Baumgarten, Jahresbericht ü. d. pathogenen Mikroorganismen, 1887, pag. 306.

⁽³⁾ Foà e Bonome, Sur les maladies causées par les microrganismes du genre Proteus (Hauser), (Archives ital. de Biologie, T. VIII, 1887, fasc. 3°).

Nelle colture piane, isolanti, l'aspetto delle colonie giovani del proteo, osservate con un ingrandimento di 100 a 200 diametri, è abbastanza caratteristico e diverso secondo il periodo di sviluppo. Già dopo 18-20 ore da che si è fatta la seminagione, le coloniette appaiono sotto forma di punticini rotondi, limitati da una linea di contorno netta e regolare e formati da un ammasso di granuli splendenti. In seconda giornata (ad una temperatura di 15-17° C.) le colonie hanno la grandezza di una testa di spillo, sono rotonde o leggermente ovali, e la linea di contorno non è più regolare, ma leggermente frastagliata. Anche l'aspetto dell'interno della colonia è cambiato: giacchè in mezzo ai granuli splendenti si vede una rete di filamenti in vario modo intrecciantisi, i quali, là dove si ripiegano ed alle loro estremità, presentano rigonfiamenti rotondeggianti o fusiformi.

Il numero dei filamenti e la densità della rete che ne risulta cresce in proporzione dell'accrescersi delle piccole colonie, mentre diminuisce gradatamente il numero dei granuli. Proseguendo lo sviluppo, in 3ª o 4ª giornata, le colonie si fanno prominenti sulla superficie della gelatina e prendono un aspetto bianco-madreperlaceo, simile a cera. A questo punto le colonie sono già costituite da una massa opaca fittamente granulosa.

Se si schiacciano le colonie con un vetrino coproggetti, per farne l'osservazione con un ingrandimento maggiore, si vede che in principio di sviluppo sono numerosi i filamenti e scarsi i bacilli, mentre in 3^a e 4^a giornata si fanno sempre più numerosi i bacilli isolati e scarsi i filamenti. Tenendo le colture, invece che a 17° C., a 22°-24° C, l'aspetto delle colonie si mantiene sempre prelevantemente granulare, con pochi filamenti, corti e poco intrecciati.

Non si osserva però mai quello emigrare ed espandersi dei filamenti allo intorno della colonia, sulla superficie della gelatina, e neppure quelle forme speciali di zooglea, descritte da Hauser come una proprietà caratteristica de' suoi protei, compreso il Pr. Zenkeri, che per alcune particolarità di sviluppo si avvicina a questo che sto ora descrivendo.

Queste fasi dello sviluppo in gelatina del proteo capsulato, segnalate dall'osservazione diretta delle colonie, si pongono meglio in evidenza nei loro dettagli mediante l'esame dei preparati microscopici, fatti colle colture a diversi periodi dopo praticato lo innesto.

Nelle colture fatte a 15°-17° C. in prima giornata si osservano:

- a) forme di bacilli un poco più grossi di quelli del carbonchio e di varia lunghezza; alcuni lunghi come quelli del carbonchio, o poco più, ed altri invece corti, quasi cocciformi. Queste ultime forme però sono poco numerose.
- b) abbondanti filamenti, diritti ed ondulati, alcuni ripiegantisi sotto forma di spirulina. Siffatti filamenti sono di varia lunghezza e non hanno neppure un diametro uniforme, ma sono ingrossati per lo più nel mezzo, sotto forma di fuso di vario spessore.

Tanto i filamenti, come i bacilli, in prima giornata di sviluppo si mostrano circondati da una capsula grande e facilmente colorabile.

In 2ª giornata si vedono già più numerosi i bacilli isolati e in molti filamenti si scorge evidente la segmentazione. In 3ª e 4ª giornata diminuisce sempre di più il

numero e la lunghezza dei filamenti ed aumenta invece, corrispondentemente, quello dei bacilli isolati e degli individui cocciformi, nei quali la capsula non è più dimostrabile.

Questa scissione dei filamenti succede specialmente, e con maggiore rapidità, nella colonia sviluppantesi sulla superficie della gelatina, mentre lungo il canale d'innesto, in 3^a e 4^a giornata, si trovano ancora numerosi filamenti.

Nei giorni successivi, proseguendo ancora lo sviluppo, si osservano soltanto bacilli isolati e forme rotonde, finchè più tardi, coll'invecchiare delle colture (1-2 mesi), non si trovano che bacilli corti e tozzi e forme tondeggianti, di varia grossezza, che si colorano difficilmente.

L'innesto di queste colture invecchiate in nuovi tubi di gelatina, riproduce costantemente lo stesso sviluppo di forme, ora descritto, anche se le colture sono vecchie di parecchi mesi (7-8). Mantenendosi capaci di sviluppo, le colture conservano ancora la loro virulenza (provata nei topi) per oltre 4 mesi.

Nello sviluppo in gelatina nulla si osserva mai che accenni ad una fase di sporificazione del microrganismo. Neppure ai corpi tondeggianti, che costituiscono le colture vecchie, si può attribuire il significato di spore (artrospore), giacchè il loro grado di resistenza agli agenti esterni fu trovato sempre uguale a quello delle prime forme di sviluppo.

Tutte le forme di sviluppo del proteo in gelatina si colorano facilmente coi metodi ordinari ed anche col metodo di Gram. Nell'interno dei filamenti, come nei bacilli, colorati colle soluzioni idroalcooliche dei colori violetti, si nota l'esistenza di spazi chiari, ai quali non si può attribuire il significato di spore, perchè nell'ulteriore sviluppo non crescono, nè si vedono liberi e perchè quei bacilli e filamenti hanno sempre lo stesso grado di resistenza (debole) all'azione degli agenti esterni.

La temperatura più favorevole allo sviluppo del proteo in gelatina è al disopra di 15° C. al disotto di questa temperatura lo sviluppo si fa lento e stentato, finchè a 8° C. cessa quasi del tutto.

Mantenuto a 0°-2° C. non si sviluppa, ma si mantiene in vita per molto tempo: difatti, anche dopo un mese e mezzo, riportato alla temperatura dell'ambiente torna a svilupparsi, rigoglioso come d'ordinario.

Alcune delle proprietà morfologiche del proteo in gelatina, ora esposte, ricordano, come ho detto, quelle del Pr. Zenkeri. Ve ne sono però altre che ne lo distinguono. Ho gia ricordato la mancanza dello espandersi, sotto forme di zooglea, sulla superficie della gelatina. Oltracciò il pr. capsulato offre lo stesso ciclo di sviluppo (filamenti, bacilli e forme rotonde), qualunque sia il contenuto procentuale della gelatina, (5-10 °/o): mentre il Pr. Zenkeri nella gelatina al 10 °/o non produce mai filamenti, ma soltanto bacilli isolati. Finalmente il pr. capsulato, qualunque sia la reazione della gelatina, acida, neutra, od alcalina, produce egualmente filamenti e bacilli, mentre il Pr. Zenkeri nella gelatina acida vegeta molto stentatamente e forma soltanto bacilli e cocci, ma non filamenti. Il pr. capsulato, invece, nella gelatina acidificata leggermente con fosfato acido di soda produce filamenti bellissimi, di straordinaria lunghezza.

Nelle colture in gelatina, qualunque sieno la composizione di questa e la tem-

peratura di sviluppo, non si verifica mai produzione di gas odorosi per opera dello sviluppo del pr. capsulato.

Coltura nell'agar. — L'aspetto macroscopico di queste colture ha poco di caratteristico. Lo sviluppo della colonia avviene sotto forma di nastro, come nella gelatina, ma con aspetto più chiaro, grigiastro e semitrasparente. La colonia è pure meno viscosa e si raccoglie rapidamente in fondo dell'agar disposta obbliquamente, qualunque sia la temperatura a cui si fa sviluppare.

Neppure in questa coltura si avverte il menomo odore.

Il ciclo di sviluppo delle forme del proteo nell'agar corrisponde a quello descritto per le colture in gelatina; soltanto qui le differenze a seconda della temperatura sono più spiccate, potendosi le colture tenere alla temperatura ambiente, oppure a 37° C. A 15-17° C. in 1ª e 2ª giornata si osservano bacilli e filamenti, quasi in egual proporzione e tutti circondati da una capsula grande e facilmente colorabile.

Molti filamenti presentano la segmentazione, come quelli del carbonchio, ma se ne distinguono facilmente per la grandezza della capsula e per alcune particolarità di questa, come ora dirò.

Proseguendo lo sviluppo, i filamenti si fanno sempre più scarsi ed aumenta il numero delle forme bacillari, di varia grandezza, miste a forme tondeggianti.

A 35-37° C., invece, fin da principio i filamenti sono scarsi e corti e le colture sono quasi esclusivamente composte da una miscela di bacilli capsulati, lunghi, corti ed anche tondeggianti.

La particolarità più spiccata delle colture del proteo capsulato nell'agar, si è che la capsula in esse raggiunge il suo più alto grado di sviluppo e si colora anche facilmente, fornendo preparati veramente eleganti.

La colorazione delle capsule si ottiene facilmente, anche colle soluzioni idroalcooliche semplici di violetto di genziana o di metile. I migliori preparati si ottengono
però colla soluzione dei violetti nell'acqua d'anilina e colla successiva leggera decolorazione coll'alcool e lavamento con acqua. Bisogna avere anche l'avvertenza di
lasciare disseccare all'aria il preparato, prima di passarlo sulla fiamma, e farlo riscaldare
più fortemente del solito, prima di colorirlo.

Secondo la durata della decolorazione coll'alcool, si può ottenere qualsiasi gradazione di colore nella capsula.

In uno stesso preparato infatti, dove lo strato è più spesso, là si vedono le capsule così intensamente colorate che non lasciano vedere il bacillo in esse contenuto, mentre in altri punti più sottili le capsule meno colorate lasciano trasparire il bacillo; oppure delle capsule non si vede colorato che il contorno soltanto. Si può anche ottenere una doppia colorazione delle capsule in roseo e dei bacilli in violetto, trattando coll'eosina i preparati decolorati dall'alcool.

Coi forti ingrandimenti (apocrom. Zeiss 2 mm.) si scorge nella capsula una specie di struttura reticolata, a larghe maglie rettangolari.

Le capsule sono più grandi e più facilmente colorabili nei primi giorni dello sviluppo (1-2 giorni); in seguito si fanno sempre meno evidenti, fino a scomparire del tutto, dopo 4-5 giorni.

Colture nel siero di sangue - Qualunque sia la qualità e la composizione del

siero di sangue, il proteo vi si sviluppa cogli stessi caratteri che nell'agar e colle stesse differenze morfologiche, a seconda della temperatura.

È da aggiungere soltanto che nelle colture a 37° C. non si scorgono filamenti, ma soltanto bacilli corti e forme tondeggianti, circondate da una capsula molto più piccola che nelle colture nell'agar.

Il siero rimane sempre solido e non manifesta mai odore disgustoso. Nelle colture fatte nel siero, come in quelle nell'agar; non si osserva formazione di spore. Le culture vecchie si vedono formate dalle stesse forme tondeggianti ed irregolari, difficilmente colorabili, già descritte nelle colture in gelatina.

Colture sulle patate. — Il proteo, coltivato sulla superficie delle patate, offre qualche particolarità morfologica degna di nota. Anche qui, come negli altri mezzi, si manifesta notevole l'influenza della temperatura di sviluppo e dell'età della coltura sulle forme che assume il microrganismo.

L'aspetto delle colonie, fatte sviluppare a 15-17° C., è quello di uno straterello umido, splendente, composto dall'assieme di piccole goccie di un liquido trasparente e viscoso, che mantiene sempre gli stessi caratteri, anche col progredire dello sviluppo.

L'esame microscopico fatto in prima e seconda giornata fa scorgere una rete di lunghi filamenti, intrecciantisi in vario senso e variamente ondulati, interrotti da rigonfiamenti fusiformi o triangolari, che ricordano l'aspetto delle cellule nervose. I bacilli isolati sono assai scarsi.

Non si scorge traccia di capsula in quei filamenti. In prosieguo si rende in essi manifesta la segmentazione ed aumenta sempre di più il numero dei bacilli isolati; in pari tempo la forma loro diviene irregolare, si colorano difficilmente e mostrano nel loro interno spazi chiari, irregolari anch'essi per forma e disposizione.

A 24-30° C. l'aspetto macroscopico delle colture non è più così splendente, ma opaco e bianchiccio. Già fin da principio si trovano egualmente numerosi i filamenti ed i bacilli isolati, provvisti di capsula.

Le forme rigonfiate a fuso o a triangolo sono meno numerose che nelle colture a 17° C. Quanto al significato di tali forme irregolari, che in generale vengono considerate quali forme involutive, non saprei se si possa nel caso presente accettare una tale opinione, giacchè lo sviluppo del proteo sulle patate non è punto stentato, ma rigoglioso come negli altri mezzi. Noto soltanto che quelle forme appariscono anche nella gelatina acida, cosicchè si possono semplicemente mettere in rapporto colla reazione acida del mezzo.

Neppure nelle colture sulle patate si osserva traccia di sporificazione.

Coltura nel brodo. — Nel brodo semplice o glicerinato, come nel siero di sangue liquido, il proteo si sviluppa soltanto sotto forma di bacilli isolati, di varia forma e grandezza, senza produrre filamenti, qualunque sia la temperatura in cui si compie lo sviluppo.

Questi bacilli isolati, al pari di quelli che si sviluppano nell'agar o nel siero a 35° C, non restano colorati col metodo di Gram, mentre invece si colorano le forme di filamenti, sviluppati nei mezzi solidi a bassa temperatura.

Al disotto di 20° lo sviluppo è stentato; a 30°-35° C. è più rapido, e si forma un deposito abbondante in fondo al tubo ed una pellicola alla superficie. Neppure nel brodo si sviluppano gas puzzolenti.

In qualunque terreno coltivato, il proteo non manifesta mai movimenti propri.

Resistenza agli agenti esterni. Ho provato il grado di resistenza del proteo all'azione della temperatura, a quella della luce e del diseccamento ed infine all'azione dei disinfettanti chimici più comuni, sublimato corrosivo ed acido fenico.

Per provare l'azione della temperatura ho adoperato tubi da saggio sottili, con entro le colture del proteo nell'agar, nella gelatina e nel siero di sangue, che tenevo entro un bagno maria riscaldato alla temperatura voluta. Con tal metodo, adoperando tubi di piccolo diametro ed a pareti sottili, la temperatura nel loro interno raggiunge il grado voluto, quasi contemporaneamente coll'acqua del bagno maria, e si è quindi sicuri di non cadere in errore nel calcolare la durata dell'azione del calore.

Ho fatto le prove con colture fatte sviluppare a diversi gradi di temperatura e di tutte l'età, e dico subito che non mi fu dato mai osservare alcuna differenza sensibile nel grado di resistenza all'azione della temperatura. Soltanto le colture vecchie di molti mesi, le quali cominciavano già a perdere la facoltà di riprodursi, si sono mostrate meno resistenti delle colture giovani.

È questa una conferma di quanto è risultato dalla osservazione microscopica, che non ha mai rivelato nelle colture l'esistenza di una fase di sporificazione.

Ho assoggettato le colture per vario tempo all'azione di temperature variabili dai 50° ai 70° C. e ne ho poscia saggiato la vitalità e la virulenza, facendone in pari tempo colture nella gelatina ed innesti negli animali più sensibili per l'infezione proteica, che sono i piccoli topi bianchi.

I risultati di tali ricerche, espressi in compendio, sono i seguenti:

Una temperatura di 50° C., fatta agire per un'ora, serve a sterilizzare completamente qualsiasi coltura di proteo; a 55° C. bastano invece 30-35 minuti per ottenere lo stesso effetto, e a 60° C. 10 minuti.

Al disopra di 60° C., fino a 65°, la sterilizzazione si ottiene in 5 minuti circa, mentre a 70° C. bastano già 1-2 minuti per ispegnere la vitalità delle colture.

Come si vede, il proteo è un microrganismo poco resistente all'azione della temperatura elevata.

Ho già detto come a temperature discretamente basse (0° a + 2° C.) si mantenga vitale per lungo tempo.

All'azione del *disseccamento* il proteo si mostra assai più resistente. Dopo avere impregnato di una diluzione acquosa di cultura piccoli pezzetti di carta bibula sterilizzata, li ho lasciati entro scatole di vetro sterilizzate, lontani dalla luce.

Di quando in quando con quei pezzetti di carta facevo colture nella gelatina ed innesti nei topi, ed ho trovato che fino a 70 giorni il proteo disseccato e tenuto all'oscurità era capace di riprodursi nelle colture e di infettare gli animali.

Dopo 82 giorni, si otteneva ancora lo sviluppo di pochi esemplari, ma la virulenza era spenta. Dopo tre mesi, anche la vitalità era estinta del tutto.

La luce solare diretta si è mostrata attiva in breve tempo nel distruggere la vita di questo microrganismo.

Ho fatto le esperienze nei mesi di giugno e di luglio, esponendo al sole striscie di carta bibula sterilizzata, impregnate di coltura attiva di proteo, contenute entro tubi di vetro sottile, sterilizzati. A lato di questi si teneva un termometro a massima, per vedere il grado di temperatura esterna. Questa oscillò fra 38°,5 e 42° 8 C. secondo le giornate.

Già dopo due ore di insolazione, le striscie di carta messe nella gelatina fusa, e lasciata poscia raffreddare in posizione obliqua, davano luogo allo sviluppo di poche colonie, ed introdotte sotto cute nei topi non vi producevano che un leggero edema infiammatorio, locale; dopo 5 ore, non si otteneva più nelle colture nessuno sviluppo.

Senza volere escludere in modo assoluto che anche la temperatura abbia potuto agire come ausiliaria della luce nel distruggere la vitalità del microrganismo, faccio notare come le stesse colture, sottoposte all'azione della temperatura anzidetta (38°-42° C.) anche per molte ore di seguito, si mostrarono sempre capaci di sviluppo ed attive negli animali.

È questa una conferma dell'azione sterilizzante che esercita la luce solare diretta sui microrganismi.

Dei disinfettanti chimici ho provato il sublimato corrosivo in soluzione acida (HCl al 5 $^{\circ}/_{\circ \circ}$) all' 1, 2 e 3 per mille e l'acido fenico in soluzione dell' 1, 2 e 5 per cento.

Pezzi di carta bibula, imbevuti di coltura attiva di proteo e disseccati rapidamente a 20°, 25° C., furono tenuti a contatto colle soluzioni anzidette per 5, 10 e 30 minuti; e poscia, dopo averli lavati nell'acqua sterilizzata, si mescolarono colla gelatina nelle provette. In nessuna di queste, tenute in osservazione per oltre 20 giorni, si notò alcuno sviluppo. Il proteo adunque, come è poco resistente all'azione degli agenti fisici, dimostra pure un grado debole di resistenza all'azione dei disinfettanti comuni.

IV.

Azione patogena del Proteo capsulato, in confronto con quella dei protei da putrefazione.

Lo studio dell'azione patogena del proteo capsulato è stato fatto nel cane, nel coniglio, nella cavia e nel topo bianco, sperimentando in questi animali anche l'azione del proteo volgare, che è quello che più di frequente si trova nelle sostanze organiche in putrefazione, e che da alcuni si è creduto dotato di potere infettante.

Esperimenti nei topi.

Il topo bianco, piccolo, è l'animale più sensibile all'azione del proteo.

Basta una piccola quantità di coltura attiva, introdotta sotto la cute, quanta ne resta aderente alla punta di un filo di platino diritto, per produrre l'infezione nell'animale e la morte in breve tempo.

Il topo inoculato si mostra triste, già poche ore dopo l'innesto, non mangia più

e poco prima di morire emette feci diarroiche, sicro-mucose. Il reperto anatomo-patologico è molto simile a quello dell'infezione carbonchiosa. Si ha edema sottocutaneo, di varia estensione, al dintorno del punto d'innesto e tumefazione emorragica delle ghiandole superficiali dell'inguine, dell'ascella e del collo. La milza è scura e notevolmente ingrossata, il fegato ed i reni iperemici. L'intestino tenue, invece di contenere scibale, come di norma, è ripieno di una poltiglia mucosa, giallastra.

Nei polmoni non si scorge alcuna alterazione, il cuore ha le cavità ripiene di sangue fluido nerastro.

Il siero dell'edema sottocutaneo, il sangue, il succo di tutti gli organi e la poltiglia intestinale contengono in grandissima quantità i microrganismi inoculati, i quali assumono aspetto e forma diversi, a seconda dei diversi organi ed a seconda del tempo decorso dal momento della morte.

Facendo l'esame appena dopo avvenuta la morte dell'animale, il proteo, nel siero dell'edema, come nel succo delle ghiandole linfatiche tumefatte, si presenta sotto la forma di bastoncini corti ad estremità rotonda, spesso cocciformi e circondati da capsula non molto grande.

Nel sangue, come nel succo della milza, i bacilli sono più lunghi ad estremità arrotondate, soli o riuniti a due, circondati da una capsula più grande, che circonda uno o due bacilli uniti insieme. Questi lasciano vedere nel centro uno spazio meno intensamente colorato delle estremità, prendendo così l'aspetto di otto in cifra.

Nel succo del fegato e nel contenuto intestinale invece, accanto alle forme bacillari e tondeggianti, si trovano molte forme allungate, di diametro irregolare, spesso rigonfiate a mo' di clava, ad una o ad ambedue le estremità. Anche queste forme sono sempre circondate da una capsula molto evidente.

È facile ottenere con questi materiali preparati bellissimi di colorazione doppia dei bacilli in violetto e delle capsule in roseo, trattandoli, dopo di averli colorati coi violetti e decolorati con alcool, con una soluzione acquosa tenue di eosina.

Se l'osservazione, invece, si fa 16-24 dopo che l'animale è morto, si trovano dappertutto, ma più specialmente nel sangue e nell'intestino, abbondanti le forme di filamento di varia lunghezza, analogamente a quanto si trovò nell'uomo, nel quale appunto la necroscopia fu fatta parecchie ore dopo la morte.

Nel cadavere del topo però i filamenti non sono uguali a quelli dell'uomo, perchè più corti e perchè provvisti di capsula. Vedremo invece che nel coniglio, ma meglio anche nel cane, i filamenti hanno lo stesso aspetto che nell'uomo.

Le sezioni degli organi interni del topo induriti nell'alcool, colorate coi metodi ordinari, dimostrano in tutti la presenza di numerosi protei muniti di capsula, contenuti nei vasi sanguigni. Sono specialmente abbondanti nel fegato e nell'intestino. La fucsina Ehrlich è la sostanza che li fa risaltare in maniera più brillante.

Nel topo non ho sperimentato altra via per l'infezione che quella ipodermica. Il caso però mi ha rivelato un'altro mezzo per cui facilmente può propagarsi l'infezione proteica, e che è interessante perchè ha riscontro con quanto, assai probabilmente, si è verificato anche nell'uomo.

La piccola quantità di materiale, sufficiente a produrre la morte, e la grandissima quantità di microrganismi che si trovano nell'animale, appena dopo morto, nonchè la

trasmissibilità della malattia da uno all'altro animale bastavano già a provare indubbiamente che si ha a che fare con una vera infezione e non si tratta di intossicazione. Ma per meglio avvalorare siffatto concetto, ho fatto osservazioni durante la vita sul sangue dei topolini inocolati sottocute; e queste mi hanno dimostrato che, già molte ore prima della morte, le colture rivelano nel sangue circolante la presenza dei microrganismi, i quali si rivelano anche al semplice esame microscopico, qualche ora (12) prima della morte.

Esperienza. — In due topolini, inoculati col sangue infetto di 4º passaggio di coltura del proteo nella gelatina, comincio ad esaminare il sangue 12 ore dopo fatto l'innesto, escidendo un pezzetto d'orecchio, previamente sterilizzato, e facendo esami microscopici e colture del sangue fuoruscente. Ripeto l'esame di due in due ore, fino a poco tempo prima della morte. Le colture rimasero sterili fino a quelle fatte 20 ore dopo l'innesto. Quelle fatte alla 22ª ora ed in seguito mostrarono tutte sviluppo abbondante di proteo. L'osservazione microscopica rimase negativa, invece, fino alla 28ª ora.

I topi morirono 40 ore circa dopo l'innesto.

Nel sangue circolante, adunque, 18 ore prima della morte le colture rivelarono la presenza del proteo, il quale 12 ore prima vi era così abbondante, da rivelarsi pure nei preparati microscopici.

Veniva posto così fuor d'ogni dubbio il fatto della moltiplicazione del proteo nell'organismo animale vivente.

Nei topi ho sperimentato pure l'azione dei prodotti dello scambio materiale del proteo, contenuti nelle colture rese sterili col calore, oppure colla filtrazione attraverso il filtro di porcellana.

Per evitare la possibilità, che il calore distruggesse alcuni di quei prodotti o che ne trattenesse il filtro nei suoi pori, insieme coi microrganismi, ho fatto tentativi numerosi per separare meccanicamente i protei dal liquido di coltura, mediante la forza centrifuga. Un tal mezzo, che non so che sia stato finora provato da altri per questo scopo, pareami dovesse corrispondere, sia perchè si trattava di microrganismi privi di mobilità, sia perchè, essendo piuttosto grossi e quindi pesanti, potevano facilmente con quel mezzo separarsi dal liquido in cui erano sospesi.

Ho tentato la prova, mettendo le colture in brodo e le diluzioni acquose delle colture nella gelatina entro lunghi tubi d'assaggio, che tenevo per un tempo variabile nell'apparecchio centrifugatore.

Ho fatto agire la forza centrifuga per 2-3, fino a 24-48 ore, ottenendo la separazione del liquido in due strati distinti, uno inferiore denso ed opaco ed un altro superiore, quasi trasparente.

L'esame microscopico, però, mi ha rivelato che anche nei tubi centrifugati per due giorni di seguito lo scopo non si raggiunge che parzialmente, giacchè nel liquido soprastante si contiene ancora qualche raro esemplare di proteo e l'innesto di una piccola quantità di esso nei topolini li uccide, coll'infezione caratteristica.

Rinunziai allora a tal mezzo, per attenermi alla sterilizzazione col calore e col filtro. L'esposizione per un'ora alla temperetura di 60° C., la filtrazione attraverso le candele Chamberland, a modica pressione, offrono un liquido, perfettamente sterile e dotato egualmente di un'azione tossica discreta per i piccoli topi, come lo provano le seguenti esperienze.

Esperienze. — In due topolini inoculo dapprima sottocute 2-3 anse di platino di coltura di proteo sterilizzata col calore, ed inoculo in pari tempo in due altri topi una sola ansa di platino

della stessa coltura, non sterilizzata. I primi animali non mostrano alcuna sofferenza, gli altri due muoiono, dopo due giorni, coll'infezione caratteristica.

In un topo inietto sottocute colla siringa 1/2 cmc. di coltura di proteo sterilizzata col calore, ed in un altro inietto la stessa quantità di coltura sterilizzata colla filtrazione. Tutti e due gli animali dopo l'iniezione stanno rannicchiati e non mangiano per alcune ore, ma poi si rimettono completamente. Non hanno diarrea.

Inietto allora in due topolini 1 cmc. della stessa coltura sterilizzata col calore e col filtro. Questa volta gli animali, anche più sofferenti, non mangiano ed hanno diarrea; in seguito però poco a poco si rianno e si rimettono completamente.

Faccio di nuovo in due topolini l'iniezione sottocutanea di cmc. 1 ½ delle stesse colture sterilizzate, e alla mattina dipoi si trovano morti tutti e due. Alla necroscopia si trova soltanto un arrossamento nel tessuto sottocutaneo del luogo dell'innesto e le anse intestinali contenenti materiale diarroico, non sanguinolento. Il reperto batteriologico del sangue e dei visceri interni completamente negativo.

Le colture del proteo, sterilizzate col calore o colla filtrazione, contengono adunque un materiale dotato di azione tossica, non molto notevole, pei piccoli topi bianchi. Mentre infatti basta l'innesto di una sola ansa di platino di coltura non sterilizzata per produrre la morte di quegli animali, la stessa coltura sterilizzata non produce un effetto letale, se non nella dose rilevante di $1^{-1}/2$ cmc.

Ho tentato di rendere anche refrattari i topi coll'iniezione ripetuta di dosi non letali di coltura sterilizzata ($^{1}/_{2}$, 1 cmc.), ma le esperienze sortirono un risultato incompleto.

Esperienza. — In due topi inietto, ogni tre giorni, ½ cmc. di diluzione di coltura sterilizzata, per tre volte di seguito. Due giorni dopo l'ultima iniezione, innesto sottocute dei due animali e di un terzo topo di controllo un ansa di platino di coltura attiva. Il topo di controllo muore dopo due giorni, ed il terzo giorno muoiono anche gli altri due. L'autopsia dimostrò l'esistenza dell'infezione proteica in tutti e tre gli animali egualmente.

In un'altra serie d'esperienze, dopo aver fatto l'iniezione di ½ emc. di coltura sterile per tre volte, come sopra, ho fatto per altrettante volte, e collo stesso intervallo di tempo, l'iniezione di 1 cmc. della stessa coltura, e poscia, 10 giorni dopo l'ultima iniezione, ho praticato l'innesto della coltura attiva, inoculando in pari tempo un topo di controllo. Questo muore due giorni dopo, colla solita infezione, mentre gli altri due in 3ª giornata si mostrano sofferenti e nel luogo dell'innesto si manifesta una raccolta di liquido purulento.

Al quinto giorno gli animali si trovano morti. Nel pus locale, come nel sangue e negli organi interni l'esame microscopico e le colture dimostrano la presenza di protei abbondantissimi.

Gli innesti preventivi colle colture sterilizzate, se non valgono adunque a produrre nei topi l'immunità assoluta per l'infezione, ne ritardano il decorso, non solo, ma modificano pure la sintomotologia morbosa.

I protei determinano dapprima un'azione piogena locale, e più tardi l'infezione di tutto l'organismo.

La serie delle mie esperienze sui topi si chiude colle prove d'innesto, fatte col proteo volgare. Ho adoperato per ciò una coltura fornitami per gentilezza dallo stesso Hauser ed altre colture ottenute dai cadaveri umani; sia coll'una che colle altre, inoculando sotto la pelle dei topolini fin 3-4 anse di platino di coltura in agar, non ottenni mai la morte dell'animale. Questa si otteneva, invece, in 12-24 ore, iniettando sottocute una dose veramente enorme ($^{1}/_{2}$ cmc. di diluzione densa della coltura), avuto riguardo alla picciolezza degli animali da esperienza.

In questi feci poi sistematicamente l'esame batteriologico del sangue (esame

microscopico e colture) fino a pochi momenti prima della morte, ma non ottenni mai di poter dimostrare la presenza nel sangue dei microrganismi inoculati, durante la vita.

Ed egualmente facendo l'autopsia degli animali inoculati, appena morti, l'esame microscopico del sangue e del succo degli organi riuscì sempre negativo, mentre nelle culture si otteneva la riproduzione dei microrganismi iniettati.

Questi fatti dimostrano, che nei topi inoculati col proteo volgare ha luogo soltanto la diffusione meccanica dei microrganismi, senza che si abbia la loro moltiplicazione nell'organismo animale vivente, caratteristica della vera infezione.

I topi morivano infatti per semplice intossicazione, prodotta dalle sostanze elaborate dal proteo volgare nelle colture.

Ben diversa è adunque l'azione che esercita nei topi il proteo volgare, in confronto di quella del proteo capsulato, di cui bastano pochi esemplari, contenuti in una piccola goccia di liquido di coltura centrifugato, per produrre l'infezione e la morte.

Esperimenti nelle cavie e nei conigli.

In questi animali il proteo esercita un'azione patogena molto meno spiccata che nel topo, tanto che si può dire che per la cavia e pel coniglio riesce più patogeno tossico, che veramente infettante.

Iniettando sottocute delle cavie o dei conigli tre-quattro anse di platino di coltura recente, gli animali si mostrano sofferenti per qualche ora, ma presto guariscono completamente. È necessario iniettare 1 cmc. di diluzione acquosa densa di coltura, perchè avvenga la morte dell'animale, in generale dopo 3-4 giorni. Si trovano allora nel sangue e negli organi interni abbondanti i protei, muniti di capsula, come nei topi, e collo stesso aspetto di corti bacilli, oppure di filamenti, secondo il tempo decorso dalla morte.

Si nota inoltre, quasi costantemente, una localizzazione del processo morboso nella sierosa della pleura, del peritoneo e del pericardio, sotto forma di infiammazione con essudato fibrinoso-purulento, contenente un gran numero di microrganismi capsulati.

Lo stesso reperto si ottiene iniettando direttamente nella pleura e nel peritoneo, tanto delle cavie, che dei conigli, una quantità anche minore ($^{1}/_{2}$ cmc.) della stessa diluzione di coltura attiva.

L'innesto fatto nella vena giugulare con $^{1}/_{4}$ - $^{3}/_{4}$ di cmc. di coltura stemperata nell'acqua, uccide rapidamente questi animali con fenomeni misti di intossicazione e di infezione. La morte avviene in 20-24 ore, coi sintomi di elevazione termica $(1-2^{\circ})$ C.), di diarrea mucosa e finalmente di collasso, progredienti fino alla morte.

All'autopsia si trova la milza fortemente congesta ed ingrossata, i reni ed il fegato semplicemente iperemici, ed un intenso catarro dell'intestino tenue, il quale è ripieno di una poltiglia mucosa, giallastra, ricchissima di protei capsulati. Questi si trovano invece scarsi nel sangue e discretamente abbondanti nel fegato e nella milza; se la necroscopia si fa qualche tempo dopo la morte, si trovano nel sangue sviluppati i filamenti, i quali sono sprovvisti di capsula, come nell'uomo.

La stessa iniezione intravenosa, fatta nelle coniglie gravide a gestazione inoltrata.

non determina l'aborto, ma i feti si trovano morti nel cavo uterino e nell'interno di essi, specialmente nel fegato, esistono abbondanti i microrganismi inoculati, i quali sono pure copiosi nel sangue contenuto nella placenta materna.

Oltre il passaggio del proteo dalla madre al feto, ho potuto costatare nei conigli anche la eliminazione del microrganismo per mezzo del latte.

Esperienza. — In una coniglia lattante inietto nella giugulare 1/4 cmc. di diluzione densa di coltura di proteo. Dopo due giorni l'animale muore con una forma setticoemica, e il terzo giorno muoiono i conigli lattanti.

Nel latte, come negli organi interni dei piccoli conigli, l'esame microscopico e le colture dimostrano la presenza dei protei capsulati.

Anche nella cavia e nel coniglio ho fatto prove di innesto colle colture di proteo volgare, ed ho osservato, come nel topo, che questi animali muoiono soltanto in seguito all'iniezione di grandi quantità di coltura e sempre con fenomeni di semplice intossicazione, senza che nell'organismo animale vivente sia dimostrabile una moltiplicazione dei microrganismi inoculati.

Esperienze nel cane.

Queste sono le più importanti di tutte, perchè il cane, che ordinariamente si conosce come animale poco disposto per la maggior parte delle infezioni, si mostra invece molto sensibile per l'infezione da proteo; ed anche perchè nel cane la malattia riveste caratteri, che si avvicinano assai a quelli osservati nell'uomo. Di più nel cane il proteo assume nel sangue e nell'interno degli organi lo stesso aspetto, che ha nell'interno dell'organismo umano.

Anche nel cane il proteo esercita un'azione mista, tossica ed infettante; l'una o l'altra è più o meno spiccata, a seconda della via prescelta per l'innesto ed a seconda della quantità di materiale inoculato.

Introdotto per la via sottocutanea o intramuscolare, dimostra il suo potere infettante, senza precedenti fenomeni di intossicazione; mentre, se è introdotto direttamente nel sangue o nel cavo addominale, si hanno dapprima fenomeni di semplice intossicazione (vomito e diarrea) ed in seguito si svolge la vera infezione, accompagnata da abbondante moltiplicazione dei microrganismi nell'interno dei tessuti e da localizzazione del processo morboso nell'intestino specialmente e nelle ghiandole linfatiche, intracavitarie e sottocutanee.

Tanto più piccola è la quantità di materiale che si inocula, e tanto meno spiccati sono i fenomeni di intossicamento, pur avendosi egualmente l'infezione e la morte.

Inoculando sotto cute poche goccie di liquido di coltura, non si osserva alcun fenomeno morboso immediato: ma il giorno seguente comincia a manifestarsi edema del tessuto sottocutaneo nel luogo dell'iniezione, e quest'edema cresce continuamente di grado e di estensione, finchè la pelle soprastante cade in gangrena. A questo punto (3^a - 4^a giornata) si manifesta pure una diarrea mucosa, accompagnata da tenesmo, senza vomito. Dai punti gangrenati fuoresce un liquido sieroso, nel quale son contenuti in enorme quantità i protei, sotto forma di corti bastoncini rivestiti di capsula. Sgorgando il liquido, il cane si riave, cessa la diarrea e, se l'animale è adulto e robusto, può anche guarire, se invece si tratta di cani giovani e piccoli, questi soccombono all'infezione dopo 7 - 9 giorni.

La necroscopia in questo caso rivela, oltre la gangrena della pelle e l'infiltrazione edematosa del tessuto sottocutaneo e intramuscolare, una localizzazione del processo nella ghiandule linfatiche sottocutanee, peribronchiali e mesenteriche, le quali si mostrano notevolmente tumefatte e contenenti i protei in grande quantità; oltre a ciò si notano segni di infiammazione catarrale dell'intestino tenue, che si trova contenere una poltiglia giallastra, poco puzzolente e ricca di protei capsulati. Nel succo del fegato e della milza e nel sangue l'esame microscopico non rivela la presenza dei microrganismi: invece le colture danno risultato positivo, dimostrando così la presenza di pochi esemplari, isolati, dei batteri che produssero l'infezione.

Se si fa l'innesto nel peritoneo, con poche goccie fino ad ¹/₂ cmc. di coltura, secondo la grandezza dell'animale, se questo è digiuno, non si manifesta nè vomito nè diarrea e sopraviene la morte in due giorni, con fenomeni di collasso progressivo. Se invece il cane ha mangiato, poco dopo l'iniezione vomita il cibo contenuto nello stomaco, senza avere diarrea. All'autopsia si trova una peritonite intensa con essudato fibrinoso-purulento, e nell'essudato si riscontrano i protei, piccoli e muniti di capsula, in grandissima quantità. Le ghiandole mesenteriche appaiono notevolmente tumefatte; congesti la milza, il fegato ed i reni. Nel sangue del cuore, liquido e nerastro, si trovano i protei sotto forma di bacilli, non capsulati, e se la necroscopia si fa qualche ora dopo la morte, si trovano sviluppati sotto forma di filamenti, egualmente senza capsula.

Negli animali inoculati in tal guisa, estraendo periodicamente, di ora in ora, il sangue dalle orecchie e facendone colture, ho potuto dimostrare in esso, come in quello del topo, la presenza del proteo 24-26 ore dopo l'innesto, fornendo così, anche pel cane, la prova irrefutabile della moltiplicazione dei microrganismi inoculati nell'animale vivente, e quindi dell'esistenza di una vera e propria infezione.

Le sezioni microscopiche degli organi interni addominali (fegato, milza, intestino e ghiandole mesenteriche) dimostrano la presenza di numerosi protei nell'interno dei vasi sanguigni, sotto forma di bastoncini, sprovvisti di capsula. Il metodo di colorazione che ho trovato migliore per tali preparati è quello di Koch-Löffler, colla soluzione alcalina di azzurro di metilene. Il metodo di Gram dà risultati poco soddisfacenti, giacchè i microrganismi si decolorano quasi completamente.

L'iniezione intravenosa di $^1/_2$ -1 cmc. di coltura, stemperata nell'acqua, produce immediatamente fenomeni di intossicazione, sotto forma di vomito e di diarrea mucosa e talora anche sanguinolenta.

La morte sopraviene dopo 2-3 giorni, e all'autopsia si trova un forte catarro dell'intestino tenue, congestione dei visceri addominali e fortemente ingrossate ed emorragiche le ghiandole mesenteriche. In tutti questi organi, ma specialmente nel fegato e nelle ghiandule mesenteriche, si trova abbondante il proteo. Nel sangue invece non si rinviene che in poca quantità e sprovvisto di capsula.

Anche nel caso dell'innesto intravenoso, per quanto si abbiano dapprima fenomeni di avvelenamento, non v'ha dubbio che la morte avvenga per vera infezione.

Diffatti, se si inietta, per qualunque via, una quantità anche 3-4 volte maggiore di cultura sterilizzata col calore o colla filtrazione, si hanno bensì i fenomeni di avvelenamento (vomito e diarrea), ma questi presto scompaiono e l'animale torna di bel nuovo ad esser sano come prima.

Coll'innesto delle colture sterilizzate ho fatto anche nel cane un buon numero di esperimenti, per vedere se era possibile produrre per tal mezzo l'immunità artificiale; ed i risultati ottenuti sono stati in parte positivi, come risulta dalle esperienze che qui riferisco.

Esperienze. — In una prima serie ho adoperato per l'innesto quantità non molto grandi di liquido di coltura, sterilizzato nella maniera anzidetta. Ho iniettato nell'addome a 2 cani, uno giovane e l'altro adulto, 3 cmc. di coltura sterile ed ho ripetuto l'innesto per sei volte consecutive, lasciando 2-3 giorni di intervallo fra ogni singola iniezione.

Gli animali alla 1ª iniezione reagiscono con vomito, diarrea ed abbattimento profondo, da eui si rimettono in poche ore; questi fenomeni scemano progressivamente di intensità e di durata nelle iniezioni successive, finchè alla 4ª o 5ª iniezione gli animali non mostrano più alcuna sofferenza.

Dieci giorni dopo ho fatto in essi l'innesto peritoneale con 1 cmc. di coltura attiva, innestando in pari tempo un altro cane sano, per controllo. Questo muore in 4ª giornata e il giorno seguente muoiono pure quelli vaccinati, tutti collo stesso reperto di peritonite con infezione generale da proteo.

Per vedere se l'insuccesso era dovuto alla poca quantità di materiale iniettato, in un'altra serie d'esperienze ho iniettato nell'addome una quantità doppia (6 cmc.) di coltura sterilizzata, ripetendo l'iniezione ogni due giorni. Già alla terza volta gli animali non hanno più nè vomito, nè diarrea, ma, per quanto si cibino volentieri, dimagriscono progressivamente, tanto che alcuni finiscono per morire marasmatici. In due cani che resistettero meglio degli altri, e che aveano ricevuto in 6 volte 36 cmc. di coltura sterilizzata, ho praticato l'innesto nell'addome di 1 cmc. di coltura attiva, inoculando egualmenle un'altro cane di controllo. Questo morì dopo due giorni, coll'infezione caratteristica, mentre gli altri due si mostrarono sofferenti per un giorno, ma poi si riebbero completamente.

L'innesto preventivo delle sostanze chimiche elaborate dal microrganismo serve, adunque, a produrre l'immunità nel cane, soltanto quando sia fatto con quantità grandi di materiale. Quest'animale, però, è così sensibile all'azione dei veleni del proteo, che spesso soggiace ad una specie di lenta intossicazione, prima di addivenire refrattario all'azione del microrganismo virulento.

Ho sperimentato infine nei cani l'azione del proteo volgare e degli altri microrganismi, isolati dal cadavere di questi animali. L'iniezione di 1-2 cmc. di coltura di proteo volgare, fatta nella vena giugulare, oppure nel peritoneo, provoca il vomito e talora anche anche la diarrea, ma l'animale ben presto si riave e guarisce.

L'innesto sottocutaneo non è seguito da alcun effetto.

Un azione tossica, anche più lieve, viene pure esercitata dalle colture dei mierorganismi, isolati dal cadavere dei cani in putrefazione.

Nessuno, però, spiega su essi un potere infettante qualsiasi, e la loro azione è quindi essenzialmente diversa da quella del proteo capsulato.

EPILOGO

Il microrganismo, da me studiato ed isolato da casi di malattia dell'uomo, appartiene al genere proteo, ed ha proprietà tossiche ed infettanti, mentre gli altri congeneri che partecipano alla putrefazione delle sostanze albuminose, possono anche essi esercitare un'azione tossica, ma non sono infettanti.

Il suo potere infettivo pel topo è così spiccato, che, fra i batteri patogeni conosciuti, il proteo può solo paragonarsi, sotto questo riguardo, al bacillo del carbonchio.

Nel coniglio e nella cavia è invece meno attivo.

Nel topo non produce che una forma di setticemia rapidamente mortale, e coll'innesto successivo in una serie di animali aumenta di virulenza.

Il topo è così sensibile all'azione del proteo, che non si riesce a renderlo refrattario.

Nel cane si mostra pure molto attivo; ed in esso la malattia si localizza specialmente nell'intestino e nelle ghiandole mesenteriche, come nell'uomo; nel quale la malattia prodotta dal proteo riveste caratteri simili a quelli dell'infezione carbonchiosa d'origine intestinale.

Quindi è che nell'uomo, con molta probabilità, si deve considerare l'intestino come il punto di partenza dell'infezione, tanto più che si è sperimentalmente dimostrato che, anche per la via del tubo gastroenterico, può il proteo nei topi produrre l'infezione e la morte.

Non si può dire, però, che il proteo capsulato si trovi come ospite abituale nel nostro intestino, come il proteo volgare; poichè apposite ricerche, eseguite nei cadaveri di persone morte per altre malattie, hanno sempre dato un risultato negativo.

Il proteo capsulato può penetrare accidentalmente nel tubo gastroenterico, come altri microrganismi patogeni capaci di svolgere la loro azione per quella via (bacillo del carbonchio, bacillo del colèra), e dar luogo così all'infezione, in circostanze che non ci sono ancora note.

Certo che, o la sua diffusione in natura non è molta, oppure è necessario, perchè produca la malattia, il concorso di altre circostanze, non conosciute; giacchè i casi osservati nell'uomo non sono molto numerosi, e si limitano finora a questi da me studiati ed a quelli segnalati nel lavoro di Banti. Non è improbabile però che altri casi sieno stati confusi coll'infezione carbonchiosa, giacchè la somiglianza con questa non si limita soltanto alle lesioni anatomiche, ma si estende anche, fino ad un certo punto, all'aspetto dei microrganismi contenuti nel sangue e nel succo degli organi.

È soltanto collo studio batteriologico successivo che si riesce a far la diagnosi differenziale di questo microrganismo dagli altri già conosciuti e da altri forse, che si scopriranno in avvenire, capaci di produrre la stessa forma morbosa; giacchè non è improbabile che, come per gli animali si conoscono diverse varietà di microrganismi, capaci di produrre gli stessi sintomi morbosi di setticemia emorragica (bacillo del colèra dei polli, della setticemia dei conigli, della cosidetta peste suina, bovina e degli animali selvatici), così anche per l'uomo, quella forma di malattia che si manifesta con vomito e diarrea, e talora anche con collasso e morte, e che si designa col nome generico di « diarrea estiva » o di « colèra nostrano », appunto per la sua somiglianza col colèra indiano, possa essere causata da diversi microrganismi, i quali, come il proteo capsulato e come, talora, il bacillo del carbonchio, moltiplicandosi nell' intestino dapprima e poscia nell'interno dell'organismo, danno luogo ai fenomeni morbosi sopra descritti.

Sulla teoria dell'elettrolisi colle correnti alternanti. Memoria del Corrispondente G. B. FAVERO

letta nella seduta del 5 aprile 1891.

INTRODUZIONE

1. Il volume VI delle Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della Reale Accademia dei Lincei, contiene un importante lavoro del dottor Guglielmo Mengarini, col titolo: *Elettrolisi colle correnti alternanti*.

Ricordate le osservazioni fatte da altri, e da lui ripetute e meglio precisate, esposte inoltre quelle risultanti dalle proprie ricerche, il Mengarini passa in rivista le ipotesi messe innanzi da altri autori per dar ragione dei fenomeni osservati, ed espone poscia una propria teoria la quale, basandosi sulle note leggi delle correnti senza ricorrere ad ipotesi speciali, spiega i risultati dell'osservazione.

La teoria del Mengarini prende a considerare un circuito elettrico, nel quale sia inserito un voltametro, ed il quale sia percorso da una corrente alternante, e parte dalla supposizione che l'intensità considerata come funzione del tempo, segua un andamento perfettamente sinusoidale. Stabilendo poi nel voltametro una piccola resistenza in confronto di una grande resistenza del circuito esterno, ammette che questo andamento non sia sensibilmente alterato, sia che nel voltametro si manifesti una polarizzazione, sia che la polarizzazione non abbia luogo. Egli osserva poi che qualora nel voltametro non si manifestasse alcuna polarizzazione, anche la differenza di potenziale ai poli del voltametro seguirebbe un andamento sinusoidale, sincrono a quello dell'intensità.

Ma nel voltametro si manifesta realmente una polarizzazione, e si ha perciò una nuova forza elettromotrice nel circuito. L'autore, ammettendo col Kohlrausch che la polarizzazione cresca proporzionalmente al tempo, ed all'intensità della corrente (tenuto conto ben inteso del segno di quest'ultima), dimostra che la forza elettromotrice di polarizzazione ha essa pure un andamento sinusoidale, ed egli ritiene inoltre che la fase della sinusoide di polarizzazione sia spostata precisamente di un mezzo periodo di tempo rispetto alla fase dell'intensità.

Combinando poi questa sinusoide di polarizzazione con quella che apparterrebbe alla differenza di potenziale ai poli del voltametro se polarizzazione non ci fosse, il Mengarini trova una sinusoide risultante spostata di fase rispetto alla sinusoide dell'intensità, e rappresentante la vera differenza di potenziale ai poli del voltametro.

Lo studio della sinusoide di polarizzazione per sè serve molto opportunamente all'autore a spiegare i vari fenomeni dell'etettrolisi a correnti alternanti. Il fatto poi dello spostamento di fase fra la sinusoide dell'intensità e quella che rappresenta la vera differenza di potenziale ai poli del voltametro, viene indicata come causa della differenza che si osserva fra l'energia reale e l'energia apparente spesa nei voltametri percorsi da correnti alternanti a somiglianza di quanto avviene negli apparecchi aventi induzione. Se quello spostamento di fase non esistesse, l'autore dimostra che la formola esprimente l'energia reale dà lo stesso risultato che la formola esprimente l'energia apparente.

Questa teoria è molto pregevole, e dà ragione dei fenomeni osservati. Non si può tuttavia disconoscere che essa possa dar luogo a qualche dubbio, non riguardo ai fenomeni, ma riguardo alla generalità colla quale possonsi ammettere le deduzioni. Infatti il supporre che l'andamento sinusoidale dell'intensità resti il medesimo quando nel voltametro si manifesta una polarizzazione, come quando questa manchi affatto, non sembra senz'altro accettabile; in quanto che la polarizzazione lascia benissimo inalterato l'andamento della forza elettromotrice inerente alla dinamo; ma, introducendo essa nel circuito una nuova forza elettromotrice, non può essere senza influenza sull'andamento dell'intensità, specialmente nell'istante in cui il valore di questa si approssima a zero: e ciò anche quando l'esperienza si regoli in modo, che la resistenza totale del circuito resti inalterata.

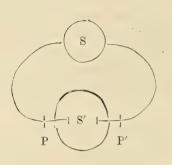
Anche la posizione della sinusoide di polarizzazione rispetto a quella dell'intensità, quale viene assunta dall'autore, non è dimostrata, e può apparire dubbiosa, quando si consideri che al momento in cui la polarizzazione comincia, l'intensità che la produce può trovarsi in un punto qualunque della propria fase e non solamente al principio ed alla fine di essa, come assume l'autore nel suo calcolo.

L'aver poi dimostrato, che quando le fasi dell'intensità e della differenza di potenziale ai poli del voltametro sono sincrone, l'energia apparente e la reale si eguagliano, non prova ancora che tale eguaglianza non possa aver luogo anche in qualche caso di spostamento di quelle fasi. Bisognerebbe provare col calcolo che quando vi ha spostamento di fase dev'esservi certo disuguaglianza fra le due energie, per poter dire che la teoria proposta spiega il fenomeno della disuguaglianza quale risulta dall'osservazione.

Finalmente merita pure di essere notato, che tutta la esposta teoria parte dalla supposizione che l'andamento della intensità sia perfettamente sinusoidale. Ora l'andamento delle correnti alternanti è certo periodico, ma non può dirsi che per qualunque costruzione di dinamo esso sia perfettamente sinusoidale: esso può differire sensibilmente dalla sinusoide. Ora se la curva non è una sinusoide resta un po' scossa la base stessa della teoria.

L'importanza che la elettrolisi mediante correnti alternanti ha acquistato in questi ultimi anni, rende d'altra parte desiderabile, che anche la sua teoria possa essere liberata dai dubbi ora accennati. Scopo del presente studio è appunto quello di contribuire a tal fine, col far vedere che partendo da note leggi come quelle di Ohm e quella sopra accennata di Kohlrausch, si perviene in modo rigoroso ad eliminare ogni incertezza e a dar ragione dei fenomeni osservati.

Formole generali.



2. Abbiasi un circuito comprendente due sorgenti elettriche S, S', le cui forze elettromotrici siano rispettivamente E ed E'. Sia R la resistenza complessiva del circuito, ed I l'intensità della corrente. Avremo per la legge di Ghm

(1)
$$IR = E + E'.$$

Se P, P' sono i poli della sorgente S', D la differenza di potenziale fra questi poli, R' la resistenza spettante a questa sorgente fra i poli P, P', sarà pure per la stessa legge

Supponiamo ora che la E sia variabile col tempo con legge nota; e che la E' dipenda unicamente da un fenomeno di polarizzazione, in modo che essa sia in ogni tempo collegata coll'intensità I dalla relazione di Kohlrausch

$$(3) E' = -h \int_0^t f \, dt$$

dove h è una costante positiva. Supponiamo inoltre che le resistenze R ed R' si mantengano costanti rispetto al tempo.

In tali ipotesi si domandano le espressioni delle quantità I, E' e D in funzione del tempo.

(4)
$$IR = E - h \int_0^t I \, dt$$

e derivando rispetto al tempo

$$R\frac{dI}{dt} + hI = \frac{dE}{dt}$$

la quale ha per integrale

$$I = \frac{e^{-\frac{ht}{R}}}{R} \left\{ C + \int_{0}^{t} \frac{dE}{dt} e^{-\frac{ht}{R}} dt \right\}$$

dove C è una costante arbitraria. Determinandola in modo che sia soddisfatta la (4) si ha

$$I = \frac{e^{-\frac{ht}{R}}}{R} \left\{ E_0 + \int_0^t \frac{dE}{dt} e^{\frac{ht}{R}} dt \right\}$$

dove E_0 è il valore di E per t=0. Trovato il valore di I si avrà poi

(5)
$$\begin{cases} E + E' = RI & D + E' = R'I \\ E' = RI - E & D = R'I - E' \end{cases}$$

Andamento sinusoidale.

3. Attribuiamo ora alla E un andamento periodico, e precisamente sinusoidale dato dalla relazione

$$E = A \operatorname{sen} kt$$

dove la k è una quantità positiva. Avremo allora

$$\mathbf{E}_0 = 0 \qquad \frac{d\mathbf{E}}{dt} = \mathbf{A}k \cos kt$$

e perciò

$$\int_{0}^{t} \frac{d\mathbf{E}}{dt} e^{\frac{ht}{\mathbf{R}}} dt = \frac{\mathbf{A}\mathbf{R}hk}{h^{2} + k^{2}\mathbf{R}^{2}} \left\{ e^{\frac{ht}{\mathbf{R}}} \left(\cos kt + \frac{k\mathbf{R}}{h} \sin kt \right) - 1 \right\}$$

e quindi

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{A}hk}{h^2 + k^2 \mathbf{R}^2} \left\{ \cos kt + \frac{k\mathbf{R}}{h} \sin kt - e^{-\frac{ht}{\mathbf{R}}} \right\}.$$

Determinando un tempo t_0 mediante la relazione

$$\tan kt_0 = \frac{h}{kR}$$

si ottiene con facili riduzioni

$$I = \frac{A \cos kt_0}{R} \left\{ \operatorname{sen} k \left(t_0 + t \right) - e^{-\frac{ht}{R}} \operatorname{sen} kt_0 \right\}$$

e quindi sarà

$$\mathbf{E} + \mathbf{E}' = \mathbf{A} \cos kt_0 \left\{ \sin k \left(t_0 + t \right) - e^{-\frac{ht}{\mathbf{R}}} \sin kt_0 \right\}$$

$$\mathbf{D} + \mathbf{E}' = \frac{\mathbf{A}\mathbf{R}' \cos kt_0}{\mathbf{R}} \left\{ \sin k \left(t_0 + t \right) + e^{-\frac{ht}{\mathbf{R}}} \sin kt_0 \right\}.$$

Dalla prima di queste due ultime ponendo per E il suo valore $E = A \operatorname{sen} kt$, si ha poi con facile riduzione

$$\mathbf{E}' = \mathbf{A} \operatorname{sen} kt_0 \left\{ \cos k \left(t_0 + t \right) - e^{-\frac{h t}{\mathbf{R}}} \cos kt_0 \right\}.$$

Sostituito questo valore nell'ultima, e déterminato un tempo t_1 mediante la relazione

$$\tan kt_1 = \frac{R}{R'} \tan kt_0 = \frac{h}{kR'}$$

si ottiene

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{A} \operatorname{sen} kt_0}{\operatorname{sen} kt_1} \left\{ \operatorname{sen} k \left(t_0 - t_1 + t \right) + \left(1 - \frac{\mathbf{R}'}{\mathbf{R}} \right) e^{-\frac{ht}{\mathbf{R}}} \operatorname{sen} kt_1 \operatorname{cos} kt_0 \right\}.$$

Le quantità h ed R essendo positive, il fattore $e^{-\frac{nt}{R}}$ diminuzione indefinitamente col tempo. Si vede dunque che tutte le funzioni superiori si avvicinano indefinitamente ad un andamento sinusoidale, che possiamo indicare come l'andamento normale del fenomeno.

Supponendo che la durata del periodo della E sia = 2T, per cui $k.2T = 2\pi$,

CLASSE DI SCIENZE FISICHE ecc. — MEMORIE — Ser. 4,ª. Vol. VIIº

ossia $k = \frac{\pi}{T}$, e trascurando i termini affetti da $e^{-\frac{kt}{R}}$, si avranno come espressioni delle quantità superiori, per tale andamento normale, le seguenti funzioni periodiche

(6)
$$E = A \operatorname{sen} \frac{\pi t}{T}$$

$$I = \frac{A \cos \frac{\pi t_0}{T}}{R} \operatorname{sen} \frac{\pi (t_0 + t)}{T}$$

$$E + E' = A \cos \frac{\pi t_0}{T} \operatorname{sen} \frac{\pi (t_0 + t)}{T}$$

$$D + E' = \frac{AR'}{R} \cos \frac{\pi t_0}{T} \operatorname{sen} \frac{\pi (t_0 + t)}{T}$$

$$E' = A \operatorname{sen} \frac{\pi t_0}{R} \cos \frac{\pi (t_0 + t)}{T}$$

$$D = \frac{A \operatorname{sen} \frac{\pi t_0}{T}}{\operatorname{sen} \frac{\pi t_0}{T}} \operatorname{sen} \frac{\pi (t_0 - t_1 + t)}{T}$$

I tempi t_0 e t_1 che entrano in queste formole sono dati dalle relazioni

(7)
$$\tan g \frac{\pi t_0}{T} = \frac{hT}{\pi R}, \quad \tan g \frac{\pi t_1}{T} = \frac{hT}{\pi R'}.$$

Dalle formole superiori si vede che la durata del periodo è la stessa per tutte le funzioni ed eguale a 2T. Le loro fasi però non sono sincrone. Infatti la E si annulla per i tempi

$$\dots - 2T \cdot - T \cdot 0 \cdot T \cdot 2T \cdot \dots$$

Invece la I, la E + E' e la D + E' si annullano per i tempi

...,
$$-t_0 - 2T$$
, $-t_0 - T$, $-t_0$, $-t_0 + T$, $-t_0 + 2T$, ...

cioè le loro fasi sono spostate del tempo — t_0 rispetto a quelle della E.

Se non vi fosse polarizzazione, cioè se h=0, sarebbe $t_0=0$, ed il valore della I sarebbe

$$I = \frac{A}{R} \operatorname{sen} \frac{\pi t}{T}$$

funzione sincrona colla E; da ciò si vede che la fase della I resta spostata dalla polarizzazione.

La forza elettromotrice E', dovuta alla polarizzazione, si annulla per i tempi

...,
$$-\frac{3T}{2} - t_0$$
, $-\frac{T}{2} - t_0$, $\frac{T}{2} - t_0$, $\frac{3T}{2} - t_0$, ...

La fase della E' è dunque spostata di $-\frac{T}{2}$, cioè di un quarto di periodo rispetto a quelle delle I, E + E', D + E'. Per cui quando quest'ultime funzioni si annullano, la E' trovasi nel suo massimo o nel suo minimo e viceversa.

La D finalmente si annulla per i tempi

...,
$$t_1 - t_0 - 2T$$
, $t_1 - t_0 - T$, $t_1 - t_0$, $t_1 - t_0 + T$, $t_1 - t_0 + 2T$, ...

cioè le sue fasi trovansi spostate di t_1-t_0 rispetto a quelle della E. Ora essendo necessariamente R>R' sarà pure

$$\frac{h\mathrm{T}}{\pi\mathrm{R'}} > \frac{ht}{\pi\mathrm{R}}$$
, cioè tang $\frac{\pi t_1}{\mathrm{T}} > \mathrm{tang} \; \frac{\pi t_0}{\mathrm{T}}$

ossia $t_1 > t_0$; e quindi lo spostamento $t_1 - t_0$ sarà positivo. Il valore massimo che può raggiungere la I è dato da

$$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{R}}\cos\frac{\pi t_0}{\mathrm{T}}$$
, ossia $\frac{\pi \mathrm{A}}{\sqrt{h^2\mathrm{T}^2+\pi^2\mathrm{R}^2}}$.

Se non vi fosse polarizzazione, avendosi allora $t_0 = 0$, il massimo della I sarebbe $\frac{A}{R}$, cioè maggiore del precedente; dal che risulta che la polarizzazione oltre spostare la fase dell'intensità I, ne rende anche minori numericamente i massimi ed i minimi, cioè mantenendo la distanza fra le successive intersezioni dell'asse del tempo, avvicina la curva all'asse stesso.

Quanto alle forze elettromotrici e differenza di potenziale si hanno i seguenti massimi (rispettivamente minimi).

Il massimo di E+E' è dunque inferiore a quello della E, e perciò i valori che la forza elettromotrice complessiva del circuito assume successivamente durante un periodo 2T sono numericamente inferiori ai rispettivi valori assunti dalla E; ciò che naturalmente è dovuto alla polarizzazione. Il massimo della D+E' è inferiore al massimo della E+E', essendo $E' \subset E$, e quindi i valori successivi della E+E' sono inferiori numericamente ai valori contemporanei della E+E'. Essendo E0 il massimo della E1 e questo inferiore al massimo della E3.

Merita di essere notata l'influenza che sul valore dei massimi e minimi, e sullo spostamento delle fasi, hanno le quantità h e T, la prima delle quali è la costante di polarizzazione, l'altra stabilisce la durata del periodo. Queste due quantità figurano sempre nelle relative formole col loro prodotto hT. Facendo crescere o diminuire

la h si otterrà dunque lo stesso effetto come facendo crescere o diminuire la T. In altre parole facendo crescere o diminuire il potere di polarizzazione si ottiene lo stesso risultato come facendo crescere o diminuire la durata del periodo.

Quando l'una o l'altra di queste quantità va successivamente diminuendo, i tempi t_0 e t_1 tendono ad annullarsi, le curve delle funzioni E, I, E + E', D + E' e D tendono ad intersecare l'asse nei medesimi punti, cioè le loro fasi a divenire sincrone. Le fasi della E' si mantengono però sempre spostate di $-\frac{T}{2}$ rispetto alle altre

Notiamo dunque che la curva rappresentante E', quando si mantenga inalterata la h, cioè il potere di polarizzazione, ma si diminuisca successivamente la durata 2T del periodo, ha i suoi massimi e minimi successivamente minori, cioè qualora si rendano più rapide le alternazioni di corrente, la curva va sempre più avvicinandosi all'asse.

Andamento periodico qualunque.

4. Se si assume $E = A \operatorname{sen} k (t' + t)$, invece di $E = A \operatorname{sen} kt$, essendo t' un tempo qualunque, si giunge collo stesso procedimento di calcolo alle formole (6), nelle quali in luogo di t sia posto t' + t. Ciò vuol dire che facendo cominciare la polarizzazione E', non quando la E è nulla, ma quando essa ha uno qualunque dei valori di cui è suscettibile, le curve (6) si mantengono le stesse sia per dimensioni, sia per posizione rispettiva, od in altre parole l'andamento normale del fenomeno rimane inalterato.

Ai risultati superiori si può dare maggiore generalità nel modo seguente. Prendiamo

$$E = A_1 \operatorname{sen} kt + A_2 \operatorname{sen} 2kt + \dots + A_n \operatorname{sen} nkt$$

che scriveremo più brevemente

(8)
$$E = \sum_{i=1}^{n} A_{\lambda} \operatorname{sen} \lambda kt$$

ed allora si trova con calcolo analogo a quello superiormente seguito, che dopo un certo tempo, indicando ancora con 2T la durata del periodo, l'intensità I data dall'espressione

(9)
$$RI = \sum_{1}^{n} A_{\lambda} \cos \frac{\lambda \pi t_{0}^{(\lambda)}}{T} \sin \frac{\lambda \pi}{T} (t_{0}^{(\lambda)} + t)$$

dove i tempi $t_0^{(\lambda)}$ sono determinati dalla relazione

(10)
$$\tan \frac{\lambda \pi t_0^{(\lambda)}}{T} = \frac{hT}{\lambda \pi R}$$

Come si vede anche con questo valore di E l'intensità I è periodica, e la durata del periodo è data da 2T. La periodicità della I trae seco poi la periodicità delle funzioni E + E', D + E', E' e D collo stesso periodo, attese le (5); e da queste risulta pure che le I, E + E' e D + E' hanno fasi sincrone, annullandosi contemporaneamente.

Se mantenendo la forma della E data dalla (8) si diminuisce gradatamente il valore di h, o la durata 2T del periodo, tutti i tempi $t_0^{(\lambda)}$, determinati dalla (10) convengono verso lo zero, ed il secondo membro della (9) s'accosta sempre più al valore del secondo membro della (8); cosicchè la differenza RI — E, ossia la curva rappresentante la E' si accosta sempre più all'asse, e quindi tutti i suoi massimi e minimi tendono ad annullarsi.

Ora è noto che mediante la (8), determinando opportunamente i coefficienti A, e prendendo n abbastanza grande si può rappresentare con quella maggiore approssimazione che si desidera, qualunque funzione periodica continua $\varphi(t)$, che soddisfi alla condizione $\varphi(-t) = -\varphi(t)$.

Possiamo da ciò conchiudere che qualora la E sia una funzione φ del tempo, periodica e continua, e tale che $\varphi(-t) = -\varphi(t)$, il fenomeno prenderà dopo un certo tempo un andamento normale tale, che le funzioni I, E + E', D + E', E' e D riusciranno pure periodiche dello stesso carattere della $\varphi(t)$, ed aventi la stessa durata di periodo. Inoltre le funzioni I, E + E', e D + E' saranno fra loro sincrone mentre non lo saranno colle altre. Concluderemo inoltre che tutti i fenomeni che dipendono dalla diminuzione dei massimi e minimi della curva di polarizzazione hanno luogo, come nel caso che la E abbia un andamento perfettamente sinusoidale.

Energia nell'andamento sinusoidale.

5. Supponiamo ora che l'intensità I della corrente alternante, data dalle (6), sia misurata con un elettrodinamometro. Dalla lettura fatta allo strumento si avrà, come è noto, la radice quadrata della media dei quadrati di I relativi ad un periodo di durata 2T, cioè si avrà il valore

$$I_m = \sqrt{\frac{\int_{\tau}^{\tau+2T} I^2 dt}{2T}}$$

essendo τ un tempo qualunque. Ponendo per I il suo valore, preso $\tau = -t_0$, ed osservando che per un angolo qualunque α si ha sen² $\alpha = \sin^2(\pi + \alpha)$, si avrà

$$\int_{\tau}^{\tau+2T} \mathbf{I}^2 dt = \frac{2\mathbf{A}^2 \cos^2 \frac{\pi t_0}{\mathbf{T}}}{\mathbf{R}^2} \int_{0}^{\mathbf{T}} \sin^2 \frac{\pi (t_0 + t)}{\mathbf{T}} dt = \frac{\mathbf{A}^2 \mathbf{T} \sin^2 \frac{\pi t_0}{\mathbf{T}}}{\mathbf{R}^2}$$

e quindi

$$I_m = rac{A \cos rac{\pi t_0}{T}}{R \sqrt{2}}$$
.

Se in modo simile si misura con un elettrometro la differenza D di potenziale

ai poli d'un voltametro si otterrà la radice quadrata della media pei quadrati di D durante un periodo, cioè si avrà il valore

$$\mathbf{D}_{m} = \sqrt{\frac{\int_{\tau}^{\tau+2\mathrm{T}} \mathbf{D}^{2} dt}{2\mathrm{T}}}$$

essendo au un tempo qualunque. Con facile calcolo si trova

$$\mathrm{D}_m = rac{\mathrm{A} \, \mathrm{sen} \, rac{\pi t_0}{\mathrm{T}}}{\mathrm{sen} \, rac{\pi t_1}{\mathrm{T}} \sqrt{2}} \, \cdot$$

Moltiplicando per la durata 2T il prodotto di I_m con D_m avremo l'energia durante un periodo, quale viene indicata dagli strumenti sopra indicati, cioè l'energia apparente. Indicandola con L_a avremo dunque

$$\mathrm{L}_a = rac{\Lambda^2 \, \mathrm{T} \, \mathrm{sen} \, rac{2\pi t_0}{\mathrm{T}}}{2 \mathrm{R} \, \mathrm{sen} \, rac{\pi t_1}{\mathrm{T}}} \, \cdot$$

Ma l'energia L_v realmente spesa nel voltametro durante un periodo è data da

$$\mathbf{L}_v = \int_{\tau}^{\tau + 2\mathbf{T}} \mathbf{ID} \, dt$$

dove r è un tempo qualunque.

Posti per I e D i valori dati dalle (6) si ottiene con facile calcolo

$$\mathrm{L}_v = rac{\mathrm{A}^2 \mathrm{T} \sin rac{2\pi t_0}{\mathrm{T}}}{2 \mathrm{R} ang rac{\pi t_1}{\mathrm{T}}}$$

cioè

$$\mathbf{L}_v = \mathbf{L}_a \cos \frac{\pi t_1}{\mathbf{T}} \cdot$$

Ora quando vi è polarizzazione sarà sempre h>0, e quindi anche

$$\tan \frac{\pi t_1}{T} = \frac{hT}{\pi R'} > 0,$$

cioè $t_1 > 0$ e perciò

$$L_a > L_v$$
.

In altre parole l'energia quale risulterebbe dalle osservazioni fatte coll'elettro- dinamometro e coll'elettrometro, quando vi sia polarizzazione, è sempre maggiore dell'energia veramente spesa nel voltametro, e quale sarebbe data direttamente da un wattmetro. La differenza è tanto più sensibile quanto è più lungo il periodo 2T e quanto è minore la resistenza interna R' del voltametro, come si vede dal valore di tang $\frac{\pi t_1}{T}$ e quindi di $\cos \frac{\pi t_1}{T}$.

Energia nell'andamento periodico qualunque.

6. Il calcolo precedente il quale dimostra che l'energia apparente è maggiore della reale è basato sull'ipotesi che la E sia una funzione sinusoidale del tempo, e nasce naturalmente il dubbio se tale prevalenza dell'energia apparente sulla reale si manifesti pure per altre funzioni periodiche. Per poter rispondere a questo dubbio proponiamoci la seguente ricerca.

Siano y e z due funzioni di x e pongasi

$$\mathbf{P} = \int_a^b y^2 dx \,, \quad \mathbf{Q} = \int_a^b z^2 dx \,, \quad \mathbf{R} = \int_a^b yz dx \,.$$

Le quantità siano tutte reali e sia inoltre a < b. Domandasi in quali casi sarà (9) $PQ - R^2 > 0.$

Sia m una quantità compresa fra a e b e pongasi per brevità

$$\int_{a}^{m} y^{2} dx = p, \quad \int_{m}^{b} y^{2} dx = p', \quad \int_{a}^{m} z^{2} dx = q, \quad \int_{m}^{b} z^{2} dx = q', \quad \int_{a}^{m} yz dx = r, \quad \int_{m}^{b} yz dx = r'.$$

Ciò posto può dimostrarsi, che se sarà

$$pq - r^2 \ge 0$$
, $p'q' - r'^2 \ge 0$

e, coi segni inferiori, non sia in pari tempo pq'-p'q=0 la (9) sarà soddisfatta. Sia primieramente

(10)
$$pq - r^2 > 0, \quad p'q' - r'^2 > 0.$$

Avremo prendendo i radicali positivi

$$\sqrt{pq} > r$$
, $\sqrt{p'q'} > r'$, e quindi $2\sqrt{pq' \cdot p'q} > 2rr'$

Ma qualunque siano p, p', q, q' sarà sempre

$$(\sqrt{pq'}-\sqrt{p'q})^2 \ge 0$$
, cioè $pq'+p'q \ge 2\sqrt{pq'\cdot p'q}$

e quindi si avrà sempre pq' + p'q > 2rr'. Da questa e dalle (10) si deduce

$$pq + p'q' + pq' + p'q > r^2 + r'^2 + 2rr'$$
, cioè $(p+p')(q+q') > (r+r')^2$
ma $p+p'=P$, $q+q'=Q$, $r+r'=R$, dunque $PQ-R^2>0$.

Sia poscia

$$pq - r^2 = 0$$
, $p'q' - r'^2 > 0$, oppure $pq - r^2 > 0$, $p'q' - r'^2 = 0$.

Con procedimento simile si arriverà alla stessa conclusione.

Che se

$$pq - r^2 = 0$$
, $p'q' - r'^2 = 0$

sarà $2\sqrt{pq'\cdot p'q}=2rr'$, ed escluso il caso pq'-p'q=0, sarà contemporaneamente

$$(\sqrt{pq'} - \sqrt{p'q})^2 > 0$$
, cioè $pq' + p'q > 2\sqrt{pq' \cdot p'q}$

e quindi pq'+p'q>2rr', e perciò aggiungendo a questa la $pq+p'q'=r^2+r'^2$, si otterrà ancora

$$pq + p'q' + pq' + p'q > r^2 + r'^2 + 2rr'$$
, cioè $PQ - R^2 > 0$.

Come doveva dimostrarsi.

Che se fosse contemporaneamente $pq-r^2=0$, $p'q'-r'^2=0$, pq'-p'q=0 allora si avrà

$$(\sqrt{pq} - \sqrt{p'q})^2 = 0$$
, ossia $pq' + p'q = 2\sqrt{pq' \cdot p'q} = 2rr'$

e quindi

$$pq + p'q' + pq' + p'q = r^2 + r'^2 + 2rr'$$
, cioè $PQ - R^2 = 0$.

Questa proposizione si può senz'altro generalizzare, supponendo suddiviso l'intervallo da a a b in più parti. Se le m_1 , m_2 , ... m_{n-1} soddisfanno alle relazioni $a < m_1 < m_2 ... m_{n-1} < b$ e siano $m_0 = a$, $m_n = b$, si ponga

$$p_{\lambda} = \int_{m_{\lambda}}^{m_{\lambda+1}} y^2 dx$$
, $q_{\lambda} = \int_{m_{\lambda}}^{m_{\lambda+1}} z^2 dx$, $r_{\lambda} = \int_{m_{\lambda}}^{m_{\lambda+1}} yz dx$

e potrà dirsi che se le

(11)
$$q_{\lambda} p_{\lambda} - r_{\lambda}^2 > 0$$
 $\lambda = 0, 1, ..., n-1$

sono soddisfatte, almeno per qualche valore di λ , anche la (9) lo sarà. Che se per tutti i valori di λ si avesse

$$p_{\lambda} q_{\lambda} - r_{\lambda}^2 = 0$$

e fosse contemporaneamente pq'-p'q=0 (dove le p,q,p',q' hanno il significato precedente per un m qualunque), allora sarà pure

$$PQ - R^2 = 0$$
.

Se la suddivisione del tratto da a a b si fa in modo che i singoli intervalli $m_1 - a$, $m_2 - m_1$, ... diventino fra loro eguali, ed infinitesimi $= \omega$, posto $m_{\lambda} = \mu$ sarà $m_{\lambda+1} = \mu + \omega$ e

$$p_{\lambda} = \int_{\mu}^{\mu + \omega} y^2 dx.$$

Ora indicando con y_{μ} il valore di y che corrisponde al valore $x = \mu$ si ha

$$y = y_{\mu} + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\mu}(x - \mu) + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{\mu}(x - \mu)^2 + \cdots$$

Ed essendo i limiti μ e $\mu + \omega$ dell' integrazione infinitamente vicini, potremo porre, finchè la x resta fra questi limiti,

$$y = y_{\mu} + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\mu} (x - \mu).$$

Con questo valore otteniamo

$$p_{\lambda} = \left(y_{\mu}^{2} + y_{\mu} \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\mu} \omega + \frac{1}{3} \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\mu}^{2} \omega^{2}\right) \omega$$

e similmente operando per la z

$$q_{\lambda} = \left(z_{\mu}^{2} + z_{\mu} \left(\frac{dz}{dx}\right)_{\mu} \omega + \frac{1}{3} \left(\frac{dz}{dx}\right)_{\mu}^{2} \omega^{2}\right) \omega$$

e quindi anche

$$r_{\mu} = \left\{ y_{\mu} z_{\mu} + \frac{\omega}{2} \left(y_{\mu} \left(\frac{dz}{dx} \right)_{\mu} + z_{\mu} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\mu} \right) + \frac{\omega^{2}}{3} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\mu} \left(\frac{dz}{dx} \right)_{\mu} \right\} \omega \right\}$$

Sostituendo questi valori nella (11), essa diventa con facili riduzioni

$$\int y_{\mu} \left(\frac{dz}{dx}\right)_{\mu} - z_{\mu} \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\mu} \int_{z}^{z} \frac{\omega^{4}}{12} > 0.$$

La lettera μ riferendosi ad un punto qualunque dell'intervallo b-a, ed il fattore $\frac{\omega^4}{12}$ essendo sempre positivo, la condizione potrà scriversi semplicemente

$$\left(y\frac{dz}{dx} - z\frac{dy}{dx}\right)^2 > 0.$$

Il primo membro di questa non può essere che positivo o nullo, mai negativo. Se dunque per tutto l'intervallo b - a, oppure per una sua porzione finita, l'espressione

$$y\,\frac{dz}{dx} - z\,\frac{dy}{dx}$$

non è nulla, sarà $PQ - R^2 > 0$.

Se quell'espressione è nulla per tutto l'intervallo suddetto, sarà in esso

$$y\frac{dz}{dx} - z\frac{dy}{dx} = 0, \text{ cioè } z = Cy$$

essendo C una costante; ed allora avremo

$$q = \int_{a}^{m} z^{2} dx = C^{2} \int_{a}^{m} y^{2} dx = C^{2} p, \quad q' = C^{2} p'$$

e quindi, qualunque sia m, pq'-p'q=0. Dunque si avrà allora

$$PQ - R^2 = 0.$$

Riassumendo abbiamo dunque questo risultato:

Se y e & sono funzioni di x sarà sempre

$$\int_{a}^{b} y^{2} dx \cdot \int_{a}^{b} z^{2} dx > \int_{a}^{\overline{b}} yz dx$$

eccetto il solo caso che per tutto l'intervallo b-a si abbia z=Cy, essendo C una costante, nel qual caso ha luogo eguaglianza.

Alle formole superiori si può dare un significato geometrico. Posto $y = \varphi(x)$, $z = \psi(x)$ s'intendano costruite le due curve, e si considerino come punti corrispondenti quelli spettanti ad una medesima ascissa. Le sottotangenti delle curve avranno per espressione rispettivamente

$$\frac{y}{dy}$$
 e $\frac{z}{dz}$

cui la condizione

$$y\frac{dz}{dx} - z\frac{dy}{dx} = 0$$

indica che le sottotangenti sono eguali, ossia che le tangenti condotte per due punti corrispondenti s'intersecano in un punto collocato nell'asse delle x. La condizione

 $z=\mathrm{C}y$ conduce alle stesse conseguenze riguardo alle sottotangenti: essa indica che le ordinate corrispondenti mantengono un rapporto costante. Ne viene che anche le corde corrispondenti s'intersecano in punti collecati sull'asse delle x. Questo dunque è un asse d'omologia, e le due curve sono omologiche-affini (Cremona, $Elementi\ di\ Geom.\ projettiva\ p.\ 11$). Possiamo dunque dire: Date due curve $y=\varphi(x)$, $z=\psi(x)$ il prodotto $\int_a^b y^2 dx \times \int_a^b z^2 dx$ sarà sempre maggiore del quadrato di $\int_a^b yz dx$, salvo il solo caso che fra i limiti d'integrazione le due curve siano omologiche-affini, nel qual caso ha luogo eguaglianza.

La relazione PQ — $R^2 > 0$ trae seco la $\sqrt{PQ} > R$, e quindi la

$$(b-a)\sqrt{\frac{\int_a^b y^2 dx}{b-a}} \cdot \sqrt{\frac{\int_a^b z^2 dx}{b-a}} > \int_a^b yz dx$$

dove i radicali s'intendono presi positivamente. Se per la variabile x prendiamo il tempo t, e per le y e z l'intensità I della corrente e la differenza D di potenziale fra i poli del voltametro, ed infine per limiti a e b i tempi τ e $\tau + 2T$, cioè gli estremi d'un periodo, avremo, generalizzando il significato delle lettere I_m , D_m , L_a ed L_v , sopra adoperate per l'andamento sinusoidale

$$2 \operatorname{T} \operatorname{I}_m \operatorname{D}_m > \operatorname{L}_v$$
, cioè $\operatorname{L}_a > \operatorname{L}_v$

alla sola condizione che non sia $\frac{D}{T}$ = Cost., per tutto il periodo.

Ora qualunque sia l'andamento periodico della E, abbiamo veduto che anche la I e la D assumono andamento periodico. Ma se ha luogo polarizzazione la fase della D non può essere sincrona con quella della I: la I e la D non si annullano dunque contemporaneamente, ed in tal caso non può essere per tutto il periodo $\frac{D}{I} = \text{Cost.}$ Ne viene che se nel voltametro ha luogo polarizzazione sarà sempre $L_a > L_v$, cioè dalle indicazioni dell'elettrodinamometro e dell'elettrometro si dedurrà sempre un'energia maggiore della vera. Se non vi è polarizzazione cioè se h = 0 sarà allora anche E' = 0, e dalle (5) si avrà D = R'I, cioè $\frac{D}{I} = R' = \text{Cost.}$, ed allora $L_a = L_v$, cioè vi sarà eguaglianza fra l'energia apparente e la reale.

Dallo studio superiore si vede adunque che la spiegazione dei fenomeni di elettrolisi data dal Mengarini può essere liberata dai dubbi esposti nell'introduzione, e completamente generalizzata col sostituire all'andamento sinusoidale da lui considerato e che sarebbe quello d'una dinamo ideale, un andamento periodico qualunque quale può aver luogo in una dinamo reale.

Sulla fine anatomia del midollo spinale. Memoria del Socio GAMILLO GOLGI

presentata durante le ferie accademiche del 1890.

In una serie di lavori che, col titolo *Studi istologici sul midollo spinale* e con altri titoli io ho pubblicato dal 1880 in poi (v. l'elenco in fine di questa esposizione), io ho fatto conoscere, intorno alla fine organizzazione del midollo spinale, numerosi risultati, ottenuti coll'applicazione dei miei metodi della colorazione nera.

Quei risultati, mentre allargavano di molto le nostre conoscenze: sulla morfologia degli elementi gangliari di quell'organo; sul modo con cui le fibre nervose si comportano nel penetrare e nel decorrere entro l'organo medesimo; sui vicendevoli rapporti tra cellule e fibre nervose, e, corrispondentemente, sui differenti modi d'origine delle due categorie di fibre nervose che emanano dal midollo spinale, fibre di senso e fibre di moto, costringevano in pari tempo a considerare da un punto di vista molto diverso da quello comunemente ammesso i diversi problemi fisiologici che a quei fatti si collegano.

Come era richiesto dall'importanza e specialità dei reperti, m'ero impegnato a pubblicare presto quei risultati in *modo più esteso* e coll'indispensabile corredo di figure; se non che, in parte perchè trascinato dalla corrente di altri studî, ai quali non ho potuto a meno di attaccarmi, comechè implicanti problemi patologici di somma importanza; in parte perchè circostanze estrinseche, di varia natura, troppo di sovente mi obbligarono ad interrompere il filo di quelle speciali ricerche, non ho potuto dar mano alla progettata più estesa pubblicazione, sebbene già avessi allestito alcune fra le tavole illustrative.

Devo a questo ritardo se ora mi trovo nella poco soddisfacente posizione di dover constatare che quelle mie riassuntive pubblicazioni, sebbene diffusamente riprodotte dai periodici scientifici italiani, sono state dimenticate. Infatti nei primi lavori sul sistema nervoso centrale, che eseguiti cogli stessi miei metodi e con egual indirizzo dei lavori miei, vennero successivamente pubblicati da buon numero di studiosi (¹), dei miei risultati non venne tenuto conto, nè tampoco fatto cenno; e gli stessi lavori, che pur contengono solo una parte dei risultati che da tanto tempo io ho fatto conoscere, figurano come affatto nuovi!

⁽¹⁾ S. Ramon y Cajal, Sur l'origine et les ramifications des fibres nerveuses de la moelle embryonnaire. Anatomischer Anzeiger n. 3, 1890. — Falzacappa, Ricerche istol. sul midollo spinale. Rendiconti dell'Accad. dei Lincei, maggio 1889.

Se la poco diffusa conoscenza della lingua italiana e le poco soddisfacenti condizioni in mezzo alle quali deve svolgersi la letteratura scientifica del nostro paese, valgono a spiegare quella dimenticanza (senza tener conto della diffidenza con cui ancora non ha guari venivano accolti i risultati miei, tanto staccantisi da quelli sin qui considerati come classici), non per questo posso credere del tutto giustificata quella dimenticanza e continuare a sopportarla, massimamente che le più autorevoli Riviste straniere, ed anche le tedesche, a suo tempo hanno menzionato e riassunto gli studì da me pubblicati.

Pertanto, pur sentendomi soddisfatto, anche in considerazione della diffidenza alla quale ora ho accennato, dalla conferma che da parte di autorevolissimi osservatori i risultati delle mie ricerche hanno ottenuto e vanno ormai diffusamente ottenendo, poichè a me sembra che nell'interesse della scienza importi che coloro i quali vogliono mettersi in questo campo di ricerche cogli stessi miei metodi, anzichè ripetere la descrizione di fatti già descritti, spingano le loro indagini al di là del punto toccato dagli studî precedenti, stimo non soltanto opportuno, ma per me doveroso il togliere dall'oblio le accennate mie pubblicazioni, qui riproducendole, per norma di chi volesse nuovamente occuparsi dell'argomento, nella loro testuale integrità.

La presente pubblicazione, adunque, non è propriamente un lavoro originale nuovo, bensì la semplice riproduzione di precedenti Note separatamente pubblicate. Ha, ad ogni modo, il valore di un lavoro originale, perchè include risultati ben più estesi di quelli contenuti nei lavori istologici sul midollo spinale recentemente pubblicati e che dianzi ho ricordato.

Incomincio cogli Studî istologici sul midollo spinale, da me comunicati al III Congresso freniatrico italiano fin dal 1880.

, I.

- "Chiunque s'accinga a fare uno studio anatomico accurato del midollo spinale, non può a meno di incontrare una serie di problemi, la cui soluzione sarebbe della più grande importanza per poter spiegare, in modo per così dire meccanico-dinamico, parecchi fra i fenomeni fisiologici ed alcuni anche patologici che a tale organo si riferiscono.
- "È poichè negli studî biologici ormai è assioma incontestato che la funzione è in istretto rapporto coll'organizzazione e che le differenze di funzione sono sempre legate a differenze di organizzazione, si dovrebbe supporre che anche nel midollo spinale quella legge fondamentale trovi la sua applicazione. Invece che codesto assioma abbia la sua piena conferma in quanto finora sappiamo intorno all'organizzazione ed alle varie attitudini funzionali del midollo spinale, nessun anatomico potrebbe con fondamento asserirlo.
- " Per esempio, noi sappiamo bene che alcune parti del midollo spinale sono sede speciale di attività sensoria, mentre altre parti di esso sono invece centri di attività motoria; ma sappiamo noi ancora se a codeste differenze funzionali corrispondano delle ben determinato differenze anatomiche? È lecito, anzi naturale, il supporlo, ma chi

fosse obbligato a corroborare la sua asserzione affermativa con una precisa esposizione di fatti, sarebbe tosto obbligato a confessare la propria ignoranza.

- "Mi si permetta un altro esempio: È cosa risaputa che l'eccitazione delle terminazioni nervose sensibili periferiche, per la via delle fibre nervose a conducibilità centripeta, trasmessa ai rispettivi centri d'origine spinale delle fibre stesse, danno luogo ad eccitazione di altri centri, eccitazione che viene centrifugamente trasmessa agli organi destinati all'effettuazione meccanica del movimento, avendosi in tal modo i così detti fenomeni riflessi. Ora, possiamo noi dire per quale via o per quale meccanismo, nel centro spinale, la eccitazione sensoria può riflettersi sui nervi di moto?
- « Anche su ciò, non volendo accontentarci di pure ipotesi, l'anatomico è obbligato a confessare l'insufficenza delle proprie cognizioni.
- "Preoccupato da questi e da altri problemi, in questi ultimi anni io ho fatto una serie di pazienti ricerche dirette allo scopo di trovare la soluzione se non di tutti, almeno di alcuni fra essi. Nè le mie ricerche, instituite per la massima parte con alcuni metodi da me trovati, riescirono infruttuose, anzi da varî punti di vista io credo di poter asserire di avere in parte raggiunto la meta.
- Riserbandomi, di esporre questi risultati coi voluti dettagli, e col necessario corredo di figure, in apposito lavoro sul *midollo spinale*, lavoro che intendo pubblicare appena abbia condotto a termine alcuni altri studi, in quest'occasione mi limiterò ad esporre i fatti più importanti, in forma di semplici proposizioni riassuntive:
- " 1º Tutte le cellule gangliari del midollo spinale, non escluse, come venne asserito da Gerlach e da Boll, quelle delle corna posteriori nè quelle di colonne di Clarke, sono provvedute di uno speciale prolungamento, diverso da tutti gli altri per caratteri fisico-chimici, mediante il quale esse mettonsi in rapporto colle fibre nervose. Corrispondentemente, il solo dato caratteristico assoluto per cui una cellula del midollo spinale può essere, con certezza, designata come nervosa, consiste nella presenza dell'accennato speciale e sempre unico prolungamento.
- L' È soltanto in base alla verifica di tal carattere che, contro l'opinione di quegli istologi i quali sostengono che la cosidetta sostanza gelatinosa di Rolando contiene soltanto degli elementi connettivi, io ascrivo invece alla sostanza medesima numerose cellule gangliari.
- 2º Le cellule gangliari spinali, tanto delle corna anteriori, quanto delle corna posteriori e delle zone intermedie, sono in rapporto colle fibre nervose con uno solo dei loro prolungamenti, ed è il suaccennato, il quale sarà sempre da noi designato col nome di prolungamento nervoso. Pertanto, dal punto di vista della loro funzione specifica, tutte le cellule nervose del midollo spinale possono considerarsi come monopolari.
- a 3º I così detti prolungamenti protoplasmatici, in nessun modo, nè direttamente, nè indirettamente, danno origine a fibre nervose. Essi hanno invece rapporti intimi colle cellule connettive (della nevroglia), e coi vasi sanguigni; perciò il loro còmpito funzionale lo si deve ricercare dal punto di vista della nutrizione del tessuto nervoso; essi, cioè, verosimilmente rappresentano le vie per mezzo delle quali dai vasi sanguigni e dalle cellule connettive accade la diffusione del plasma nutrizio alle cellule gangliari.
 - « 4º Confrontando fra loro le cellule che popolano le colonne grigie del

midollo spinale, si possono verificare delle differenze relative alla forma, grandezza, e modo di ramificarsi dei prolungamenti protoplasmatici: però siffatte differenze sono affatto secondarie e probabilmente soltanto inerenti alle condizioni locali di sviluppo; la sola veramente significativa differenza risiede nel modo di comportarsi del prolungamento nervoso.

- " 5º In relazione al diverso modo di comportarsi del prolungamento nervoso, nella sostanza grigia del midollo spinale io credo si possano distinguere due tipi di cellule gangliari, cioè:
- α) cellule gangliari il cui prolungamento nervoso, sebbene somministri alcune fibrille, mantiene la propria individualità, passando così a formare il cilinder axis di una fibra nervosa.
- " b) cellule gangliari il cui prolungamento nervoso, decomponendosi in tenuissime fibrille, perde la propria individualità e prende parte *in toto* alla formazione di una rete nervosa diffusa.
- "Poichè il secondo di questi tipi cellulari prevalentemente si riscontra nella zona di distribuzione delle radici posteriori (corna posteriori in generale e più specialmente sostanza gelatinosa di Rolando), mentre il primo tipo invece prevalentemente trovasi nel territorio di distribuzione delle radici anteriori (radici motorie), così si presenta spontanea la supposizione che le cellule del primo tipo siano di natura sensoria, e siano invece di natura motoria quelle del secondo tipo. Questa supposizione è molto avvalorata dal fatto che in altre regioni del sistema nervose centrale, per esempio negli strati più superficiali delle eminenze bigemine, dove si distribuiscono delle fibre nervose indubbiamente di senso (fibre del tractus opticus), appunto si riscontrano, esclusivamente od in grande prevalenza, delle cellule il cui prolungamento nervoso, suddividendosi complicatamente, perde la propria individualità.
- " 6º Nella sostanza grigia del midollo spinale esiste una rete nervosa diffusa, la quale, attraverso il midollo allungato, trovasi in continuazione colla fina rete nervosa che pure esiste in tutti gli strati di sostanza grigia del cervello.
 - « Per ciò che strettamente riguarda il midollo spinale, tal rete appare costituita:
- « α) Dalle fibrille risultanti dalla complicata suddivisione del prolungamento nervoso delle cellule gangliari della sostanza gelatinosa di Rolando e di una parte delle cellule gangliari delle corna posteriori propriamente dette.
- a b) Dalle fibre nervose delle radici posteriori, le quali suddividonsi complicatamente in modo identico ai prolungamenti suddetti.
- « c) Dalle fibrille emananti da quei prolungamenti nervosi, che, ad onta della somministrazione delle fibrille medesime, conservano la propria individualità (Cellule delle corna anteriori, alcune cellule delle corna posteriori ed altre qua e là disseminate nelle zone intermedie).
- " d) Da fibrille emananti dai cilinder axis delle fibre nervose dei varî cordoni di sostanza bianca (anteriori, laterali e posteriori) le quali, entrando obliquamente od orizzontalmente nella sostanza grigia, ivi si suddividono in modo identico alle fibrille derivanti dai prolungamenti nervosi.
- " 7° Chi volesse, in base a soli criterî anatomici, arguire quale sia la funzione di una cellula o di un gruppo di cellule gangliari, può farlo con fondamento

soltanto col mettere in conto il contegno, l'andamento ed i rapporti ulteriori dei prolungamenti nervosi.

- « 8º Nella sostanza grigia del midollo spinale, in generale non è possibile il fare una precisa descrizione topografica (come la si vuol fare dalla massima parte degli istologi) dei gruppi delle cellule gangliari, perchè nella distribuzione di esse esistono grandissime differenze nelle diverse sezioni anche vicinissime; d'altra parte siffatto raggruppamento sarebbe irrazionale, perchè ai singoli gruppi situati nell'una o nell'altra località, per quanto si può argomentare dall'andamento, contegno e rapporto dei prolungamenti nervosi, non si può mai dire corrisponda certa ben determinata destinazione fisiologica.
- « Non di rado infatti accade di osservare che cellule fra loro vicinissime mandano il prolungamento nervoso in opposta direzione, quindi con destinazione evidentemente affatto diversa l'uno dall'altro. Ad esempio, io ho osservato il caso di due cellule situate in prossimità dei cordoni laterali, e quasi fra loro a contatto, delle quali l'una inviava il prolungamento nervoso (che descriveva un arco) nel cordone laterale corrispondente, mentre l'altra mandava lo stesso prolungamento nella sostanza grigia del lato opposto, per la via della commessura anteriore.
- « 9° Poichè, come dissi, mentre da una parte ciò che più importa nello studio delle cellule gangliari del midollo spinale, è la determinazione del contegno e andamento dei prolungamenti nervosi relativi; mentre dall'altra, per le irregolarità che da questo punto di vista si verificano, havvi l'impossibilità, per ora almeno, di formulare delle leggi generali o di fare una suddivisione delle cellule nervose in gruppi, in relazione alla destinazione del loro prolungamento nervoso, così, per ora, è d'uopo accontentarci di tener conto del maggior numero possibile di casi speciali, colla speranza che questi, coordinati con altri, possano poi servire di base per comprendere le leggi, che, per gli intendimenti della fisiologia, a noi importerebbe di poter formulare.
- "Intorno al contegno ed andamento dei prolungamenti nervosi, fin d'ora io posso fornire i seguenti dati:
- "Alla prima categoria di cellule gangliari, quelle cioè il cui prolungamento nervoso, complicatamente suddividendosi, perde la propria individualità e prende parte in toto alla formazione della rete nervosa diffusa, appartengono:
 - « α) Le cellule della sostanza gelatinosa di Rolando.
- al davanti della sostanza gelatinosa di Rolando (corna posteriori propriamente dette).
- " c) Alcune cellule qua e là irregolarmente disseminate nella zona che sta fra le corna anteriori e le posteriori, talune anzi, appartenenti al dominio delle corna anteriori.
- "Alla seconda categoria di cellule gangliari, quelle il cui prolungamento nervoso, sebbene sommministri alcune fibrille (che alla loro volta suddividendosi prendono parte alla formazione della rete nervosa diffusa), mantengono la propria individualità, recandosi in forma di ben spiccato filo, a costituire il cilinder axis di una fibra nervosa midollare, appartengono invece:
 - " a) La gran maggioranza delle cellule gangliari delle corna anteriori.
 - "b) Parecchie cellule appartenenti alle corna posteriori propriamente dette.

- « c) Altre cellule situate nella zona che sta fra le due precedenti, e più specialmente quelle che veggonsi situate in prossimità dei cordoni laterali.
- " Intorno all'andamento e destinazione del prolungamento nervoso delle cellule della seconda categoria, metto in nota quest'altra serie di dati:
- " α) Le cellule gangliari delle corna anteriori in maggioranza mandano il loro prolungamento nervoso, talora abbastanza direttamente, talora dopo un giro molto vizioso, nei cordoni o nelle radici anteriori; un numero non insignificante di esse però, attraverso la commessura anteriore altresì manda il prolungamento medesimo nei cordoni sostanza bianca del lato opposto, nè mancano le cellule delle corna anteriori, le quali inviano il ridetto prolungamento nei cordoni laterali ed antero-laterali.
- "b) Fra le cellule delle corna posteriori, il cui prolungamento nervoso mantiene la propria individualità, io ne vidi alcune inviare il prolungamento nervoso medesimo nei cordoni postero-laterali, altre nei cordoni laterali, altre ancora fino nei domini dei cordoni anteriori, senza che di queste mi sia stato possibile verificare la sorte ulteriore.
- " Finalmente in alcuni casi ho altresì potuto verificare che il prolungamento nervoso delle cellule delle corna posteriori di un lato, passando per la commessura anteriore, andava a mettersi in rapporto colle fibre nervose dei cordoni anteriori del lato opposto.
- « c) I prolungamenti nervosi di un gruppo di cellule poste a lato del canale centrale, li vidi con grande prevalenza comportarsi nel modo da ultimo accennato, vale a dire attraversare la commessura anteriore per dirigersi verso i cordoni anteriori del lato opposto; alcuni però li vidi recarsi altresì nei cordoni laterali della corrispondente metà del midollo spinale.
- " d) Le cellule situate nella zona di sostanza grigia che sta più vicina ai cordoni laterali, con prevalenza mandano i prolungamenti nervosi nei medesimi cordoni laterali, però non sono rarissimi i prolungamenti nervosi, anche di questa categoria di cellule, i quali, parimenti attraversando la commessura, portansi alla metà opposta del midollo.
- « Fra le particolarità ora descritte intorno all'andamento dei prolungamenti nervosi, una merita di essere qui posta in più speciale evidenza, ed è che attraverso la commessura anteriore passano, per recarsi nella metà opposta del midollo spinale, i prolungamenti nervosi spettanti:
 - " 1° a cellule delle corna posteriori;
 - « 2º a cellule delle corna anteriori;
- « 3º a cellule della zona intermedia, cioè situate a livello del canal centrale e dei cordoni laterali.
- "Sul conto di tali prolungamenti commessurali voglio riconfermare che nel loro decorso essi danno origine a fibrille, le quali, suddividendosi, prendono parte alla formazione delle rete nervosa diffusa; aggiungerò che tal fatto io l'ho osservato tanto prima dell'arrivo alla commessura e durante il passaggio, quanto dopo tale passaggio.
- " Il maggior numero di fibrille le vidi spiccare proprio in corrispondenza della commessura, ed al di là di questa; al di quà, verso la cellula d'origine, tal fatto ho potuto verificarlo in rari casi.

- Levo aggiungere ancora che non sempre ho potuto acquistare la convinzione che i prolungamenti nervosi attraversanti la commessura, vadano direttamente a mettersi in rapporto coi cordoni midollari del lato opposto (cordoni anteriori ed anterolaterali); in parecchi casi, anzi, parvemi che superata la commessura, il prolungamento nervoso, decomponendosi in numerose fibrille, si confondesse colla rete nervosa della sostanza grigia. Su questo punto mi riservo di fare altre minuziose ricerche.
- « Delle particolarità istologiche da me sin qui riassuntivamente esposte, alcune si presentano di facile interpretazione fisiologica; altre appariscono invece di oscuro significato.
- "Riguardo alle prime, riferendomi agli esempî di postulati fisiologici che l'anatomia non potè finora soddisfare, da me ricordati nell'incominciare questa esposizione, fin d'ora non posso a meno di far rilevare, come gli esposti dati ne facciano conoscere le vie per cui nel centro spinale può effettuarsi la trasmissione dell'eccitazione sensoria sulle fibre di moto; evidentemente tali vie sono rappresentate dalle fibrille, le quali, emanando dal prolungamento nervoso di quelle che io designai come cellule della seconda categoria, mettonsi in rapporto indiretto colle cellule della prima categoria, e colle radici posteriori mediante la rete nervosa diffusa. Anche i così detti fenomeni di diffusione, come pure le azioni riflesse incrociate e generali, che si possono verificare in animali ai quali venne esportato il cervello, compreso il midollo allungato (veggansi le esperienze di Pflüger, Luchsinger, Langendorff ecc.), troverebbero, colla conoscenza delle descritte particolarità, una facile spiegazione.
- "In relazione all'altro postulato da me ricordato in principio (differenze morfologiche da potersi contrapporre alle differenze funzionali), voglio pur rilevare come nella fatta esposizione trovasi descritta una differenza di elementi corrispondente a differenze funzionali; che in pari tempo esistano altre differenze chimiche o d'altra natura, certo non lo si può escludere, è anzi verosimile; ma dal punto di vista morfologico, credo di poter asserire che la differenza di cui ho tenuto discorso è la più importante.
- "Infine, le varie particolarità da me descritte intorno al midollo spinale, organo del quale abbastanza note sono le funzioni inerenti alle diverse sue parti, per me hanno uno speciale valore, anche per ciò che esse mi forniscono la base per un più sicuro apprezzamento di altre particolarità identiche od analoghe già verificate o che si potranno verificare in altre parti del sistema nervoso, le cui funzioni sono meno conosciute ".

Fra i nuovi fatti esposti nella qui riprodotta comunicazione, in relazione collo scopo di questo scritto, sembranmi meritevoli di più speciale menzione i seguenti:

- 1º La distinzione, basata sul modo di comportarsi del prolungamento nervoso, dei due tipi di cellule nervose spinali, distinzione corrispondente a quella che, più tardi, ho potuto fare per le cellule nervose centrali in generale.
- 2º Il rilievo che, mentre le cellule gangliari con prolungamento nervoso indefinitamente decomponentesi in fibrille sono *in prevalenza* (non esclusivamente) situate nella zona di distribuzione delle radici posteriori; invece le cellule nervose il cui prolungamento nervoso, somministrando scarsi fili, mantiene la propria individualità si

trovano in prevalenza (non esclusivamente) nella zona di distribuzione delle radici anteriori.

- 3º L'esistenza della complicata rete nervosa diffusa alla cui formazione concorrono nel modo e misura che è stato detto tutti gli elementi nervosi della sostanza bianca e grigia del midollo spinale.
- 4° Che la situazione delle cellule nervose non può servire di sicuro criterio per giudicare della funzione delle medesime: riguardo ai singoli elementi, tale giudizio deve principalmente dedursi dal contegno del prolungamento nervoso e dal modo con cui questo si mette in rapporto colle fibre nervose, e dai suoi rapporti coll'una o coll'altra categoria di fibre nervose.
- 5° Che il punto di emergenza e la prima direzione dei prolungamenti nervosi, non può ancora valere quale indizio del contegno successivo e dei corrispondenti ulteriori rapporti dei prolungamenti medesimi e relative cellule. Ciò, perchè la direzione assunta a qualche distanza dall'origine è in moltissimi casi opposta a quella primitiva e che assai circonvoluto può essere il successivo andamento. Da notarsi, inoltre, che il prolungamento nervoso di due vicinissime cellule non di rado si porta in direzioni opposte, avendo poi anche altrimenti un contegno affatto diverso. Complicate ed assai diverse e svariate possono essere le vicende ed i rapporti dei diversi rami dello stesso prolungamento; può, ad esempio, verificarsi che, mentre un ramo di esso o si perde, suddividendosi, entro la sostanza grigia dello stesso lato, altro ramo penetri nei cordoni midollari, oppure, attraversando le commessure, si porti nella sostanza grigia del lato opposto, ivi pure variamente comportandosi.
- 6º Che le fibre nervose formanti i varî cordoni di sostanza bianca (anteriori, laterali e posteriori) nel loro decorso lungo i cordoni medesimi, somministrano continuamente fibrille, che, penetrando nella sostanza grigia, prendono parte alla formazione della rete nervosa diffusa.
- 7º La complessa derivazione delle fibre commessurali (da cellule delle corna anteriori, posteriori e delle zone intermedie).
- 8º Il modo di comportarsi delle fibre formanti le radici posteriori al loro ingresso nella sostanza grigia.

Tutti questi risultati, per quanto precisi, riguardo alla possibilità di una fondata interpretazione del significato de' fatti morfologici descritti, presentavano un'evidente lacuna; per tal lacuna, anzi, le interpretazioni fisiologiche, pur riservatissime e circospette, che io tentava produrre, conservavano sempre il carattere di ipotesi con base ancora troppo dottrinale.

Infatti, con quale fondamento potevasi sostenere che le due categorie di cellule nervose, da me riconosciute nel midollo spinale, fossero, rispettivamente, piuttosto di senso che di moto, dal momento che nulla di rigorosamente caratteristico potevasi dire sui loro rapporti funzionali, mentre, per di più, riguardo alla loro situazione, io stesso rilevava che le stesse due categorie di cellule erano soltanto in prevalenza situate rispettivamente nelle zone di distribuzione delle fibre nervose di senso e di moto e che, per ciò, esse fino ad un certo punto trovavansi mescolate?

Ricerche successive — fatte specialmente nel midollo spinale di feti e di neonati — mi hanno condotto alla verifica di altri dati i quali mi permisero di spingermi un passo più avanti nelle interpretazioni, ottenendo che le mie *ipotesi* acquistassero base più sicura. Ciò avvenne dopo che ho potuto accertare certi nuovi dati morfologici riferentisi a cellule sicuramente motrici e più precisamente quando son riuscito a mettere in evidenza in qual modo le sole cellule nervose centrali che, pei loro rapporti si possono, con assoluta certezza, dichiarare motrici, si comportano rispetto agli elementi destinati alla trasmissione centrifuga dell'eccitazione motoria.

Da questo momento, quella che io stesso ho sempre persistito a chiamare ipotesi, quasi cessò di esser tale.

I nuovi dati di complemento ai quali qui accenno, io li esposi in una Nota comunicata al quarto Congresso freniatrico italiano (Voghera 1883) sotto il titolo: La Cellula nervosa motrice, Nota che qui parimenti riproduco.

II.

- "Negli studi di fisiologia e patologia del sistema nervoso noi abbiamo ad ogni tratto occasione di parlare di cellule nervose di moto e di senso. È quindi ben naturale che con altrettanta insistenza si riproponga all'anatomico il quesito se esistano dei dati coll'appoggio dei quali l'una categoria di cellule possa essere differenziata dall'altra.
 - « E v'ha di più:
- "Allorchè ci portiamo sui tronchi nervosi, la fisiologia ne insegna il modo per poter distinguere un nervo di senso da un nervo di moto, ma allorchè ci portiamo all'origine sappiamo con sicurezza se le fibre di senso abbiano, rispetto alle cellule nervose, un contegno diverso dalle fibre di moto?
- "A siffatti quesiti finora non siamo stati in grado di rispondere e nemmeno ora credo sarebbe lecito dare recisamente e senza molte riserve una risposta affermativa. Ad ogni modo, al punto in cui mi trovo coi miei studî, non parmi fuor di luogo il riproporre il quesito, nell'intento di formulare una risposta che, per quanto circospetta, poggi su basi essenzialmente anatomiche.
- "Negli studî generali sul sistema nervoso fino ad ora pubblicati, io ho insistito nel far rilevare che, nei riguardi dell'attività specifica, ciò che nelle cellule nervose, è più importante a studiarsi è lo speciale prolungamento detto nervoso di cui tutte sono provvedute e che ne costituisce il carattere distintivo, assoluto, rispetto agli elementi d'altra natura, il quale prolungamento è per molti caratteri differenziabile dai diversi altri prolungamenti di cui le cellule nervose sono provvedute.
- "Io ho pure insistito nel far notare come riguardo al contegno del prolungamento nervoso le cellule gangliari si possono distinguere in due tipi cioè: 1º Cellule gangliari il cui prolungamento nervoso sebbene dia origine ad alcune secondarie fibrille pure mostra i caratteri di ben individualizzato filo, e come tale passa a costituire il cilinder axis di una fibra nervosa; 2º cellule gangliari il cui prolungamento nervoso, complicatamente suddividendosi, perde la propria individualità e prende parte alla formazione di un intreccio nervoso diffuso.
- "Nel rilevare l'esistenza di questi due tipi di cellule, io mi sono permesso di avanzare la supposizione, per altro circondandomi di molte riserve, che le cellule del

primo tipo, le quali colle fibre nervose sarebbero in rapporto diretto, non isolato, siano di natura motrice, e che siano invece di natura sensitiva le cellule del secondo tipo, le quali colle fibre sarebbero in connessione indiretta.

- "A questa interpretazione, amo ripeterlo, io non ho voluto mai attribuire altro valore che quello che può essere attribuito ad un'ipotesi bensì verosimile, ma nulla più che un'ipotesi.
- " Ora per qual via potremo noi tentare di avvicinarci alla soluzione definitiva delle questioni suaccennate, le quali, non è bisogno che io lo dica, sono per la fisiologia d'un interesse capitale?
- " Le difficoltà che si incontrano in questa ricerca sono varie e di diversa natura. Contro quanto [si potrebbe credere, una prima difficoltà la si trova nel fissare la località ove convenga fare la ricerca o dove abbiasi la certezza di trovare delle cellule di incontestabile natura motoria o sensitiva.
- " Occupandoci per ora soltanto delle prime, onde semplificare il più possibile la questione, dove siamo sicuri di trovare delle cellule delle quali con certezza assoluta noi potremmo dire che esse sono di natura motrice?
- « Le cercheremo noi nella corteccia cerebrale e, diciamo pure, nelle così dette zone motrici?
- "Non è certo bisogno ch'io dica come andremmo incontro ad obiezioni capitali. E invero, dal momento, che senza minimamente mettere in discussione l'esistenza delle zone motrici, esistenza ormai conclamata, non s'esclude che la stessa zona abbracci in pari tempo anche un'attività sensoria e psichica, risulta che quando pure in essa si trovassero cellule fornite di caratteri fondamentamente diversi, mancherebbe sempre di fondamento l'asserzione che quel certo tipo di cellule, o grandi o piccole, o fusate o globose, sian di moto, e di senso le altre, aventi tipo opposto.
- " Lo stesso dicasi pel cervelletto; qui, anzi, ci troveremmo in un campo ben maggiormente intricato ed oscuro.
- " Nè si creda che la questione possa essere di colpo risoluta se la trasportiamo sul terreno della sostanza grigia del midollo spinale.
- "È vero che qui s'ha la nota distinzione di una parte motrice, che sarebbe costituita dalla sostanza grigia situata al davanti di una linea trasversale passante pel canal centrale (corna anteriori) e di una parte sensitiva, che sarebbe la parte di sostanza grigia posta al di dietro di detta linea (corna posteriori), ma non è bisogno che io insista per dimostrare che nei rapporti fisiologici siamo ben lontani dal poter ammettere questa distinzione. A mettere in dubbio il valore di siffatta delimitazione basterebbe il fatto che non poche fibre derivanti dalle radici posteriori (di senso) si spingono ben oltre nel dominio delle colonne anteriori.
- "Nelle corna anteriori siamo, ad ogni modo, nel terreno più adatto per poter trovare dati di qualche valore rapporto alle questioni da me poste in principio. Ma si badi, anche nelle corna anteriori, noi non potremo mai avere la certezza di aver a che con fare una cellula di moto, finchè non saremo riusciti a dimostrare che ad essa va direttamente a metter capo una fibra spettante alle radici anteriori. Questo è precisamente il punto sul quale ho in modo particolare diretta la mia attenzione in quest'ultima fase delle mie ricerche.

- L'è noto come molti abbiano asserito che il prolungamento nervoso delle cellule gangliari delle corna anteriori va direttamente, senza subire vicende di sorta, a costituire il cilinder axis di una fibra delle radici anteriori; è, anzi, a questa parte del sistema nervoso centrale che si riferiscono le prime importanti osservazioni di Deiters sull'esistenza del prolungamento cilinder axis nelle cellule gangliari. Ed è pur cosa risaputa come in certo modo sia stato una conseguenza della dottrina portante ad ammettere la diretta ed isolata connessione di ciascuna cellula gangliare con una corrispondente fibra nervosa, che, affine di poter spiegare i rapporti funzionali tra provincia e provincie del sistema nervoso centrale e tra cellula e cellule, si suppose da prima, poi si credette aver dimostrato, che, dopo estrema suddivisione, i prolungamenti protoplasmatici passassero a costituire una rete nervosa intermediaria.
- « Questa dottrina già venne da me in più occasioni combattuta; ed anche nella comunicazione che ebbi l'onore di presentare al Congresso freniatrico di Reggio Emilia, io mi sono nel modo più esplicito dichiarato contro di essa.
- "Se non che fino ad ora, sebbene anche nel midollo spinale, riguardo al prolungamento nervoso delle sue cellule gangliari, avessi trovati i due tipi surricordati, e sebbene avessi ben anco potuto rilevare che nelle corna anteriori prevalgono le cellule del I tipo, mentre nelle corna posteriori prevalgono quelle del II, pure, pel motivo suaccennato che anche nelle corna anteriori penetrano in abbondanza le fibre sensibili, io non mi sono mai creduto sufficientemente autorizzato a pronunciarmi in modo deciso sulla natura dei medesimi due tipi cellulari.
- "S'aggiunga che, mentre avevo rilevato molte differenze nell'andamento e destinazione del prolungamento nervoso, nei casi nei quali avevo potuto accompagnare tale prolungamento per buon tratto entro le radici anteriori, esso mi si era sempre presentato sprovveduto di fibrille secondarie. Ecco adunque che riguardo alle sole cellule, che io poteva con certezza dichiarare motrici, il fatto che il loro prolungamento nervoso non si comportava esattamente come quello delle cellule del primo tipo da me riscontrato si può dire in tutte le provincie del sistema nervoso centrale, toglieva l'argomento più valido per poter dire che le medesime cellule del primo tipo sono veramente cellule motrici. In questo stato di cose devo confessare che nel considerare i fatti sin qui da me esposti sulla fine anatomia del sistema nervoso centrale, io scorgeva in essi una lacuna, la quale mi rendeva oltremodo peritoso ogni qualvolta io credevo necessario di mettere avanti qualche interpretazione sul significato fisiologico dei fatti medesimi.

Colle ricerche fatte in quest'ultima fase ho potuto mettere in evidenza, e su larga scala, una particolarità che mi rende più tranquillo anche circa le interpretazioni generiche suaccennate. Tali risultati ho potuto ottenerli col mutare le condizioni della ricerca, e fra i cambiamenti introdotti il più importante credo sia quello di aver adoperato per lo studio non più il midollo spinale adulto, ma quello del neonato, od anche del feto.

"Le condizioni chimiche diverse, sopratutto la mancanza od il minore sviluppo della guaina midollare avvolgente, fa sì che le mie reazioni sugli elementi nervosi siano tanto più fine, delicate ed estese, quanto più il tessuto è giovane.

- La particolarità più notevole che riguardo alle cellule che con sicurezza si possono chiamare motrici, per ciò che il loro prolungamento nervoso va a costituire una fibra delle radici anteriori, consiste semplicemente in ciò, che dallo stesso prolungamento nervoso, il più delle volte prima, molte volte anche dopo il suo ingresso nelle radici anteriori, ha origine un certo numero di fibrille tenuissime (di regola poche), le quali riflettendosi verso le parti più interne della sostanza grigia vi si suddividono complicatamente e senza determinabile confine, confondendosi colla rete nervosa di complicatissima formazione là esistente.
- "Non credo si possa dire che io attribuisca una soverchia importanza alla minuta particolarità qui accennata, e tanto meno credo che non valesse la pena di richiamare in modo così speciale la vostra attenzione, per ciò che, infine, si tratta di un dettaglio già da me descritto così per le cellule del midollo spinale in generale, come per quelle di diverse altre provincie del sistema nervoso centrale.
- E invero, è ben evidente che l'aver riscontrato che le cellule sicuramente motrici delle corna anteriori sono in rapporto bensì diretto, ma non isolato, coi nervi di moto, non soltanto ha un'importanza intrinseca per l'interpretazione di fatti d'ordine fisiologico e patologico riflettenti il midollo spinale, e su ciò mi sono in altre occasioni intrattenuto, ma ha ben anco un'importanza che si riflette sui fatti da me descritti riguardo alle altre parti del sistema nervoso centrale. Infatti, solo da ora io mi sento autorizzato a sopprimere, se non tutte, certo la massima parte delle riserve rispetto alla interpretazione del significato fisiologico dei due diversi tipi di cellule da me descritti.
- "Alla locuzione sin qui usata: le cellule del primo tipo sono in rapporto diretto, non isolato, colle fibre nervose, d'ora in avanti potrò con grande fondamento sostituire questa: le cellule nervose motrici sono colle fibre nervose, in rapporto diretto non isolato.
- "A questo punto non è superfluo il far rilevare come le altre cellule il cui prolungamento nervoso si suddivide complicatamente, possono ora, con molto maggior fondamento, essere considerate come cellule di senso".

III.

Le cellule nervose motrici, ho concluso nella precedente Nota, sono colle fibre nervose in rapporto diretto, non isolato. Questa conclusione e più precisamente l'ultima sua proposizione specificativa, risulta pienamente giustificata dal considerare che i prolungamenti nervosi destinati a direttamente trasformarsi nel cilinder axis delle fibre nervose formanti le radici anteriori (di moto) nel loro decorso entro la sostanza grigia, e talvolta quando già sono unite ai fasci radicolari orizzontalmente decorrenti attraverso i cordoni anteriori, somministrano rari filamenti, i quali rientrando o fermandosi nella sostanza grigia, vi si ramificano complicatamente, partecipando alla formazione della rete nervosa diffusa, quella rete o quell'intreccio sulla di cui complessa derivazione io mi son fermato più sopra.

Un fatto certo come questo autorizzava un'induzione fra le più fondate, e cioè

che quelle cellule gangliari centrali le quali da queste che sono in diretto rapporto colle fibre nervose di moto si differenziano per ciò che il loro prolungamento nervoso, indefinitamente decomponendosi, perde la propria individualità, passando *in toto* nella rete nervosa diffusa, cellule che per tal fatto solo indirettamente possono mettersi in rapporto colle fibre nervose, siano le cellule di natura sensoria.

Sebbene dalle precedenti osservazioni sul modo di comportarsi di una categoria di fibre nervose, quell'induzione acquistasse la maggiore verosimiglianza, tuttavia l'argomentazione a me non parve appieno soddisfacente, fino a quando mi fu dato di fare un patente riscontro del diverso modo di comportarsi delle radici di senso e delle radici di moto al loro ingresso nella sostanza grigia. Dopo siffatta verifica, e all'uopo come già dissi, mi hanno particolarmente giovato i midolli fetali e di neonati, tal fatto istologico divenne il perno del mio ragionamento sulla possibile distinzione anatomica tra le cellule e fibre di senso e le cellule e fibre di moto.

Questi studî, che da anni io vado svolgendo con abbondanza di dettagli nelle mie lezioni istologiche del tessuto nervoso, vennero da me brevissimamente compendiate in una fra le mie note alla traduzione italiana, fatta dal dott. A. Monti, degli *Elementi di Istologia* dello Schenk (1).

Anche questa Nota credo meriti di essero integralmente riprodotta:

- ".... Esistono due modi d'origine delle fibre nervose cioè:
- " 1º Un'origine diretta, però con rapporti laterali, rappresentata dalla connessione del prolungamento nervoso delle cellule del primo tipo colle fibre della prima categoria.
- " 2º Un'origine indiretta, rappresentata dalla connessione delle suddivisioni del cilinder axis delle fibre della seconda categoria colla rete diffusa, di formazione complessa, alla cui genesi hanno parte prevalente le suddivisioni totali dei prolungamenti nervosi delle cellule del secondo tipo.
- "Si presenta ora il quesito se le due categorie di cellule e di fibre morfologicamente differenti (s'intende che quanto alle cellule, la differenza riguarda solo il loro prolungamento nervoso) corrispondano a differenze funzionali, e precisamente se abbiano rapporto colla nota distinzione delle funzioni motrici e delle funzioni sensitive.
- "Se nel sistema nervoso centrale fossero conosciute delle regioni aventi funzione esclusivamente di senso od esclusivamente di moto, avremmo una base abbastanza sicura, per poter risolvere tale quesito; ma siccome di tali regioni a funzione esclusiva non se ne hanno, giacchè perfino riguardo alla sostanza grigia del midollo spinale la nota delimitazione di zona di moto e zona di senso non ha valore assoluto, così noi dobbiamo cercare altra via per risolvere il problema propostoci. Tale via ne è offerta dalle tipiche differenze tra le radici anteriori e le radici posteriori; s'intende differenze nel modo di comportarsi dei singoli loro elementi costitutivi. Alle funzioni fondamentalmente diverse dei due ordini di radici spinali, corrispondono altrettanto tipiche differenze morfologiche. Queste sono così spiccate che dallo studio dell'origine di una sola fibra radicolare si potrebbe con sicurezza dire se trattisi di una
- (1) Dott. S. L. Schenk, *Elementi di istologia dell'uomo*. Traduzione del dott. Achille Monti con note originali del prof. Camillo Golgi: editore Vallardi, Milano 1889, pag. 96 (nota dalla pag. 92 alla pag. 97).

fibra di senso, oppure di moto: le radici anteriori (motrici) constano interamente di fibre, che si comportano come quelle che designammo quali fibre del primo tipo (cioè che vanno a mettersi direttamente in rapporto colle cellule nervose, trasformandosi nel rispettivo prolungamento nervoso e somministrando nell'andamento soltanto poche fibrille laterali). Le radici posteriori (sensitive) constano esclusivamente di fibre comportantisi come quelle che ascrivemmo al secondo tipo (il cui cilinder axis, entrando nella sostanza grigia, si suddivide complicatamente, onde partecipare alla formazione della rete nervosa diffusa).

- " Questo semplice reperto dà sufficiente fondamento all'*ipotesi*, che le differenze morfologiche accennate corrispondano a differenze funzionali, e cioè che le cellule del primo tipo debbano considerarsi come di natura motoria (*psicomotoria* le corrispondenti forme della corteccia cerebrale) e quelle del secondo tipo come di natura sensitiva (*psicosensitiva* le corrispondenti forme della corteccia cerebrale).
- "Tale ipotesi è convalidata dal fatto, più volte notato, che mentre nelle corna anteriori le cellule nervose appartengono in prevalenza al primo tipo e il loro prolungamento nervoso, che dà luogo a scarse fibrille secondarie, può essere accompagnato fino entro le radici anteriori (nei feti anche per lungo tratto fuori dal midollo spinale, in mezzo ai tessuti) nelle corna posteriori, invece, le cellule, che vi sono disseminate, appartengono in prevalenza al secondo tipo.

IV.

In una delle precedenti Note (v. conclusione 9^a a p. 4) ho affermato che nello studio delle cellule gangliari del midollo spinale, ciò che più importa per poter giudicare del loro significato funzionale « è la determinazione del contegno e andamento dei prolungamenti nervosi rispettivi ». Dopo aver corroborato quest'affermazione con esempî, ho aggiunto che per molte irregolarità che sotto questo rapporto si verificano, essendovi tuttora l'impossibilità di formulare delle leggi generali o degli schemi non ipotetici, e di fare una suddivisione delle cellule nervose in gruppi (in relazione colla destinazione del loro prolungamento nervoso colla supponibile loro funzione), così era necessità, per allora, accontentarci di tener conto del maggior numero possibile di casi speciali colla speranza che questi, coordinati con altri di ulteriore determinazione, potessero servire di base per comprendere le leggi che per gli intendimenti della fisiologia importerebbe di poter formulare.

Seguendo quest'intendimento, in quella Nota ho raccolto una serie di dati anche sull'andamento, destinazione e rapporti del prolungamento nervoso. Mentre ancora mi riferisco a quella esposizione (pag. 4), stimo opportuno qui riprodurre, perchè includente il maggior numero di dati finora da me raccolti, anche la Nota che su questo speciale argomento figura a pag. 213 dei miei studî Sulla fine anatomia degli organi centrali del sistema nervoso (editore U. Hoepli, Milano 1885).

"Riguardo alla distribuzione delle cellule motrici nella sostanza grigia del midollo spinale, devo far rilevare che sarebbe errore il voler metter la sede quale criterio principale pel giudizio relativo alla funzione. È vero che le cellule situate

nelle corna anteriori con notevole prevalenza sono di natura motoria, perchè il maggior numero invia il prolungamento funzionale nelle radici anteriori. Però, come assolutamente non può dirsi che tutte le cellule delle corna anteriori mettansi in rapporto colle radici nervose corrispondenti, così non è vero siano esclusivamente le cellule più o meno rigorosamente appartenenti alle corna anteriori che mettonsi in diretto rapporto colle radici anteriori.

- « Io posso assicurare che cellule invianti il loro prolungamento nervoso nelle radici anteriori (di moto) se ne riscontrano in ogni punto dell'ambito della sostanza grigia e cioè:
 - 4 1º Nelle corna anteriori, ove sono certamente in prevalenza.
- " 2º Nella zona di sostanza grigia che chiamerò intermedia, cioè situata nell'area compresa fra i cordoni laterali ed il canal centrale, formando una zona intermedia fra le corna anteriori e le posteriori.
- « 3º Nelle corna posteriori, fatta eccezione dell'orlo posteriore, quell'orlo, cioè, che forma la così detta sostanza gelatinosa di Rolando. In quest'ultima zona finora io non sono riuscito a vedere che cellule il cui prolungamento nervoso si suddivide in modo estremamente complicato.
- "Circa il contegno del prolungamento funzionale delle cellule nervose del midollo spinale, credo importi venga pure notata l'esistenza di un cospicuo numero di tali elementi, i quali inviano detto prolungamento (sempre suddividentesi in modo più o meno complicato) direttamente nei cordoni laterali e in tutto il dominio dei medesimi, cioè tanto nella zona mediana (cordoni laterali propriamente detti), quanto nelle zone di passaggio ai cordoni anteriori e posteriori (cordoni antero- e postero-laterali). Sebbene tali cellule si trovino in prevalenza nella zona di sostanza grigia che corrisponde alla porzione mediana dei cordoni laterali, tuttavia non può dirsi esse formino uno speciale gruppo, a sede ben determinata. Infatti, cellule con prolungamento nervoso avente l'accennata distinazione, se ne riscontrano, non soltanto in detta zona di mezzo, ma ben anco nelle corna anteriori e nelle corna posteriori (con tutte le zone di passaggio). Appartengono pure a cellule situate in tutte le qui accennate località (corna anteriori, corna posteriori, zona intermedia), i prolungamenti nervosi che, attraversando la commessura anteriore, da un lato del midollo spinale passano al lato opposto ".

V.

Non a scopo di rivendicazione, ma per solo desiderio di meglio richiamare l'attenzione degli anatomici sopra osservazioni che parmi dovrebbero essere ulteriormente sviluppate e completate, e anche perchè mi son prefisso di qui riassumere i miei studî riguardanti il midollo spinale, voglio pur riportare quel frammento del mio lavoro sulla fine anatomia degli organi del sistema nervoso, nel quale dopo avere estesamente trattate le questioni generali riguardanti la nevroglia (morfologia, chimica, embriologia) ed averne fatto una particolareggiata descrizione così pel midollo spinale come per le altre parti del sistema nervoso centrale, espongo alcune mie osservazioni sul-

l'epitelio del canal centrale del midollo spinale degli embrioni (Studi sulla fine anatomia degli organi centrali del sistema nervoso p. 178) (1).

- "Convinto che nell'embriogenesi degli organi centrali nervosi ancora sia racchiusa la chiave per la soluzione di molti fra i quesiti, che nel corso di questa esposizione vennero accennati e che altamente interessano la fisiologia, giudicai indispensabile seguire anche quest'altra via d'indagine, valendomi, coi criterî da me acquistati, dei metodi che tanto vantaggio ne hanno dato nelle ricerche puramente istologiche. Fino ad ora il materiale per questo studio riguardo al sistema nervoso mi venne quasi esclusivamente fornito dall'embrione di pollo. E in proposito sembrami non del tutto superflo osservare, che il solo titolo per questa preferenza è stato quello della facilità di poter avere il materiale di studio in tutte le volute fasi di sviluppo, non escluso la primissima, mentre il trovare l'abbondante materiale, rappresentato da embrioni umani e di altri mammiferi, necessario pei ripetuti tentativi richiesti per ottenere la reazione, a me riesce cosa oltremodo difficile.
- "Riferendomi, per ora, in modo esclusivo alla limitatissima questione toccata in questo capitolo, quella dell'origine della nevroglia, ed anche su questo argomento limitandomi ad un cenno sommario, posso dichiarare che i risultati sin qui ottenuti sono tali, per cui mi credo autorizzato ad ammettere senz'altro che lo stroma interstiziale dei centri nervosi, appartenga ai tessuti che riconoscono la loro origine dal foglietto esterno o corneo. L'esposizione analitica delle mie osservazioni, devo necessariamente rimandarla ad altro lavoro, al quale mi accingerò dopo aver meglio completate le osservazioni anche coll'estenderle ad altre classi di animali. Per altro sin d'ora voglio mettere in nota una particolarità di organizzazione, la quale, per sè, vale a risolvere almeno una parte delle questioni sulla origine e natura della nevroglia.
- "L'epitelio del canal centrale ha una partecipazione diretta e considerevole, molto maggiore di quanto le osservazioni sinora fatte avrebbero permesso di credere, alla formazione della sostanza interstiziale del midollo spinale, in ogni sua parte (non soltanto della sostanza grigia, in tutta la sua estensione, ma anche della sostanza bianca, così dei cordoni anteriori e laterali, come dei cordoni posteriori) cioè dal canal centrale fino al suo estremo confine, immediatamente al disotto della pia madre.
- La dimostrazione di questo fatto, coi dettagli che vi si riferiscono, può facilmente essere ottenuta sottoponendo gli embrioni di pulcino (a 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12 giorni di covatura, cioè anche quando nel midollo spinale possono dirsi completamente formate tutte le parti che le costituiscono) al mio metodo dell'azione combinata del bicromato e nitrato d'argento.
- "Allorchè il processo è applicato nell'opportuno periodo di indurimento (v. il capitolo esclusivamente dedicato ai metodi di ricerca), la reazione può essere in metodo elettiva ottenuta sull'epitelio che riveste il canal centrale; in siffatte condizioni accade che le singole cellule epiteliari cilindriche del canale medesimo, assumano

⁽¹) Se delle osservazioni alle quali ora accenno non venne tenuto conto da Falzacappa (che pure s'occupò dello stesso argomento), esse sono state invece giustamente considerate da Ramon y Cajal e da Kölliker.

una netta colorazione o nera, o bruno-caffe, identica a quella che, collo stesso procedimento, suole essere presentata dalle cellule della nevroglia. Si può allora a colpo d'occhio rilevare, anche coi più deboli ingrandimenti, che le cellule cilindriche hanno un contegno molto diverso da quello che suole essere descritto, vale a dire non si perdono già, a maggiore o minore distanza, entro la circostante sostanza grigia, ma attraversano radialmente tutto il piano di sezione del midollo spinale, spingendosi fino all'estremo orlo periferico dell'organo medesimo, verso la pia madre. Qui le estremità filiformi delle singole cellule cilindriche terminato formando, ora un rigonfiamento conico, ora una tenue espansione, colla quale detti filamenti si inseriscono od alla pia, od alle pareti dei vasi là esistenti. In questo lungo tragitto, i più o meno robusti fili rappresentanti la continuazione periferica del corpo delle singole cellule epiteliari, in generale presentano delle ramificazioni, e queste talora sono scarse, più di frequente sono numerose e complicate. Alla loro volta poi le secondarie ramificazioni, in parte arrivano fino alla periferia del midollo, ivi terminando nel modo accennato, in parte si perdono nel tragitto, senza che se ne possa precisare il modo, in parte ancora si inseriscono alle pareti dei vasi. Da questo insieme, nei preparati nei quali la reazione sia diffusamente riescita, risulta un'elegante e fitta irradiazione di fibre, che, da tutto il contorno del canal centrale, s'estende fino a tutta la periferia del midollo, così in certo modo risultandone una continuità di tessuto dal centro alla periferia dell'organo medesimo.

"Per siffatta descrizione appare ad evidenza che la parte epitelica del midollo spinale, incontestabilmente derivante dal foglietto esterno, ha una parte diretta nella formazione del tessuto interposto agli elementi nervosi (nevroglia). Per qual serie di dati embriologici, chimici ed istologici io mi creda autorizzato ad assimilare all'epitelio anche le cellule della nevroglia propriamente dette, lo esporrò, come dissi, in altro lavoro ".

VI.

Nella precedente esposizione descrittiva di fatti istologici, e più particolarmente nella Nota comunicata nel 1880 al Congresso freniatrico italiano, trovasi in modo chiaro ed esplicito descritto, rilevandosene con insistenza l'importanza, l'invio di fibrille fatto dalle fibre dei varî cordoni di sostanza bianca (anteriori, laterali e posteriori), fibrille che, penetrando nella sostanza grigia minutamente vi si ramificano, onde partecipare alla formazione del complicato e fine intreccio nervoso ivi esistente. E nel fare le più ovvie considerazioni sul significato delle diverse particolarità morfologiche, lo stesso fatto venne pure in modo speciale commentato.

Malgrado tutto questo, la ramificazione delle fibre nervose del midollo spinale viene ora di nuovo — però solo per talune categorie di esse — descritta quale fatto nuovo e come tale commentata anche nei riguardi della fisiologia!

Ebbene, come ho creduto necessario riprodurre testualmente la descrizione delle particolarità istologiche già da tanto tempo da me fatta, così credo anche opportuno riportare almeno qualche brano di altro lavoro nel quale, tentando di interpretare giu-

stamente i dati istologici, volli discutere, e chiarire quale posizione, in base alle nuove conoscenze, potesse prendere l'anatomia rispetto alla controversia che, dopo le classiche ricerche sperimentali di Fritsch, Hitzig, Ferrier, Munch, Luciani, Tamburini ecc. per tanto tempo fu l'argomento della più vivace discussione (nè ha cessato di esserlo) tra fisiologi e patologi: la questione delle localizzazioni cerebrali.

Portata la questione sul terreno anatomico, a me parve necessario porre il quesito quali dovessero essere le condizioni istomorfologiche che, a *priorî*, si dovrebbero supporre perchè sia lecito dire che l'anatomia appoggia, incondizionatamente e con dati proprî, la *dottrina delle localizzazioni*, nella forma precisa colla quale era annunciata, ed è pur da molti sostenuta.

Queste ipotetiche condizioni le dissi rappresentate:

- 1º Da particolarità di struttura delle varie parti del sistema nervoso centrale, particolarità facenti riscontro colla specialità di funzione delle parti medesime.
- 2º Dall'andamento isolato delle fibre nervose degli organi destinati a ricevere le impressioni direttamente dal mondo esterno, alle singole corrispondenti zone centrali.
- 3º Da una più o meno precisa materiale delimitazione, o linea di demarcazione, delle diverse regioni destinate alla eccitazione volitiva dei singoli determinati gruppi muscolari, oppure alla percezione delle varie impressioni di senso derivanti dalla periferia.

Sul primo punto, in base alle speciali mie ricerche comparative sulla fina organizzazione di quelle circonvoluzioni, che, per essere deputate a funzioni fondamentalmente diverse, lascierebbero supporre in esse, come di fatto è stato detto, una diversa costituzione istologica, io mi sono decisamente pronunciato per la non esistenza di quella condizione, avendo io riconosciuto in quelle circonvoluzioni un'organizzazione essenzialmente identica. Concludevo anzi dichiarando che la specificità di funzione delle varie zone cerebrali devesi ritenere determinata, non da una specificità di anatomica organizzazione di quelle parti, bensì dalle specificità degli organi ai quali perifericamente le fibre nervose vanno a metter capo, o dai quali hanno origine, e aggiungevo che i dati istologici parlano contro la rigorosa separazione di sede delle due funzioni fondamentali - senso e moto - che ascriviamo al sistema nervoso centrale, autorizzando a credere, invece, che, quanto alla sede anatomica, le funzioni sensoria e motrice, o psicomotoria o psicosensitiva sieno strettamente fra loro collegate, anzi compenetrate. Ciò io asseriva, naturalmente senza escludere che, in relazione coi rapporti periferici, le varie provincie centrali abbiano funzione prevalente nell'uno o nell'altro senso.

Riservandomi di dimostrare, come ho fatto di poi, l'insussistenza anche della terza condizione, riguardo alla seconda « decorso isolato delle fibre nervose, ecc. » io mi son trovato nella necessità di appoggiarmi ancora sui risultati delle personali mie ricerche intorno al modo di comportarsi delle fibre nervose nel loro decorso entro gli organi centrali. E poichè il fatto, da me posto in evidenza, del continuato invio di fibrille secondarie da parte delle fibre nervose spinali nel loro decorso ascendente od orizzontale, fatto che stava a prova de' rapporti complicatissimi che ciascuna fibra nervosa spinale, o d'altre provincie del sistema nervoso, deve incontrare anche con parti fra loro molto

lontane, così il fatto medesimo divenne necessariamente il perno delle mie argomentazioni.

La discussione allora da me fatta, parmi abbia ora più che mai carattere d'attualità, per ciò anche la riproduzione di quel frammento di mio lavoro che contiene tale discussione, mi sembra ora non inopportuna:

- ... "Se nelle circonvoluzioni cerebrali non esistono dimostrabili differenze di anatomica organizzazione corrispondenti alle differenze funzionali, esiste almeno la seconda fra le condizioni che giudicammo necessarie perchè si possa accettare, nel senso rigoroso che le si volle attribuire, la dottrina delle localizzazioni: andamento isolato delle fibre nervose dagli organi destinati a ricevere le impressioni direttamente dal mondo esterno alle singoli corrispondenti aree corticali, e, viceversa, dalla loro origine centrale alla periferica terminazione?
- « Questo, dell'andamento delle fibre nervose e del loro modo di comportarsi nei rispettivi organi centrali d'origine fino alla periferia e viceversa, è tuttora fra gli argomenti più oscuri e che oppongono al ricercatore difficoltà gravissime, forse in parte insuperabili, per vincere le quali, l'anatomia s'è alleata colla patologia sperimentale, e coll'anatomia patologica.
- « E pari alla difficoltà è l'importanza del medesimo; anzi è forse appunto nella determinazione delle vie seguite dagli organi che rappresentano il mezzo di trasmissione centripeta e centrifuga dell'eccitazione nervosa, e delle vicende che lungo tali vie si presentano, che probabilmente trovasi la chiave per la più larga possibile comprensione della centrale localizzazione delle funzioni e dei rapporti che esistono fra i diversi centri funzionali.
- "Ma se anche intorno a questo argomento è impossibile il formulare delle precise risposte, non è meno vero, però, che ora vennero a nostra conoscenza alcuni fatti i quali, sebbene staccati, possono fornire all'anatomia un sufficiente appoggio per esprimere alcuni giudizî, i quali, appunto perchè appoggiati a precisi reperti, non sono meno autorevoli per ciò che contraddicono talune dottrine fisiologiche generalmente accettate.
- "Ricorderò alcuni di codesti reperti, togliendoli dai particolari miei studî sulle diverse parti del sistema nervoso; essi specialmente si riferiscono al contegno delle fibre nervose centrali, e, più particolarmente ancora, al modo con cui esse mettonsi in rapporto colle cellule gangliari, od hanno da queste origine.
- " 1º Per una delle due categorie di fibre nervose centrali da noi distinte, assolutamente è escluso che esse mettansi in rapporti diretti, individuali, con corrispondenti individualità cellulari; il rapporto fra questa categoria di fibre e le cellule gangliari si effettua indirettamente, cioè coll'intromissione di una rete, di formazione assai complicata, riguardo alla quale non è possibile lo stabilire limiti di sorta.
- 2º Riguardo alla seconda categoria di fibre nervose, ammettiamo siano in comunicazione diretta colle cellule gangliari, ma assolutamente dobbiamo escludere che tale comunicazione sia *isolata*. Il rapporto, sebbene diretto, non è isolato, perchè, entro la sostanza grigia, il filo, che è, in pari tempo, prolungamento nervoso di cellula gangliare e cilinder axis di una fibra midollare, mediante una quantità più o meno grande di fibrille laterali, mettesi in rapporto colla rete diffusa testè ricordata.

- a 3° Le fibre nervose in generale, non soltanto non si trovano in individuali isolati rapporti con corrispondenti individualità di cellule gangliari e sono invece in rapporto con estesi gruppi di queste; ma si verifica anche il fatto opposto, (il che del resto è una necessaria conseguenza di quanto precede), vale a dire ogni cellula gangliare dei centri può essere di connessione con parecchie fibre nervose; tal connessione, anzi, può aver luogo con fibre nervose aventi destinazione e, verosimilmente, funzioni affatto diverse.
- « 4° Le fibre nervose già appartenenti a fasci che hanno direzione e destinazione ben determinata, non presentano punto decorso indipendente ed isolato, ma col mezzo di fibrille, che di tratto in tratto da esse emanano e che s'internano nei vicini strati di sostanza grigia, evidentemente presentano complicati rapporti anatomici e, conseguentemente, anche funzionali. Fra i diversi esempî in proposito da me raccolti (fibre del midollo spinale, del midollo allungato, dei peduncoli cerebrali e del nucleo midollare del cervelletto, ecc.) parmi abbiano speciale importanza, quelli relativi alle fibre nervose dei diversi cordoni midollari, compresi i cordoni anteriori, del midollo spinale. Nei pezzi trattati col metodo della colorazione nera, e ovvio il verificare che le fibre nervose, verticalmente decorrenti, somministrano di tratto in tratto delle fibrille, le quali penetrano orizzontalmente nella sostanza grigia, ove si suddividono in modo più o meno complicato. Nel midollo spinale è pure abbastanza facile il trovare casi di cellule nervose dell'una e dell'altra zona di sostanza grigia di quest'organo (tanto corna anteriori, quanto corni posteriori), le quali, col mezzo del rispettivo prolungamento nervoso somministrante fibrille dirette in vario senso, mettonsi in rapporto coi diversi cordoni midollari; non sono esclusi i casi di cellule gangliari che contemporaneamente trovansi in rapporto coi cordoni anteriori e coi cordoni laterali e posteriori.
- "Se ora prendiamo in considerazione l'insieme dei fatti istologici che abbiamo riassunto, parmi si possa con sicurezza asserire, che negli organi nervosi centrali, le fibre nervose, anzichè mantenere un'andamento indipendente ed isolato, offrono invece la caratteristica di presentare molteplicità di rapporti colle cellule gangliari.

Certamente codesta molteplicità di rapporti esiste, per legge generale, riguardo alle fibre nervose destinate a ciascuno dei singoli strati di sostanza grigia (corteccia delle circonvoluzioni cerebrali o cerebellari, sostanza grigia del midollo, dei corpi striati ecc.) rispetto alle cellule gangliari dei medesimi strati, e ciò ben anco rispetto a gruppi cellulari che stanno a molta distanza gli uni dagli altri; molto probabilmente, poi la stessa molteplicità di rapporti di una medesima fibra nervosa, considerata dopo il suo ingresso nei centri, ha luogo anche riguardo a gruppi cellulari appartenenti a diverse provincie; p. es. midollo spinale, midollo allungato, così detti nuclei della base, corteccia delle circonvoluzioni. Le complicate connessioni s'effettuerebbero per mezzo di successive ramificazioni della fibra principale. Qualora, per esempio, si prendesse in considerazione una fibra nervosa decorrente nei cordoni midollari del midollo spinale, potremmo con fondamento supporre che, innanzi tutto, mediante fibrille emananti durante il suo decorso verticale entro gli stessi cordoni, essa offra moltiplicità di rapporti colle cellule gangliari del midollo; che, successivamente, nella continuazione del decorso verticale, mediante altre fibre secondarie, contragga di nuovo altri rapporti colle cellule di questo o quel nucleo grigio del midollo allungato; che altrettanto avvenga rispetto ai nuclei grigi della base del cervello, e che, da ultimo, unendosi ai fasci della corona radiata, contragga pure complicati rapporti con varì gruppi cellulari di una o di diverse aree corticali. Codesti rapporti, anzi, siamo ormai autorizzati a considerarli non più come ipotesi, ma quali fatti dimostrati.

Più strettamente riferendoci alla quistione delle localizzazioni, dal descritto contegno delle fibre nervose dobbiamo argomentare essere assolutamente inammissibile l'esistenza di esattamente delimitate aree di distribuzione centrale di esse; doversi al più ammettere dei territorî di prevalente o più diretta distribuzione, coi quali territorî, conseguentemente, le fibre nervose derivanti dalla periferia o dirette verso questa, avrebbero una connessione più intima e più diretta che non con altre parti, immediatamente circostanti ed anche lontane, le quali sarebbero pure in connessione colle stesse fibre, ma in maniera meno diretta e meno intima. È superfluo il dire che parlando di territorî di prevalente distribuzione, si sottintende che essi, con graduale passaggio, si confondono con altri vicini, nei quali vanno con prevalenza a distribuirsi altri sistemi di fibre.

Ciò ritenuto dal punto di vista anatomico, con altrettanto fondamento potremo negare l'esistenza di esattamente circoscritte aree nei rapporti funzionali, e massime nel senso della dottrina localizzatrice, quale venne sostenuta da Hitzig ed anche da Ferrier; sotto questo rapporto, in armonia coi dati istologici, al più, saremo autorizzati ad ammettere delle vie prevalenti od elettive di trasmissione, e delle provincie, a confini indeterminati, le quali, comechè prevalentemente od elettivamente eccitate, così prevalentamente reagiscono, in senso corrispondente alle succedentisi eccitazioni.

Coll'appoggio delle nozioni precedentemente esposte, ne riescirà ora abbastanza facile lo spiegare alcuni dei dati fondamentali della dottrina delle localizzazioni, i quali, come abbiamo veduto, fra gli sperimentatori sono stati causa di lunghe discussioni. Anche qui, però, ci limiteremo a tener conto delle questioni relative alla scomparsa, per compensazione (che ha luogo più o meno rapidamente dopo l'operazione), dei fenomeni paralitici o dei disordini di senso consecutivi alla distruzione delle diverse aree corticali.

- "Abbiamo visto come a proposito di tale compensazione, da alcuni siasi parlato di funzione accresciuta dalle sezioni simmetriche dell'opposto lato, da altri di sostituzione funzionale delle parti più vicine a quelle distrutte; da altri ancora di apparenza di sostituzione funzionale, apparenza dovuta all'azione automatica dei gangli basilari ecc. E in relazione a codeste quistioni, noi abbiamo già dichiarato che la interpretazione del fatto della compensazione che meglio armonizza coi dati anatomici è quella di Luciani e di Tamburini, i quali per ispiegare la scomparsa dei fenomeni paralitici, e dei disordini di senso, parlano di sviluppo o perfezionamento od aumento funzionale di altri centri psico-motori o psico-sensori esistenti nei gangli basilari del cervello (centri psico-motori nei corpi striati; centri psico-sensori nei corpi bigemini e nei talami); senza escludere però anche l'azione dei centri del lato opposto, nè quella di porzioni di centro per caso rimaste intatte nel processo operativo.
- " Per altro nell'associarmi, da un punto di vista generale, al concetto del maggiore sviluppo od aumento funzionale di altre diverse parti del sistema nervoso centrale, io mi guarderò bene dal voler partecipare alla discussione, fatta da alcuni, se

possano esistere dei veri centri psico-motori o psico-sensori anche nei gangli basilari, oppure se l'attributo di psichico spetti esclusivamente ai cosidetti centri corticali.

- "Convinto che il significato, che noi, convenzionalmente, includiamo nella parola psiche si riferisca al lavoro complessivo delle diverse parti del sistema nervoso centrale, il quale lavoro certamente è tanto più complesso (psichico) quanto maggiore è la complicazione o lo sviluppo delle parti cooperanti, non soltanto io trovo superflua quella distinzione, ma, se considero l'azione isolata dei diversi gruppi cellulari, inclino a ritenere che fra le diverse provincie non esistano essenziali differenze.
- "Ciò posto, nell'ammettere (in relazione coll'origine delle fibre nervose) l'esistenza di centri motori tanto nella corteccia quanto nei gangli basilari, non potrei ammettere del pari che le cellule nervose della corteccia sieno di natura più elevata delle cellule dei nuclei basilari e nemmeno di quelle del midollo spinale.
- "Ritengo adunque che la compensazione delle alterazioni funzionali, che tengono dietro alla distruzione delle aree corticali, dipenda da sviluppo ed aumento di funzione di altre parti; tutto ciò però in relazione all'andamento delle fibre nervose ed ai rapporti delle medesime colle diverse parti dei centri. E invero, tenendo in vista i dati istologici da me esposti a proposito dell'andamento e del contegno delle fibre nervose, è affatto ovvio il supporre che, soppressa, ad esempio, la zona di prevalente o più diretta distribuzione centrale di una fibra nervosa, debba aumentare l'attività di altre zone, vicine o lontane, colle quali la stessa fibra trovasi pure in rapporto, ma in modo meno diretto, e che nel mentre va accentuandosi l'attività funzionale di quest'altra zona, in pari tempo altresì meglio si pronuncino anche le corrispondenti vie secondarie di trasmissione rappresentate dalle più volte menzionate fibrille secondarie successivamente inviate dalle fibre nervose nel loro decorso entro gli organi nervosi centrali.
- "Poste queste basi, ora riescirebbe còmpito non difficile il trovare una soddisfacente spiegazione di parecchi altri fatti, che, tra fisiologi e clinici, furono e sono tuttora, argomento di controversia.
- "Così, non soltanto potremmo facilmente darci ragione delle incertezze e contraddizioni che si incontrano a proposito della delimitazione dei singoli centri, ma troveremmo argomenti per sostenere essere assolutamente impossibile una precisa indicazione di confini, e anzi doversi piuttosto ammettere una parziale sovrapposizione o compenetrazione dei diversi centri; nè sarebbe difficile il trovare una spiegazione delle contraddizioni che parimenti ne si presentano a proposito dell'indicazione topografica dei punti eccitabili; lo stesso dicasi per le differenze relative al numero delle zone eccitabili; al difetto di costanza di relazione fra un movimento od un dato punto della corteccia, potendosi p. es. ottenere lo stesso movimento eccitando punti diversi, e, viceversa, potendo aver luogo diversi movimenti colla ripetuta eccitazione dello stesso punto, ecc. Infine, poste quelle basi, potremmo ancora trovare una facile spiegazione della ricomparsa di punti eccitabili qua a là, in vicinanza della cicatrice consecutiva alle estirpazione delle aree motrici prima determinate (Binswanger).
- " Mentre intorno ai punti di controversia qui accennati trovo superfluo lo spendere parole per far emergere le spiegazioni che ne verrebbero ora suggerite dai dati anatomici, sembrami che invece meriti di essere posto alquanto più in luce, come dall'in-

sieme di questa esposizione vengano forniti dei criterî per un più rigoroso e circospetto apprezzamento di alcuni fatti di spettanza della patologia sperimentale e dell'anatomia patologica.

- E generalmente ammesso che allorquando viene interrotta la continuità di un nervo periferico a conducibilità centripeta, siccome dal punto di interruzione all'origine centrale delle fibre nervose, in conseguenza dei mancati rapporti colla periferia, deve essere soppressa ogni attività funzionale, così debba pure, necessariamente, risultarne la conseguenza dell'atrofia o di un processo di degenerazione ascendente, che, incominciando dal punto leso, dopo aver interessato tutto il tronco nervoso fino alla sua emanazione dagli organi centrali, s'estenderebbe a questi, seguendo il decorso che, entro gli organi medesimi, è seguito dalle fibre nervose corrispondenti invadendo infine gli strati di sostanza grigia rappresentanti le stazioni terminali, o di partenza, di tutte le fibre interessate.
- "In base a queste supposte leggi, lo studio delle alterazioni centrali consecutive al taglio di alcuni nervi venne applicato allo studio anatomico dell'origine reale di essi.
- "Ed è così che relativamente ad alcune regioni supposte centro d'origine di taluni nervi, si credette di poter asserire che non lo sono veramente, per ciò che in esse erano mancate le alterazioni (atrofia e degenerazione) che avrebbero dovuto necessariamente verificarsi dopo il taglio di quei nervi, qualora le parti stesse fossero in realtà uno dei relativi centri d'origine ».

Viceversa poi, e su identiche basi, venne pure generalmente ammesso che alla distruzione delle diverse aree di sostanza grigia (delle circonvoluzioni o di altre parti) debba necessariamente tener dietro la degenerazione od atrofia discendente delle fibre aventi origine dalla distrutta area; corrispondentemente, la via seguita dalla degenerazione venne parimenti messa a fondamento per la conoscenza del normale decorso dei varî fasci di fibre nervose centrali, e ben anco per la determinazione dei rispettivi territorî di periferica distribuzione.

La legge generale, che, nei diversi organi e tessuti, alla cessazione della funzione debba tener dietro l'atrofia delle parti diventate inattive è certamente giusta, ed ha la sua applicazione anche agli organi nervosi, in rapporto alla specifica loro attività; ma non è altrettanto giusta l'applicazione fattane nei singoli casi.

Qualora fosse corrispondente al vero l'opinione generalmente accettata che le fibre nervose decorrono isolatamente dai rispettivi punti d'origine centrale ai corrispondenti punti di terminazione periferica, e viceversa, rappresentando esse, così, altrettante vie di isolata e diretta trasmissione centripeta e centrifuga dell'eccitazione nervosa, allora, data l'interruzione di una fibra a conducibilità centrifuga o la distruzione dell'organo destinato a sviluppare l'eccitamento centripeto, sarebbe giustamente da aspettarsi che accada o una regolare e non interrotta atrofia ascendente, fino alla sostanza grigia, nel primo caso; o un'atrofia discendente, pure regolare e non interrotta, nel secondo caso. Ma i rapporti delle cellule gangliari colle fibre nervose sono ben lontani dall'essere tanto semplici per cui si possano aspettare risultati così costanti tipici e netti. Le cellule nervose, come abbiamo veduto, possono essere in rapporto con diverse vie di trasmissione, per conseguenza, data la interruzione di una fibra che pur tragga radici d'origine da una determinata cellula, evidentemente non sarà punto necessariamente

da aspettarsi che la stessa cellula cada in atrofia o degeneri per mancata funzione, imperocchè la sua attività funzionale potrà essere mantenuta dalle altre vie di trasmissione, rispetto alle quali potrebbero non essere interrotte le relazioni. Così pure, distrutto un dato gruppo di cellule, non sarà punto necessario che tutte le fibre, che da tali cellule traggono delle radici d'origine, cadano in atrofia, per ciò che la loro funzione, quali organi di trasmissione, potrà essere mantenuta da altri gruppi cellulari, coi quali, mediante altre radici, esse possono continuare a mantenersi in relazione funzionale.

Le osservazioni qui fatte in tesi generale sul valore delle deduzioni che si vogliono trarre dagli studì intorno alle cosidette alterazioni ascendenti e discendenti, basteranno a giustificare il riserbo da me creduto necessario a proposito dei medesimi studì. Se poi vogliamo riferirci ai fatti tentativi di applicare largamente i risultati sperimentali ed anatomo-patologici, relativi alle stesse alterazioni ascendenti e discendenti, allo studio delle localizzazioni, allora troviamo che, non soltanto è necessaria la massima circospezione nell'accettare le avanzate conclusioni, ma giudichiamo di poter asserire senz'altro che le deduzioni, che da quelle osservazioni si vollero trarre, a favore e contro la dottrina delle localizzazioni, attualmente devono dirsi in grandissima parte non giustificate.

- "Fra i numerosi studî che su questo terreno ne si presentano, mi limiterò a ricordare, come esempio, quelli di Binswanger, che sono fra i più interessanti e per l'accuratezza con cui vennero condotti e per l'importanza dei fatti, di ordine diverso, da lui rilevati e posti in evidenza (¹).
- « Negli animali morti lungo tempo dopo che ad essi erano state esportate le così dette zone motrici corticali, eccitabilità delle quali zone era stata constatata prima dell'operazione mediante deboli correnti elettriche, riguardo alla degenerazione secondaria discendente dai diversi sistemi di fibre del midollo spinale, coll'osservazione microscopica più accurata, Binswanger ottenne sempre risultato negativo e del pari intatte in tutto il loro decorso, egli sempre vide anche le fibre dei fasci piramidali anteriori e dei cordoni laterali, i quali, com'è noto, secondo le ricerche di Flechsig, vanno, senza interrompersi, dal mantello cerebrale alle corna anteriori del midollo spinale. Questi risultati secondo Binswanger, rendono assai probabile che nell'accennata zona corticale del cane non debbasi ricercare il punto terminale delle fibre centrifughe; perciò gli stessi risultati sono da lui giudicati molto sfavorevoli alla dottrina di Ferrier; a suo dire, essi piuttosto dimostrerebbero, che le fibre piramidali terminano in altri punti, fino ad ora sconosciuti, della corteccia cerebrale o delle regioni più profonde del sistema nervoso centrale.
- « Possiamo noi ora ritenere giustificate le conclusioni di Binswanger? È autorizzata la deduzione che la mancante degenerazione discendente delle fibre del midollo e di quelle dei cordoni piramidali dimostri che l'origine di tali fibre non può esistere nella

⁽¹⁾ Binswanger, Experimentelle Beiträge zur Physiologie der Groshirnrinde. Cent. f. Nerv. Psych. und Gericht. Psychopat. 1880. — Binswanger, Ueber die Beziehungen der sogenanten motorischen Rindenzone zu den Pyramidenbahnen. Arch. f. Psych. u. Nervenk. vol. XI, 1881.

zona corticale, che, prima della distruzione, eransi dimostrate eccitabili sotto l'influenza della corrente elettrica?

- "È superfluo dire che a queste domande noi dobbiamo rispondere negativamente.
- Le deduzioni di Binswanger sarebbero fondate qualora fosse dimostrato che le fibre decorrenti nei cordoni anteriori e laterali del midollo spinale e nei fasci piramidali sono in esclusivo, diretto ed isolato rapporto colle cellule gangliari delle zone motrici esportate, ma ciò, come abbiamo veduto, assolutamente non è; noi, anzi, dobbiamo ritenere che quelle fibre abbiano rapporti più o meno diretti anche con altri centri. Ora, dato il caso della distruzione di uno di questi centri, fosse pure il principale, non c'è ragione perchè si possa ritenere soppressa l'attività delle fibre in discorso, e che conseguentemente in esse, debba, per necessità assoluta, verificarsi atrofia e degenerazione. Mantenendosi le fibre dei fasci piramidali in rapporto con altri centri, nei quali può anzi aver luogo un aumento di attività, e, per conseguenza, essendo mantenuta la loro attività conduttrice, non vi sarà ragione perchè si debbano verificare le presupposte alterazioni discendenti. Dove e per qual'estensione queste alterazioni debbano manifestarsi, non è argomento che possa ora venire discusso con sufficiente fondamento.
- "Vogliamo qui, per ultimo, mettere in nota un altro corollario, che direttamente riguarda la fisiologia e che emerge dai fatti che siamo venuti rammentando a proposito dell'andamento e contegno delle fibre nervose. Eccolo: riguardo al modo d'agire dei diversi strati grigi dei centri, le particolarità di anatomica organizzazione che dalle ultime ricerche vennero fatte conoscere, ne autorizzano ad ammettere che in essi ha luogo, non già un'azione individuale, isolata, delle singole cellule nervose, ma bensì un'azione d'insieme, di estesi gruppi e fors'anche un'azione d'insieme, o concorrenza d'azione, di gruppi cellulari appartenenti a zone diverse. E da questo corollario altro ne emerge il quale include una restrizione ed una nota legge fisiologica. Siffatto corollario venne già da me, in altra occasione, formulato come segue: "Alla così detta legge della isolata trasmissione, in quanto si vuole applicarla al modo di funzionare delle cellule gangliari e fibre nervose degli organi centrali, ora è tolta ogni base anatomica". È superfluo il dire che codesto nuovo corollario assolutamente per nulla riguarda la stessa legge nella sua applicazione al modo di funzionare delle fibre nervose periferiche".

NOTE BIBLIOGRAFICHE

Studi Istologici sul Midollo Spinale. Comunicazione fatta al III congresso freniatrico italiano tenuto in Reggio Emilia nel settembre 1880. Rendiconti del detto congresso e Archivio italiano per le malattie nervose ecc. Fasc. 1º, anno 18º, 1881.

Sulla origine centrale dei nervi. Comunicazione fatta alla Sezione anatomica del IX congresso medico tenutosi in Genova nel settembre 1880. Atti del congresso medesimo e Giornale Internazionale delle Scienze Mediche, anno III, 1881. — Parte 2ª: Ricerche intorno al Midollo Spinale.

La Cellula Nervosa Motrice. Comunicazione letta al IV congresso della Società freniatrica italiana tenuto in Voghera nel settembre 1883. Atti di questo congresso, Milano, Tipografia Fratelli Richiedei, 1884. Archivio Italiano per le malattie nervose, anno 21°.

Studî sulla fina Anatomia degli Organi Centrali del Sistema Nervoso, editore Hoepli, Milano 1885-86. Rivista sperimentale di Freniatria. Volumi pubblicati nel 1883 e 1884.

Una Parola dell'Anatomia a proposito di una questione di Fisiologia e Clinica. Gazzetta degli Ospedali, 1882, Milano.

Considérations Anatomiques sur la doctrine des localisations cérébrales. Archives Italiennes de Biologie, tom. II, 1882, Hermann Loescher.

Note agli Elementi di Istologia Normale dell'Uomo del prof. S. L. Schenk. Traduzione italiana del D^r. Achille Monti, editore F. Vallardi, Milano 1889 (Nota al Capitolo « Cellule gangleari » da pag. 92 a pag. 97).

Sulle prime fasi di sviluppo dei Teleostei (1). Memoria del dott. ROMEO FUSARI.

(Con tre tavole)

Fra le pubblicazioni concernenti lo studio embriologico dei Teleostei, che sono apparse dal tempo di Rusconi fino a questi ultimi anni, i lavori i quali si interessano dei primi stadî di sviluppo sono così numerosi, che sarebbe se non malagevole almeno soverchiamente lungo il farne una rivista per quanto rapida. Basterà per averne un'idea il gettare uno sguardo sull'indice bibliografico, che fa seguito a questo mio studio, per quanto esso stesso sia ben lungi dall'essere completo.

Con tutto questo i punti rimasti ancora oscuri o controversi non sono pochi. Per citarne alcuni dirò come già sulle prime fasi della segmentazione abbiamo scarse osservazioni ed anche queste non concordi; inoltre incontriamo una viva fonte di discussioni nella teoria posta da His sul parablasta. Infatti le opinioni circa l'origine dei così detti nuclei liberi che appaiono sotto al blastoderma sono le più contradittorie, come pure variano le vedute circa alla parte che essi rappresentano nella formazione dell'embrione. Più innanzi troviamo ancora altri argomenti di controversia: così si discute circa al modo con cui l'embrione si forma, e le opinioni che si hanno sull'origine del mesoderma e dell'entoderma sono le più disparate che sia possibile. La formazione del tubo digerente, l'origine precisa della corda dorsale, sono pure altrettanti punti che meritano una maggior delucidazione.

Vero è però che mercè gli ultimi lavori apparsi di Agassiz e Whitmann, Wenchenbach, Kowalewsky, Ziegler e List su parecchi punti di fondamentale importanza si è venuto ad un certo accordo, ciò non di meno non mancano anche in questi le contraddizioni, sicchè ripassando tali pubblicazioni appare ancora evidente la necessità di insistere ancora su questi studi.

Dietro suggerimento dell'illustre professore Kleinenberg volli io pure mettermi su questa via, e riferisco ora i risultati delle mie ricerche ottenuti in due anni di studio, di cui uno passai nel laboratorio del professore Kleinenberg, l'altro nell'istituto anatomico diretto dal professore Zincone. Ad ambedue questi miei Maestri è mio obbligo rendere ora le più sentite grazie per i mezzi di studio posti a mia disposizione e per i preziosi consigli ricevuti. In modo speciale poi io devo essere ricono-

⁽¹⁾ Memoria presentata per il concorso Carpi alla R. Accademia dei Lincei nel dicembre 1888, e premiata nel 1890 (V. Rendiconti della R. Accademia de' Lincei, seduta del 7 giugno 1891, vol. VII, 1º sem., pag. 570.

scente al professore Kleinenberg per la pazienza e per l'amore con cui diresse i miei primi passi in quest'arduo campo dell'embriologia.

Nel laboratorio di questo mio Maestro io ho potuto avere a mia disposizione uova viventi ad ogni stadio di sviluppo ed appartenenti a diversissime specie di Teleostei. Io però, pur non avendo trascurato le altre, ho rivolto specialmente la mia attenzione sulle ova di *Cristiceps Argentatus*, piccolo pesce appartenente alla famiglia dei Blennii, il quale depone in abbondanza dal marzo all'agosto fra le alghe del porto di Messina.

Metodi di ricerca.

Numerose osservazioni vennero fatte sulle uova viventi, specialmente sulle trasparentissime uova galleggianti, ricerche che mi furono assai utili per lo studio dei fenomeni che si verificano nell'uovo durante la segmentazione e durante il distendimento del blastodisco attorno al vitello nutritivo.

Al metodo di osservazione diretta allo stato vivente mal si prestano le uova di Cristiceps, sia per il loro volume, sia perchè le medesime non sono sufficientemente trasparenti. Però ho potuto seguire sulle uova intere i primi stadî della segmentazione. Allo scopo di avere la necessaria trasparenza io procedeva così: ogni due o tre minuti trasportava alcune uova in un porta-oggetti incavato e per liquido d'aggiunta usava l'acqua di mare acidificata lievissimamente con qualche stilla di acido acetico. Per togliere poi l'inconveniente di non poter seguire al microscopio lo stesso uovo nelle successive fasi dello sviluppo, io esaminava uova uccise in tempi successivi molto ravvicinati.

Agiva nello stesso modo anche per ottenere le uova indurite. A tale scopo mi portava io stesso alla pesca con una serie di vasi numerati pieni di liquido fissatore, ed appena mi capitava di avere uova ai primi stadî di sviluppo (i diversi stadî si possono rilevare anche con una semplice lente), ogni quattro o cinque minuti ne deponeva una certa quantità in un vasetto.

Come liquido fissatore, a preferenza del liquido di Kleinenberg usato da solo, il quale rigonfiava un po gli elementi, feci uso con buon risultato dello stesso liquido aggiunto di acido cromico, nella proporzione di 9 parti del primo e di una parte di soluzione all'1 per cento del secondo. Dopo due ore circa di immersione in questo liquido io passava il materiale in alcool a 40°C, due altre ore dopo in alcool a 50°, da cui successivamente lo trasportava in alcool a 60°; poi di 12 in 12 ore lo passava in alcool sempre più forti fino ad ottenere un buon indurimento.

Non ho tralasciato di esperimentare altri metodi di fissazione, i quali vengono suggeriti dagli embriologi. Specialmente l'uso come liquido fissatore del bicloruro di mercurio in soluzione satura mi diede eccellenti risultati nelle uova già abbastanza sviluppate.

Fissato l'uovo ed ottenuto l'indurimento, restava quell'altro compito di spogliare l'uovo dalla sua capsula, ed anche di levare da esso la maggior parte del materiale deutoplasmatico, il quale altrimenti, attesa la durezza che acquista dopo il trattamento con alcool, oppone una seria difficoltà nell'ottenere sottili sezioni. Tali opera-

zioni richiedevano molta pazienza e diligenza, però io lavorando cogli aghi al microscopio semplice sull'uovo immerso per intero nell'alcool contenuto in un porta-oggetti incavato, dopo un certo numero di esercizi, riusciva ad isolare il blastoderma o l'embrione colla sicurezza di non aver leso menomamente alcuna parte del medesimo.

Il metodo di colorazione quasi esclusivo di cui ho fatto uso è quello del borocarminio alcoolico fatto agire sulla massa intera. Le sezioni in serie vennero fatte applicando il metodo di Giesbrecht, oppure quello di Schällibaum.

L'uovo di Cristiceps Argentatus.

Le uova di *Cristiceps* sono deposte fra le alghe sotto forma di nidi tubolari, il cui lume è occupato dal pesce. Esse stanno appiccicate fra di loro per mezzo di una sostanza vischiosa, densa, filamentosa, la quale aderisce in un punto della superficie della capsula formando come un peduncolo. Ogni nido è costituito da due, tre ed anche più deposizioni in epoche diverse. Infatti in esso anche ad occhio nudo si distinguono varie regioni che differiscono fra loro nell'aspetto. Con una lente semplice poi si può constatare che le uova di una stessa regione sono tutte ugualmente sviluppate, mentre le varie regioni contengono uova le quali sono ad un periodo di sviluppo che può essere assai diverso.

L'uovo maturo già deposto ha una forma sferica del diametro di un millimetro e mezzo circa, e veduto a fresco appare translucido e di un color bianco sporco.

Possiede una capsula spessa ed assai resistente, non del tutto trasparente e leggermente colorata in giallastro, del diametro di μ 85. Questa capsula appare costituita da molti strati concentrici; almeno ciò si può dedurre quando la si esamina su sezioni a forte ingrandimento, perchè allora la si vede solcata da molte strie concentriche assai sottili, strie che sono intersecate ad angolo retto dai pori-canali.

Queste striature o linee concentriche sono anche più evidenti nella capsula di altre uova. Per esempio in certe uova, trovate pure sulle alghe del porto, del diametro di millim. 2, 9, la membrana, che aveva lo spessore di μ 27,5, portava ben 24 linee nettamente separate fra di loro. His osservò pure nella capsula dell'uovo di luccio oltre la striatura radiale anche una striatura concentrica, ed Aubert trovò che questa capsula delle uova di luccio si divide nell'acqua in due strati.

L'uovo maturo non fecondato consta di un protoplasma a grosse granulazioni nel cui seno sono sparse numerose e grandi masse di materiale lecitico leggermente colorate in giallognolo. Mancava nelle uova da me osservate ogni traccia di vescicola germinativa, od almeno non seppi rinvenirla. Il tuorlo sembra si addossi immediatamente alla capsula, tanto trovasi ridotto lo spazio che d'ordinario esiste fra capsula e tuorlo. Ho trovato invece questo spazio esagerato in alcune uova galleggianti; in queste il tuorlo misurava solo la metà circa del diametro dell'intero uovo, e stava al centro dello spazio limitato dalla capsula, il rimanente interspazio era occupato da acqua. Su queste uova che non ho saputo determinare io dovrò tornare più avanti.

Giacchè sono su questo argomento mi piace di ricordare come già Rusconi (66) e De Filippi (18) si accorsero che il liquido contenuto fra la capsula (pellicola) ed il tuorlo delle uova dei Teleostei non era albumina, come altri credevano, ma acqua.

De Filippi più precisamente ritenne tale sostanza molto rassomigliante all'acqua pura, perche trattata col calore, coll'alcool e cogli acidi non perdeva la sua fluidità, nè cangiava colore.

Le uova dopo un certo tempo che sono deposte da pellucide si fanno quasi trasparenti, perchè il protoplasma ed il deutoplasma si sono separati fra di loro, però molto incompletamente. Il protoplasma si è concentrato per la maggior parte verso il polo formativo, le masse di vitello nutritivo al contrario occupano tutto il resto dell'uovo. Per la concentrazione del protoplasma al polo formativo si viene quì a costituire una specie di calotta inspessita, il germe, chiamato anche disco proligero, disco germinativo, disco polare.

Lo spessore del disco germinativo non è ben determinabile, perchè nella parte che guarda il tuorlo nutritivo vi è una zona mista di protoplasma e di deutoplasma. In questa zona il protoplasma è ancora molto abbondante verso la parte che guarda il germe, col quale va a confondersi, ma venendo verso il polo nutritivo si va rendendo sempre più scarso fino a costituire da ultimo delle sottili trabecole che sono interposte fra una massa deutoplasmatica e l'altra. Delle gocciole oleose di diverse dimensioni stanno sparse in tutta la zona.

Questo strato particolare del germe chiamato da van Bambeke (8) strato intermediario, ricevette ancora molti altri nomi, sui quali io dovrò ritornare parlando della questione del parablasta. Io serberò al medesimo il nome conferitogli da van Bambeke.

Il disco polare si estende all'incirca per un quarto della circonferenza dell'uovo, ma anche la sua grandezza non si può esattamente determinare, perchè in continuazione con esso in tutta la periferia dell'uovo esiste sotto la capsula una corteccia protoplasmatica. Questa è abbastanza potente nelle vicinanze immediate del germe col quale va a confondersi; di poi verso l'equatore dell'uovo si rende assai sottile, tanto che non è dimostrabile che su tagli veduti a mediocre ingrandimento. Anche questo protoplasma si insinua un po' tra una massa lecitica e l'altra, sicchè, tolto il tuorlo nelle uova indurite, rimane visibile una specie di tessuto trabecolare addossato alla membrana dell'uovo.

Questo rivestimento protoplasmatico dell'uovo fu diversamente considerato. Vogt (72) lo chiamò membrane vitellaire e vide la sua continuazione col germe; Lereboullet (45) invece di continuare col germe questo rivestimento, da lui detto membrane interne o fouillet muqueux, lo fa passare sotto al medesimo; Kupffer (39) corresse l'errore di Lereboullet; van Bambeke (8) ne fa una cosa sola col suo strato intermediario, e così pure [altri autori. Per Oellacher (48) questo mantello protoplasmatico, la sua Dotterhaut, forma parte del germe. Molto giustamente egli considera il disco germinativo come un rigonfiamento lentiforme della corteccia, e tutto l'uovo, esclusa la capsula, come una grande cellula, la quale contiene il tuorlo nutritivo come una cellula adiposa l'adipe. Infatti da tutti ora si considera l'uovo dei Teleostei come una semplice cellula; ciò è in armonia alle generali vedute che si hanno sulla costituzione tanto delle altre uova meroblastiche, che delle uova oloblastiche.

Mi riuscì impossibile trovare la presenza di nuclei in uova a questo stadio, cioè forse già fecondate. In un preparato però io ho potuto constatare verso la parte più

profonda del disco germinativo due vescicole o globetti molto vicini fra loro, colorati alquanto più intensamente che il protoplasma circostante. Attorno ai medesimi brevi file di granulazioni protoplasmatiche erano disposte a guisa di raggi.

Segmentazione e formazione dei nuclei nel così detto Parablasta.

Descrivendo la segmentazione io mi riferisco all'uovo di Cristiceps.

Quando appare il primo solco, il disco germinativo è più spesso di prima ed acquista una forma elissoidale. Il suo contorno continua a non avere limiti ben determinati perchè il disco passa insensibilmente nella corteccia protoplasmatica del tuorlo. L'ispessimento del disco si è operato a spese del protoplasma che nelle uova fecondate ma non segmentate sta ancora sparso fra le masse di deutoplasma. Di ciò si può persuadere confrontando i tagli della regione nutritiva di uova non segmentate, con tagli della stessa regione di uova in cui è già apparso il primo solco. Anche nell'atto stesso dello spogliare le uova dalla capsula appare evidente la differenza. In uova fecondate non segmentate, operando con diligenza, si può levare la capsula senza ledere l'integrità del tuorlo; nelle uova segmentate ciò non è più possibile, perchè, appena si leva un pezzetto di capsula in corrispondenza del polo nutritivo dell'uovo, erompe fuori dalla breccia fatta una gran quantità di granuli lecitici. Ciò evidentemente deriva da che nel primo caso questi granuli sono cementati fra loro dal protoplasma, mentre nel secondo caso questo cemento o manca totalmente, od è estremamente ridotto. Del reticolo protoplasmatico collegante le masse deutoplasmatiche resta ancora solo quella parte che sta in vicinanza allo strato intermediario.

Il primo solco è meridionale ed occupa il diametro minore del disco, il quale misura circa 40-42 centesimi di millimetro, mentre il diametro maggiore ne conta 54-56. Detto solco non è sempre ad una giusta distanza dalle estremità del diametro maggiore, molto spesso anzi si avvicina più all'una che all'altra estremità. Esso comincia dalla superficie e si approfonda poi lentamente, ma non giunge mai a tagliare per intero tutto lo spessore del germe.

Sotto al solco anche in blastodischi esaminati a piatto si può constatare che la sostanza del disco è ridotta al paraplasma (citochilema di Strasburger), essendo i grandli protoplasmatici o citosomi contratti verso il centro dei due blastomeri dove formano il citaster. Sotto lo stesso solco stanno ordinate in fila in seno al paraplasma delle goccie di una sostanza assai rifrangente di cui alcune sono assai grandi. Nei preparati a secco in luogo di queste goccie si trovano altrettanti vacuoli.

Anche List (43) nei Labridi sotto al primo solco non molto profondo potè notare una serie di grandi corpuscoli molto rifrangenti che stimò per goccie di adipe. Nei disegni dati da questo osservatore tali corpuscoli appaiono più piccoli di quelli che io ho rilevati nelle uova di *Cristiceps* (tav. I, fig. 1, 2, 3, 4). In quelle uova più grandi, trovate fra le alghe del porto, di cui ho già parlato, esistevano pure queste gocciole, ma molto più piccole. Molti altri autori parlano di vacuoli frapposti fra un blastomero e l'altro, ed Agassiz-Whitman attribuiscono ai medesimi una grande importanza nella segmentazione.

Circa l'assimetria del primo solco noto come essa è molto frequente nei Teleostei,

ed è perciò ricordata da molti ricercatori. Fra questi Prince (50) attribuisce tale fenomeno alla ineguale transferenza della sostanza del disco per la diffusione del tuorlo nutritivo nel protoplasma. In vero anche nelle uova di *Cristiceps* si trovano nella sostanza dei due blastomeri molti granuli lecitici irregolarmente distribuiti, però la presenza di tali granuli non ispiega sufficientemente la eccentricità del primo solco, perchè la stessa causa dovrebbe agire anche sul secondo solco, il quale invece ho sempre trovato nel piano mediano.

Uno o due minuti dopo la formazione del primo solco appare il secondo pure meridionale e perpendicolare al primo. Esso occupa quindi l'asse maggiore del disco, il quale ultimo nel frattempo ha modificato alquanto le sue dimensioni primitive, avendo acquistata la lunghezza massima di mill. 0,58-0,60 circa, e la larghezza di mill. 0,44-0,46. L'accrescimento ora si è fatto specialmente a spese dello strato intermediario, il quale si è alquanto ridotto nello spessore.

Nella formazione del secondo solco avvengono gli stessi fenomeni descritti per la formazione del primo; cioè si formano i due citaster fra cui si interpone il paraplasma, e lungo la direzione dei nuovi solchi compaiono delle gocciole adipose. Per lo più una grande goccia occupa il luogo di incrociamento dei due solchi (tav. I, fig. 2). Col procedere poi della segmentazione queste gocciole si fanno a mano a mano più piccole, e ad uno stadio inoltrato finiscono a scomparire totalmente. Ho potuto verificare che le goccie oleose si dispongono a file già prima che sia iniziata la formazione del solco, o per lo meno quando vi è solo l'accenno di una superficialissima ineisura.

Nello stadio successivo i solchi sono due e nella maggior parte dei miei preparati i medesimi appaiono più o meno paralleli al primo solco, e come tali infatti sono descritti anche dalla gran maggioranza degli autori che ebbero ad osservare le prime fasi della segmentazione dei Teleostei. Però io posseggo preparati nei quali i detti solchi non sono ancora completi, or bene in questi i due ultimi piani di segmentazione sebbene un po' irregolari possono tuttavia ritenersi come meridionali, cioè tagliano per metà i quattro blastomeri passando per il centro del disco, in modo che ne risultano otto cellule pressochè triangolari. Io ho disegnato nella figura 3ª della tavola I uno di cosifatti blastodischi. Ho troyato anche e non infrequentemente che due ed anche tre dei quattro blastomeri dello stadio precedente, i quali visti in blastodischi a piatto presentano una forma triangolare con una base curva alla periferia ed un apice al centro, sono divisi secondo una linea che va dall'apice alla metà della base, mentre i rimanenti ed il rimanente blastomero è diviso secondo una linea parallela al primo solco.

Queste mie osservazioni provano già quanto di frequente i solchi di questo stadio siano lungi dall'essere paralleli, ma le osservazioni che ho date non sono isolate. Già Lereboullet (44) trovò che tanto nell'Esox lucius come nella Perca la formazione di questi solchi è irregolare e varia; List fa notare che nei Labridi i solchi che si formano a ciascuna parte del primo piano di segmentazione non hanno sempre la stessa direzione di questo; Agassiz e Whitman riferiscono che in due casi i solchi che avevano dato luogo allo stadio con otto blastomeri erano regolarmente meridiani per cui ne risultava una figura ovale con simmetria radiale; che in un altro caso poi

allo stesso stadio videro un blastomero occupare il centro del blastodisco e sette essere disposti alla superficie (I, pag. 59).

Nello stadio di sedici blastomeri si ha in generale nei Teleostei una specie di scacchiera composta di quattro file di cellule disposte a quattro a quattro: per questo fatto senz'altro si ammette dagli autori che qui abbiano luogo altri due solchi, paralleli questa volta al secondo piano di segmentazione. Nel Cristiceps le immagini dei blastodischi a questo stadio presentano in generale quattro blastomeri al centro, attorno a cui sono disposti gli altri dodici a guisa di petali di un fiore (tav. I, fig. 5). In un caso ho riscontrato cinque cellule al centro ed undici alla periferia; Agassiz e Whitman dal loro canto riscontrarono due casi in cui questo stadio era prodotto da un solco concentrico al polo dell'uovo, un caso in cui vi erano sette blastomeri centrali e nove marginali; infine in un altro caso essi riscontravano cinque elementi al centro e undici alla periferia del disco.

Sezioni fatte su uova allo stadio in discorso mostrano che gli elementi i quali sono liberi alla superficie, e sui lati sono divisi fra loro dai solchi, alla base invece sono ancora riuniti mercè la striscia di protoplasma indivisa, ricca di materiale lecitico, che abbiamo chiamato strato intermediario. Agli orli il germe, o meglio gli elementi periferici del blastodisco restano anche in continuazione colla corteccia protoplasmatica del tuorlo.

Studiando le sezioni disposte in serie di alcuni di questi blastodischi, si può già presumere in qual modo si divideranno i blastomeri in una fase successiva della segmentazione. Le figure di diaster nei blastomeri periferici sono disposte obliquamente (tav. III, fig. 4) in modo che l'aster inferiore resta più all'esterno che l'aster superiore; nei blastomeri centrali i fusi nucleari o sono disposti parallelamente alla superficie del blastodisco, come ad es. quello della figura, oppure sono anch'essi un po' obbliqui. Quindi la divisione di questi blastomeri si farà secondo un piano perpendicolare alla superficie del disco, o per un piano obbliquo, ma non mai in modo da avere dei blastomeri sovrapposti perpendicolarmente gli uni agli altri.

Ed in vero esaminando tanto a piatto che in sezioni un blastodisco nello stadio successivo di 32 blastomeri, si osserva che gli elementi sono ancora tutti disposti in un solo ordine (tav. III, fig. 5). La forma del blastoderma è quella di una calotta, o di una lente piano-convessa a convessità superiore, ed ha le dimensioni di 0,60-0,62 millimetri in lunghezza, e 0,55-0,56 mill. in larghezza, vale a dire che si è fatto un po' più tondeggiante di prima. I trentadue elementi sono ordinati in modo che nella maggior parte delle volte sedici ne limitano la periferia, e sedici ne stanno al centro (tav. I, fig. 6).

Blastodischi a questo stadio studiati su sezioni, mostrano un fatto nuovo, cioè che gli elementi che stanno alla periferia sono ancora in connessione per la loro base colla zona protoplasmatica sottostante, mentre gli elementi che stanno al centro ne sono separati. Fra gli elementi centrali e lo strato intermediario esiste uno spazio lineare libero (tav. III, fig. 5).

Oltre a questa differenza di contegno fra blastomeri centrali e periferici ve ne ha un'altra dovuta al differente modo di comportarsi dei medesimi rispetto alla sostanza colorante (carminio boracico). Infatti gli elementi periferici al pari che la striscia protoplasmatica dello strato intermediario sono un po' più colorabili di quelli centrali. Oltre a ciò gli elementi periferici sono più ricchi di materiale lecitico che non gli elementi centrali. I fusi nucleari questa volta sono diretti perpendicolarmente alla superficie libera ed accennano quindi ad una prossima bistratificazione del blastodisco.

In uno stadio successivo il blastodisco consta di due serie di blastomeri. Esaminando tagli trasversali corrispondenti a questo periodo della segmentazione (tav. III, fig. 6) si osserva che le cellule periferiche si differenziano dalle cellule centrali ancora più che nello stadio precedente. Quelle sono molto più colorabili e più grossolanamente granulose che non queste, inoltre quelle appaiono essere un po' più in ritardo di queste nella segmentazione. Infatti le cellule centrali sono presso a poco tutte allo stesso stadio del processo cariocinetico, ad es. quasi tutte completamente divise e col nucleo in riposo, mentre le cellule periferiche si presentano ancora allo stadio di diaster. In altri preparati il processo di divisione cariocinetica è giunto al suo termine anche in queste cellule, e allora alla periferia del blastodisco si trovano alcuni elementi granulosi, fortemente colorati, completamente liberi da ogni lato, mentre a lato di questi se ne trovano altri i quali protrudono solo a guisa di una mezza sfera dallo strato intermediario.

In questa fase della segmentazione lo strato ora accennato è ancora diminuito di spessore rispetto agli stadi antecedenti; però quella parte che corrisponde agli orli del blastodisco conservasi abbastanza spessa e contorna come un cercine l'ammasso blastomerico. È in questo cercine che trovansi come affondati gli elementi periferici del blastodisco.

In una fase successiva gli elementi del blastodisco formano già parecchi strati (tav. III, fig. 7). Il blastodisco tende a farsi tondeggiante giacchè si contiene nei limiti di 58-59, 60-61 decimi di millimetro. Più tardi ancora la differenza fra i due diametri è anche minore, ed anzi in alcuni blastodischi questa differenza si riduce a zero.

Osservando tagli di blastodischi ad uno stadio corrispondente alle figure 7, tav. III, notasi che la maggior parte della sezione è data da un ammasso di blastomeri tutti presso a poco alla stessa fase di divisione nucleare e delle stesse dimensioni. Agli orli si vedono ancora dei blastomeri più colorati e più granulosi di cui alcuni sono attaccati per un peduncolo al cercine dello strato intermediario, altri protrudono da questo strato solo per una parte della loro superficie. Alcuni degli elementi aderenti al cercine posseggono nuclei allo stadio di diaster, allora uno di questi aster si trova nell'emisfero protrudente, l'altro è affondato nel cercine, e, se si fa eccezione dei brevi raggi protoplasmatici che gli fanno corona esso non ha un protoplasma proprio. Oltre a ciò si vedono nel cercine altri nuclei in istato di divisione cariocinetica attorno ai quali il protoplasma ha perduto affatto il carattere di personalità cellulare.

In uno stadio successivo ancora, con otto strati di blastomeri circa (tav. III, fig. 8), si riscontra che anche nel centro del blastodisco gli elementi sono a diversi stadî di mitosi. Uno strato di queste cellule, le più superficiali si presentano più ordinatamente disposte che non le altre, e sono anche un po' appiattite; esse danno così luogo a quella formazione detta lamina di rivestimento (Deckschicht). Agli orli

e specialmente alla parte inferiore di questi è facile riscontrare anche in questo stadio cellule più grandi ed un po' più colorate contenenti grandi masse di deutoplasma perfettamente libere da ogni lato. Altre invece sono in rapporto per un tratto più o meno esteso del loro contorno col cercine blastodermico. In questo i nuclei sono ormai numerosi, ed altri se ne trovano nelle vicinanze del cercine sia nello strato intermediario, sia nella corteccia protoplasmatica del tuorlo. Tutti questi nuclei non presentano più figure di mitosi, ma sembra che si dividano direttamente. In corrispondenza a questo fatto anche nelle cellule grandi libere riscontrabili agli orli del blastodisco non è raro il trovare segni di una divisione diretta.

Gli stadî seguenti mostrano, modificandosi alquanto, le stesse particolarità, finchè verso la fine della segmentazione la sezione mediana verticale di un uovo di Cristiceps si presenta in questo modo. Al polo animale si ha il blastodisco che ha acquistato la forma di una lente biconvessa. Le cellule, attesa la reciproca compressione, hanno perduta parte della primitiva forma sferica, e sono irregolarmente disposte. Fanno eccezione quelle della superficie libera, le quali formano uno strato regolare e si sono rese assai larghe e piatte (lamella di rivestimento). Sotto alla massa dei blastomeri vedesi ancora uno spazio lineare libero il quale è chiuso alla sua parte inferiore dallo strato intermediario. I nuclei di questo strato sono divenuti molto numerosi, e si sono estesi anche a tutta la parte centrale, sebbene quivi siano più rari. Al cercine, che si è assottigliato assai, rimangono ancora aderenti le cellule marginali della lamina di rivestimento ed anche qualche blastomero periferico. Infine nella corteccia protoplasmatica perivitellina si trovano fin oltre l'equatore dell'uovo altri nuclei sparsi senz'ordine, ed il cui numero decresce tanto più, quanto più essi si trovano lontani dal cercine dello strato intermediario.

Descritti i fenomeni principali che ho potuto verificare durante la segmentazione dell'uovo di *Cristiceps argentatus*, mi resta l'altro compito di dare alcune spiegazioni, e di riferire i reperti e le teorie date dagli autori in proposito dei punti più importanti della segmentazione stessa.

Circa al primo solco io ho già detto che esso è meridionale e gli osservatori per la massima parte hanno pure rilevato questo fatto in un gran numero di altri pesci ossei. Che io mi sappia Hoffmann (32) solo fa nel Crenilabrus pavo la prima divisione del nucleo di segmentazione parallela alla superficie del disco, il che corrisponderebbe ad un solco equatoriale. Se non che questo reperto di Hoffmann oltre che rimase isolato fu poi messo in dubbio da Agassiz-Whitman, da Wenckenbach (76), da Ziegler (78), ed inoltre venne contradetto da List (43) che studiò appunto l'uovo del medesimo animale. Se adunque, in conformazione ai dati di List, ed in base alle lunghe critiche apportate alla osservazione di Hoffmann da Agassiz-Whitman (pag. 51-55), si toglie ogni valore a questa osservazione stessa, si può dire esistere un completo accordo su questo punto.

Si fa questione anche sul rapporto che ha il primo solco coll'asse del futuro embrione. Gli antichi autori per la maggior parte tacciono su questo riguardo. Rauber (55), venendo su tale questione, sostiene che il primo solco meridionale è trasversale rispetto al futuro embrione, o almeno, secondo lui, questo fatto si verifica

quasi generalmente nei vertebrati ed anche in molti invertebrati. Agassiz e Witman al contrario ammettono che il primo solco nei Teleostei sia parallelo all'asse del futuro embrione. Sostengono ciò sia fondandosi su esempi di cosifatta direzione del primo piano di segmentazione in altri animali, sia perchè essi già in blastodischi con sedici elementi poterono distinguere la direzione dell'asse del futuro embrione.

Ma le osservazioni di questi due ultimi autori non si accordano con quanto ci dà Miecz. von Kowalewsky (38). Infatti egli nella figura prima della tavola XVII ci disegna una sezione di un blastodisco di *Carassius auratus* allo stadio di otto cellule. La sezione è fatta secondo il grande asse del blastodisco, ed infatti comprende quattro blastomeri, quindi taglia perpendicolarmente oltre i due solchi paralleli del terzo stadio anche il primo solco. Or bene, secondo l'autore questa sezione sarebbe condotta parallelamente all'asse del futuro embrione. La porzione caudale di questo sarebbe volta verso quel lato del blastodisco in cui i blastomeri sono più alti e protrudenti sull'orlo, la porzione cefalica sarebbe volta verso la parte opposta, in cui i blastomeri appaiono più schiacciati ed abbassati sul livello del cercine dello strato intermediario. Dunque, secondo tale idea di Kowalewsky, il primo piano di segmentazione sarebbe trasversale rispetto all'asse dell'embrione.

Anch'io nella brevissima mia Nota preliminare presentata coi relativi preparati al Congresso medico di Pavia (20) ho espressa la mia inclinazione verso quest'ultima opinione, basandomi specialmente sulla eccentricità assai frequente del primo solco, e sulla direzione del medesimo secondo l'asse minore del disco germinativo. Io sperava allora di potere in ulteriori studi trovare altri fatti per decidere la questione, ma anche al presente non sono in grado di aggiungere nulla dippiù.

La questione sarebbe stata risolta una volta che si avesse potuto constatare che il blastodisco mantiene sempre una delle sue dimensioni prevalente rispetto alle altre, finchè vi si vedono a formarsi i primi abbozzi dell'embrione. Questo invece non mi è stato possibile perchè ad un certo stadio della segmentazione il germe tende ad avvicinarsi alla forma tondeggiante, e le debolissime variazioni nella lunghezza dei diametri che si possono verificare, non mi danno più la sicurezza che il diametro prevalente sia ancora sempre quello che prevaleva nei primi stadî. Più tardi le differenze di lunghezza fra i diametri tornano ad accentuarsi, ed arrivati allo stadio in cui l'entoderma si forma, cioè in una fase in cui si è ormai sicuri della direzione che dovrà avere l'embrione, allora si scorge che questo si svilupperà lungo il diametro minore. Questo fatto può spiegarsi per un raccorciamento, o piuttosto per un rallentamento dell'aumento in lunghezza di tale diametro rispetto all'altro che gli è perpendicolare, atteso il grande accumulo di elementi che deve formarsi lungo il medesimo specialmente nell'estremità di esso diametro che corrisponde alla parte posteriore dell'embrione.

Abbiamo veduto su quali criterî fondi Kowalewski la sua opinione che già allo stadio di otto, ed anche a quello di quattro blastomeri si possa distinguere nel blastodisco una parte anteriore da una parte posteriore; ebbene Agassiz e Whitman portano anche consimili fatti a loro sostegno. Se non che nè l'uno nè gli altri sanno dire se queste differenze fra parte anteriore e parte posteriore si mantengono costanti attraverso a tutte le fasi della segmentazione. Io che ho esaminato un gran numero

di uova viventi di specie pelagiche, non ho potuto convincermi che tale distinzione sia sempre possibile. D'altra parte certe assimetrie nei blastodischi possono anche spiegarsi rammentandoci i vivaci movimenti a cui i blastomeri sono in preda, specialmente durante le prime fasi della segmentazione, movimenti che furono constatati da Weil (75) e da altri.

La eccentricità del primo solco nemmeno può avere un grande valore per la soluzione del problema che ci occupa, perchè in primo luogo essa non è costante, in secondo luogo poi nella letteratura troviamo riferiti casi nei quali la eccentricità si verifica non nel primo ma nel secondo solco. Cito ad esempio le osservazioni di Janosik (34) sulle uova di *Crenilabrus* e di *Tynca*, e quelle di Kupffer (42) su quelle di *Syngnatus*, *Gasterosteus*, e *Spinacchia*.

Concludendo adunque si deve dire che la questione riguardante la direzione del primo piano di segmentazione dei Teleostei è ancora lontana dall'essere risolta.

Il secondo solco è meridionale, e come tale è descritto anche per un gran numero di altri Teleostei. Solo Kupffer (40) nelle uova di Aringa, e List (43) nel Crenilabrus trovarono il secondo solco equatoriale. Frattanto noto come la osservazione di List sia in contraddizione con quanto fu osservato da Janosik sul medesimo soggetto, ed inoltre osservo come trascorrendo i citati lavori facilmente ci si convince che da questi autori si considerò come un solco equatoriale un semplice strozzamento alla base del germe. Un vero solco deve condurre a separazione di elementi, questo supposto solco invece non fa altro che separare il blastodisco dal resto del tuorlo; i nuclei restano nel blastodisco e non appaiono nello strato intermediario che molto più tardi, e cominciano precisamente a comparire non sotto ai blastomeri, ma nel cercine del detto strato, come appunto ho verificato io nel Cristiceps. D'altronde List stesso fa provenire questi nuclei dalle cellule periferiche del blastodisco: "konnte ich, egli dice, die Abschnürung der in die intermediare Schicht rückende Kerne von denjenigen der Randzellen des Blastodisks mit vollster Deutlichkeit beobachten ». Kupffer per parte sua fa provenire questi nuclei da libera formazione: " beginnt in dem Rindenprotoplasma ein Zellbildungsproces, der nach dem Modus der freien Zellenbildung verläuft ».

Dunque assai verosimilmente si tratta qui non di un vero solco equatoriale, ma di un semplice strozzamento dovuto agli attivi movimenti del protoplasma, ed alla tendenza di questo a conformarsi a sfera attorno ai centri nucleari. Tale fenomeno trova un esempio spiccatissimo nella Nassa mutabilis. Bobretzky (14), che studiò la segmentazione dell'uovo di questo animale, descrive e raffigura una cosifatta apparenza di solco equatoriale, il quale divide nettamente la metà inferiore nutritiva dell'uovo, da quella superiore, mentre non vi ha contemporanea divisione di nuclei i quali restano nella parte superiore.

Dietro queste osservazioni si può ritenere come un fatto generale nei Teleostei la direzione in senso meridionale del secondo solco di segmentazione.

Finora, seguendo l'uso generale, ho sempre parlato del secondo piano di segmentazione come se fosse veramente un solco semplice, cioè dato da una sola e continuata linea di divisione la quale tagli in pari tempo i due blastomeri esistenti. Ma in fatto non è così, e già Rauber (56) considera la divisione dei due blastomeri come

data da due solchi, cioè uno per ciascuna metà del blastodisco. Infatto io ho potuto verificare che alcune volte la divisione non è contemporanea nei due blastomeri, ma in uno incomincia, quando nell'altro è già inoltrata. Inoltre i due solchi spesso non si incontrano fra loro in modo da rappresentare una linea, ma invece le loro estremità che mettono capo sul primo solco di segmentazione distano fra loro per un tratto più o meno lungo, tratto che da Rauber venne denominato linea di interruzione (Brechungslinie).

Ciò che ho detto riguardo al secondo solco si riferisce anche a tutti gli altri solchi successivi. Questi vanno ammessi solamente in via teorica, perchè in fatto invece di avere dei piani di segmentazione i quali attraversano tutto il blastoderma si hanno tanti solchi quanti sono i blastomeri. Ora avviene assai di rado che i piani di divisione propri a ciascun blastomero coincidono nel blastoderma fra loro in modo da costituire delle linee continuate, e se già al secondo stadio si può verificare nel piano di segmentazione un tratto di interruzione, questi tratti appaiono molto più accentuati negli stadi successivi, così che riesce da prima difficile, e più tardi impossibile, il fare una ricostruzione schematica dei solchi di segmentazione.

Parimenti avviene che nell'uovo dei Teleostei i quattro solchi che danno luogo allo stadio di otto blastomeri, invece di incontrarsi al centro del blastodisco, cioè al polo, si allontanano da questo e vanno a metter capo ad angolo retto sul secondo piano di segmentazione, per cui invece di quattro solchi meridionali vengono a formarsi due solchi paralleli. L'interpretazione esatta di questi solchi non si sarebbe potuta dare se non esistessero forme di transizione. Ed appunto Rauber nell'uovo di rana trovò numerose forme di passaggio dai solchi equatoriali ai solchi paralleli, nelle quali l'estremità polare di questi solchi si allontanava gradatamente dal polo stesso, finchè i solchi riuscivano ad incontrarsi a due a due ed a dare l'apparenza di due linee parallele. Circa ai Teleostei io ho già accennato che ho ritrovato talune volte tutti od alcuni di questi solchi essere perfettamente meridionali, ed ho già ricordato alcuni altri consimili casi trovati da Agassiz e Whitman.

Gli altri due solchi paralleli che succedono, che danno, cioè, luogo allo stadio di sedici blastomeri possono essere in due modi interpretati, o si possono considerare come dati da otto solchi meridionali con terminazione assai lontana dal polo, oppure come risultanti dalla corruzione di un solco equatoriale, il quale si sia portato assai vicino al polo (solco concentrico). Ora Agassiz-Whitman adottarono quest'ultima interpretazione, e però nel loro caso avevano due importanti punti su cui appoggiare la loro ipotesi, cioè essi rinvennero in due casi nello stadio di sedici cellule un vero solco concentrico al polo dell'uovo, e constatarono che contemporaneamente ai solchi, di cui è parola, fossero essi paralleli o meno, si formava sempre la cavità di segmentazione. Nel caso del Cristiceps le cose avvengono diversamente. A me non fu dato riscontrare che una volta sola cinque blastomeri al centro, variazione insignificante se si considera che Agassiz-Whitman trovarono già un blastomero centrale allo stadio di otto cellule; inoltre allo stadio di sedici elementi non trovai ancora segno di una cavità di segmentazione. Per questi due dati mi pare che riguardo alle uova di Cristiceps sia più giusto ammettere che l'apparenza di due solchi paralleli al secondo piano di segmentazione sia data da otto solchi meridionali, i quali restano in tal modo svisati perchè la teorica disposizione degli elementi era già alterata nello stadio anteriore, e perchè alla precedente alterazione si sono aggiunte le nuove modificazioni.

I fattori di tutti questi spostamenti si devono ricercare sia nella forma speciale del blastoderma a disco elittico, che non permette una distribuzione simmetrica in ogni senso degli elementi, sia nella tendenza che hanno questi elementi ad assumere la forma sferica. Rauber (⁵⁶) parla anche di altre cause quali sarebbero l'influenza segmentale, e la fuga dei solchi dal polo (Polflucht), ma su tutto ciò io non credo di trattenermi quì più a lungo, ed anco meglio mandare il lettore al lavoro originale.

Nello stadio di trentadue cellule si notano altre differenze nella disposizione degli elementi fra le uova di *Cristiceps* e le uova di altri Teleostei. Agassiz e Whitman, ad esempio, trovarono che a questo stadio si hanno nel *Ctenolabrus* due strati di blastomeri, nel *Cristiceps* invece vi ha un solo strato. Come ho già notato questi elementi sono disposti in modo che ve ne sono per lo più sedici periferici e sedici centrali. Questa disposizione e più ancora la separazione dallo strato intermediario dei blastomeri centrali mi sembrano due fatti molto importanti per appoggiare l'opinione che quì abbia avuto luogo un solco circolare, il quale corrisponderebbe al solco equatoriale di un uovo a segmentazione oloblastica.

Molto presumibilmente adunque si hanno nel Cristiceps dapprima otto piani di segmentazione meridionali e poi un primo piano equatoriale. Resta ora da dire quale sia il significato della fessura che divide lo strato intermediario dai blastomeri centrali. Per orizzontarci meglio parmi sia bene rammentare qui come segua la segmentazione in quelle uova oloblastiche le quali per molti caratteri si avvicinano a quelle dei Teleostei, come ad esempio le uova dei Ganoidi. Salensky (68) infatti parlando della segmentazione delle uova di Storione viene a concludere: « La segmentation du Sterlet présente une forme de transition, entre la segmentation des poissons osseux « et de Plagiostomes, d'un côté, la segmentation des Cyclostomes et des Amphibies « de l'autre ».

Ora nello Storione si hanno solchi verticali irregolari poco profondi che attraversano solo la parte superiore del germe. Poi si hanno solchi trasversali assai ravvicinati al polo superiore, e subito dopo questi appare la cavità germinativa, la quale ha sede nella parte superiore dell'uovo. La sua volta è costituita da cellule che provengono dalla segmentazione del germe, il fondo è costituito dallo strato profondo del germe che non è ancora totalmente frazionato. Evidentemente questa parte profonda del germe dei Ganoidi incompletamente segmentata corrisponde nei Teleostei alla parte non segmentata profonda del germe, cioè allo strato intermediario. Deriva da ciò che la cavità situata fra lo strato intermediario e le cellule del germe (blastomeri centrali) deve corrispondere alla cavità di segmentazione. I blastomeri centrali liberi dal tuorlo si possono così far omologhi ai micromeri delle uova dei Ganoidi, o, se si vuole, all'emisfero pigmentato delle uova della Rana, i blastomeri dell'orlo uniti alla loro base collo strato intermediario si possono far equivalere ai macromeri od all'emisfero non pigmentato delle uova di Rana. E però anche nel blastoderma dei Teleostei come nell'uovo dei Ganoidi e dei Batraci si può fare una prima distinzione in cellule animali (blastomeri centrali), ed in cellule vegetative (blastomeri periferici), perchè appunto le prime occupano il posto più vicino al polo animale, le seconde mediante la loro continuità col mantello protoplasmatico involgente il tuorlo si trovano in rapporto col polo vegetativo.

Dalla comparazione fatta appare evidente che lo spazio frapposto tra blastodisco e strato intermediario è la cavità di segmentazione o cavità di von Baer, e come tale appunto l'interpretarono Agassiz e Whitman. Ma se si dà uno sguardo alla letteratura si trovano su questo punto le più aperte contraddizioni. Queste in parte provengono da che l'esistenza di tale cavità non è un fatto comune alle uova di tutti i Teleostei, in parte anche dipendono dal modo inesatto di considerare lo strato intermediario, di ritenerlo cioè come formazione affatto indipendente dal germe. Secondo questo concetto lo spazio vuoto essendo fuori del germe non poteva certo essere considerato come una cavità di segmentazione. In questo caso sono ad esempio Oellacher (48) ed Owsjannikow (49) i quali videro uno spazio separante il germe dal vitello, ma sostennero che questa cavità non è comparabile alla cavità di von Baer. Inoltre ho detto che la cavità di segmentazione non si trova in tutti i Teleostei, o almeno in alcune specie è una formazione tanto passeggera che è sfuggita all'indagine. E però mentre troviamo che Lereboullet (44-45), Stricker (69), Rienek (61), Klein (35), Weil (75) descrivono una cavità esistente fra disco e strato intermediario, altri invece, come Miecz, von Kowalewsky (38), List (43), Hoffmann (32), Reinhard (60), non ne hanno trovato traccia, e Rauber (56) che la verificò nel Gobius, la trovò mancante nel Salmone.

Io pure, che ho preparato per sezione buon numero di uova galleggianti allo stadio di segmentazione, ho potuto verificare che in molte manca la cavità di von Baer. Nella maggior parte fra queste ultime la cavità non appare per il fatto che i blastomeri sono addossati allo strato intermediario, il quale mostra un limite netto ed è completamente diviso dal blastodisco; in altre, ma in numero assai esiguo, la cavità non esiste perchè molti dei blastomeri più profondi sono ancora aderenti allo strato intermediario, nello stesso modo che nel *Cristiceps* rimangono aderenti i blastomeri periferici. Ora quanto alle prime si potrebbe supporre che la cavità venne ridotta a zero per l'aumentato volume del blastodisco, ma circa queste ultime si deve addirittura escludere l'esistenza di una cavità di segmentazione.

In uno di cosifatti blastodischi la segmentazione era molto avanzata, si avevano circa dieci strati di blastomeri; lo strato intermediario, abbastanza potente al cercine, era ridotto nella porzione subgerminale ad una sottilissima lamella, che è rigonfiata nei punti in cui presenta nuclei. Alcuni dei nuclei sono circondati da una buona quantità di protoplasma e protrudono nel blastodico insinuandosi fra i blastomeri. Tali formazioni ricordano perciò i blastomeri periferici dell'uovo di *Cristiceps* aderenti allo strato intermediario. Altro carattere che ancor più li avvicina a questi elementi, è l'avere quelli un protoplasma molto granuloso e più colorabile che non le altre cellule.

L'uovo in discorso era notevole anche per un'altra particolarità. Sotto allo strato intermediario vi erano una quantità di vacuoli, i quali separavano in certo modo questa membrana dal vitello nutritivo finamente granuloso; ed in questi vacuoli si scorgevano degli ammassi sferici od ovali di una sostanza più grossolanamente granulosa, e più colorabile che quella del tuorlo. La loro dimensione variava assai ed il loro

contorno era regolare ed un po' come sfumato. In alcuni fra di essi, si vedeva verso il centro un'apparenza di nucleo, in forma di un corpuscolo più colorato ed a contorni indecisi. Non è agevole cosa il dire quale sia il significato di tali corpi, però la grande somiglianza che essi avevano colle cellule del tuorlo dell'uovo di pollo mi hanno fatto credere che essi fossero elementi dello strato intermediario affondati nel tuorlo nutritivo.

Tornando ancora all'uovo di *Cristiceps* devo dire che il solco equatoriale presenta una certa importanza perchè è con questo solco che comincia a differenziarsi dal germe quella formazione speciale alle uova meroblastiche chiamata dagli autori con diversi nomi, su cui si manifestarono le opinioni più varie. Questa formazione non è altro che lo strato intermedio col cercine e l'involucro protoplasmatico del tuorlo quando queste diverse parti già provvedute di nuclei si sono individualizzate rispetto al germe. Io comprenderò l'insieme di queste parti col nome di *membrana perivitellina*.

Ora le questioni che si fanno su questa formazione riguardano l'origine dei nuclei che si trovano nella medesima, e la sua funzione. Riservandomi di dire altrove quanto si può presumere circa l'ufficio che ha la membrana, io riassumerò ora le opinioni dei vari autori sulla derivazione dei nuclei.

Lereboullet ne notò la presenza e li chiamò globuli vitellini, ma non parla della loro origine. His appose alla membrana pirivitellina il nome di parablasta (Nebenkeim), e derivò i nuclei che in essa si trovano dai leucociti materni.

Kupffer (39) nel Gasterosteus aculeatus e nella Spinachia descrisse minuziosamente i nuclei della membrana (zona nucleare); e notò che i medesimi, su quella parte della membrana perivitellina che corrisponde all'involucro protoplasmatico del tuorlo, erano disposti in serie regolari, e che ognun d'essi era circondato da un protoplasma proprio delimitato, in modo che tutta la zona nucleare appariva formata da uno strato di epitelio pavimentoso a cellule esagonali. Kupffer notò anche che questi nuclei sono in connessione col blastodisco, ma tuttavia li ritenne derivati da formazione libera.

Rienek (61) chiamò la formazione *prolungamenti subgerminali*, e ritenne che questi non siano altro che parti profonde del blastoderma segmentato, le quali non si sono avanzate nella segmentazione. Klein (35) le diede il nome di *periblasta*, e ritenne i nuclei di libera formazione.

Secondo van Bambeke (7) la sua couche intermédiaire forma originariamente un tutto col blastoderma, viene poi divisa da questo mediante la segmentazione. I nuclei sarebbero di libera formazione, però egli fa anche l'ipotesi che i medesimi possano discendere dal nucleo apparso dopo la fecondazione.

Per Oellacher (48) tali nuclei non rappresenterebbero altro che cellule, le quali dalla superficie inferiore del blastoderma si sono affondate nel tuorlo; e di questa opinione è pure Weil (75).

L'opinione di Owsjannikow (49) si allontana da quella di tutti i precedenti; egli opina che le cellule del parablasta siano preformate alla segmentazione dell'uovo, cioè le considera come cellule uscite dalla membrana granulosa del follicolo ovarico.

Götte (22) si avvicina all'idea di Oellacher; egli asserisce che il parablasta pro-

viene dal blastoderma che si segmenta, e che i nuclei non rappresentano altro che i blastomeri; la prima divisione fra archiblasta e periblasta si farebbe colla comparsa della cavità germinativa.

Romiti (62) comincia a vedere i nuclei quando le cellule del germe sono già molto numerose. La comparsa di questi nuclei si verifica sempre alla periferia del germe, e quì sono raggruppati e copiosi. Tali elementi non sarebbero altro che blastomeri o frammenti di cellule germinative.

Kupffer (40) descrivendo lo sviluppo dell'uovo di Aringa torna a parlare distesamente dei nuclei della membrana perivitellina. Anche in quest'uovo come nell'uovo di Gasterosteus i nuclei sarebbero individualizzati in cellule, le quali, ordinate le une vicino alle altre a modo di un epitelio pavimentoso, ricoprono immediatamente il tuorlo. Vicino all'orlo del blastoderma l'apparizione dei primi nuclei sarebbe meno evidente che qualche tempo più tardi vicino all'equatore. Questi nuclei deriverebbero per libera formazione da granulazioni, le quali aumenterebbero di diametro fino a raggiungere la grandezza di μ 5-6. Questi corpi da principio sarebbero alquanto più grandi vicino al germe che altrove, e resterebbero solo per breve tempo allo stato di nuclei liberi; più tardi attorno ai medesimi il protoplasma si distribuirebbe in guisa che dapprima alcune fine granulazioni circonderebbero il nucleo, e più tardi attorno a queste si raggrupperebbero delle granulazioni più grossolane. Così avverrebbe la formazione di cellule che sul principio sarebbero solamente delimitate dai grossi granuli protoplasmatici, ma che poi acquisterebbero contorni lineari. La moltiplicazione dei descritti elementi si farebbe per iscomparsa dei nuclei e per il successivo loro ricomparire in numero doppio. I nuovi nuclei sarebbero più piccoli che il nucleo materno, e così anche le cellule aumentando di numero impicciolirebbero. Da ultimo si osserverebbe che i nuclei più piccoli si troyano in vicinanza del germe, i più grandi verso l'equatore.

Ryder (67) ha emesso l'opinione che nel suo *yolk hypoblast* rimanga parte della sostanza del nucleo originario dell'uovo, e che questa sia la sorgente dei nuclei liberi del tuorlo.

Hoffmann (32) descrive molte particolarità sulla formazione di questi nuclei. Noi abbiamo già veduto altrove come egli ponga il primo fuso di segmentazione parallelo all'asse dell'uovo. Si produrrebbe con ciò un nucleo superficiale che resta nel protoplasma, ed un nucleo profondo che passa nel deutoplasma. Ora la prima sostanza segmentandosi formerebbe i foglietti, nella seconda che non si segmenta si avrebbe solo produzione di nuclei.

Rauber (⁵⁶) trovò nel *Gobius* un oggetto molto favorevole per lo studio della derivazione dei nuclei che compaiono nella membrana perivitellina. Nell'uovo di *Gobius* tale membrana sarebbe ridotta al solo cercine mancando totalmente la porzione subgerminale, e però gli fu facile ravvisare in questo cercine un resto dei blastomeri marginali: « Die Centralzellen sind ihrerseits immer umsäumt von einer flachen Rand« schicht (cercine), als einem Rest der ursprünglichen Randschicht (cellule germina« tive marginali), von der sich neue Zellen abgeschnürt und den vier ersten Central-

« zellen beigesellt haben. Auf diese Weise kommt es bei Gobius, so viel ich aus

" meinem Material auf Grund von Schnittserien ersehen kann, zur Bildung jener

« Schicht, die als Plasmodium, Couche intermédiaire, sekundäres Entoderm, etc. " bekannt ist ".

Per Waldever (74) esiste una poco netta divisione fra blastoderma e tuorlo, l'ultimo si differenzia solo dal primo per la sua scarsità di protoplasma. Il tuorlo viene attraversato da un reticolo dato da molti polungamenti del protoplasma del germe, i quali si trovano particolarmente addensati attorno al germe stesso (Keimforsätze). Il processo di segmentazione accade prima nel blastoderma poi nei prolungamenti (segmentazione secondaria).

Assai importante per la questione che ci occupa è il lavoro più volte citato di Agassiz e Whitman, perchè questi ricercatori poterono seguire a passo a passo la formazione della membrana perivitellina (periblasta). Tale formazione comincia collo stadio di sedici blastomeri. In questo stadio gli elementi periferici si continuano collo strato intermediario; ma poi colle successive divisioni avviene che i nuclei che restano alla parte periferica dei medesimi passano nello strato intermediario. " From " the 16-cell. stage onward it (il periblasta) becomes more and more sharply diffe-" rentiated, until at the conclusion of cleavage it takes the form of a wreath of a fattened cells, destined to remain hence forth an independent layer. The nuclei of " the cells multiply rapidly by so-called indirect division, and with each division 4 the cells flatten, while their boundaries become less and less distinct. At length a " thin nucleated plasmodium, without any traces of cell limits around the nuclei, is " formed ".

Però anche dopo questo lavoro di Agassiz-Whitman troviamo ancora dei difensori della formazione libera dei nuclei della membrana perivitellina, ed uno di questi è appunto Brook (15), che prese ad oggetto di studio le uova di Trachinus e di Motella. Invece Wenckenbach (76), Prince (50) e List (43) si accostano tutti alle idee espresse dai due autori americani.

Miecz, von Kowalewsky ammette che la formazione della membrana perivitellina (intermediare Schicht) può avvenire in due modi, cioè dalle cellule dell'orlo alla fine della segmentazione, o dalle cellule di tutta la base del blastoderma. Ad es. nelle uova di Carassius auratus, gli elementi della base del blastodisco nello stadio con tre ordini di cellule, rimangono ancora aderenti allo strato intermediario. Questi elementi ad un certo momento non si segmentano più ed entrano a formare la membrana perivitellina. Ecco come l'autore descrive tale trasformazione:

- "Die unterhalb der Blastodermbasis sich befindenden, nicht mehr der Abfur-« chung unterliegenden Zellen, beginnen bald durch relativ schwächeres Färbungsver-« mögen ihres Protoplasmas sich merklich zu unterscheiden; sic fügen sich enger an einander, indem ihre Zahl sowohl in Folge der noch weiter in ihnen andauernden
- « Kerntheilung, als auch durch die letzten Theile des hierher von Entoblastgerüste zu-« geflassenen Protoplasma zunimmt. Die zwischen diesen Zellen anfangs so deutlich
- « durch grössere Anhäufungen der Dotterpartikel angedeuteten Grenzen verwischen sich
- allmählich. Es entsteht dann eine kontinuirliche Lage von Protoplasma, in welcher
- « man die einzelnen Zellen nur Dank der strahligen Anordnung des Protoplasmas um
- " ihre noch eine kurze Zeit indirekt sich theilenden Kerne unterscheiden kann. Indem
- « aber bald darauf Jiese Kerne ins Ruhestadium übergehen und dann weiterhin nur

- 4 durch gewöhnliche Fragmentation sich zu vermehren beginnen, verschwindet die ge-
- " nannte strahlige Anordnung des Protoplasmas dieser Zellenlage und an Stelle dieser
- « letzteren findet man von jetz ab ein vielkerniges Plasmodium, in welchen keine
- « Spuren der Begrenzungen mehr zu entdecken sind ».

Secondo l'autore il diverso modo di formarsi del parablasta è connesso col diverso modo di concentrarsi del protoplasma e di procedere della segmentazione. In alcune uova, di cui quelle di Carassius costituirebbero il tipo, il processo di concentrazione del protoplasma verso il germe durerebbe fino alla fine della segmentazione, per modo che alla comparsa del primo solco il disco germinativo conterrebbe appena la metà del protoplasma destinato alla formazione del blastoderma, l'altra metà resterebbe nel tuorlo e sarebbe aggiunta a poco a poco. In altre uova, nella maggior parte, il processo di concentazione del protoplasma cessa al principio della segmentazione, perchè già alla comparsa dei primi solchi tutto il protoplasma che serve a formare il blastodisco si è già separato dal tuorlo. Nelle uova del primo gruppo il primo piano di segmentazione orizzontale divide il germe in una metà superiore ed in una metà inferiore, e lo strato intermediario si forma dagli elementi che rivestono tutta la base del germe; in quelle del secondo gruppo il piano di segmentazione orizzontale divide il germe alla sua base, e lo strato intermediario si forma a spese di elementi cellulari che derivano dai blastomeri periferici alla fine della segmentazione.

Esposte in questa rapida rassegna le opinioni ed i reperti degli autori sulla derivazione della membrana perivitellina, si potrebbe riassumere da tutto ciò tre modi principali di genesi dei nuclei del periblasta:

- 1º Da formazione libera (Klein, Kupffer, Brook ed anche v. Beneden).
- 2º Dalle cellule dell'orlo (Romiti, Rauber, Agassiz-Whitman, List, ecc.).
- 3° Da tutta la base del blastodisco (Kowalewsky).

Circa al primo modo di formazione della membrana perivitellina mi pare che sia ben lungi dall'essere dimostrato. Anche ove non si badasse alla eccezionalità della cosa, la maggior parte degli autori che lo ammettono portano veramente a loro sostegno solo dati negativi. Kupffer, è vero, entra in qualche particolarità: egli ha trovato che i nuclei hanno origine da granuli « aus punktiformigen Anfängen »; però tal cosa aspetta ancora una conferma, ed è facile supporre che questi granuli non siano altro che le figure nucleari cariocinetiche della membrana perivitellina che sono assai piccole in certe uova, particolarmente quando sono allo stadio di aster o di amphiaster. Ed è tanto più possibile l'errare quando si esaminano queste uova viventi, perchè in tali casi non si può ricorrere a molto forti ingrandimenti.

Quanto al secondo modo di formazione della membrana perivitellina se fu confermato da molti, fu però particolarmente studiato solo da Agassiz-Whitman. Ora nel *Crysticeps* il modo di prodursi del parablasta si accosta assai a quello riferito dagli autori. La differenza sta solo in ciò che il processo comincia un po' più tardi, cioè quando il blastodisco possiede trentadue elementi. Io ho già riferito che questo stadio è dato probabilmente da un solco equatoriale, per il quale restano separati dal tuorlo gli elementi centrali. Gli elementi periferici, congiunti col tuorlo e fra di loro, coll'avanzare della segmentazione continuano a fornire altre cellule alla massa

blastomerica centrale; per questa continua provvisione di materiale si riducono a mano a mano di volume e vanno facendosi sempre meno distinti, finchè perduti i limiti laterali, per i quali solo erano ancora differenziabili, scompare la loro individualità, e la parte periferica del blastodisco connessa collo strato intermediario e con tutta la corteccia protoplasmatica del tuorlo forma una parte ben distinta dal blastodisco, un organo plasmodico involgente il tuorlo, la membrana perivitellina.

Sul terzo modo di formazione della membrana in discorso è inutile che io mi diffonda avendo riportato per intero la descrizione data da Kowalewsky. Solo quì aggiungo che il blastoderma di cui ho fatta la descrizione a pag. 162, appartiene molto probabilmente ad una delle poche specie di uova nelle quali alla formazione dei nuclei della membrana perivitellina concorre tutta la base del blastodisco.

Però mi cade quì in acconcio di dire che le conclusioni che Kowalewsky trae dalle sue osservazioni sul Carassius auratus mi sembrano non si possano molto generalizzare come l'autore vorrebbe. Egli dice che nelle uova in cui la concentrazione del protoplasma dura sino alla fine della segmentazione i nuclei della membrana perivitellina provengono dagli elementi di tutta la base del blastodisco, mentre che nelle uova nelle quali la concentrazione del protoplasma cessa al principio della segmentazione tali nuclei proverrebbero solo dagli elementi della periferia del blastodisco stesso. Per contro io trovo che nel caso riportato nella citata pagina la concentrazione del protoplasma è completamente a termine, mentre gli elementi della base sono ancora in rapporto colla sottilissima lamina intermediaria. D'altro canto nella figura 3 della tavola II trovasi riprodotta una sezione verticale di un germe, in cui il blastodisco, non molto avanzato nella segmentazione, trovasi solo in rapporto collo strato intermediario per mezzo delle cellule dell'orlo; quindi si può presumere che il primo solco equatoriale abbia tagliato il disco alla sua base, mentre il protoplasma era ancora lungi dal trovarsi concentrato, perchè al momento dell'osservazione esso forma sotto al blastodisco uno strato così potente che raggiunge lo spessore del blastodisco stesso, e supera perciò di assai la quantità di protoplasma che Kowalewsky trovò ancora sparsa fra le masse del tuorlo nell'uovo di Carassius al principio della segmentazione.

I Nuclei dei Blastomeri.

Come appendice allo studio della segmentazione aggiungo alcune osservazioni fatte sul contegno dei nuclei dei blastomeri durante la medesima, le quali non mi sembrano prive di interesse.

Lo studio del processo cariocinetico nelle prime cellule di segmentazione del *Cristiceps* presentasi irto di difficoltà. La grande affinità dei raggi protoplasmatici per le sostanze coloranti da una parte, e dall'altra la grande scarsità di cromatina del nucleo oppongono dei serii ostacoli per la ricerca nei preparati induriti.

La povertà di cromatina è forse la causa per cui da molti non venne trovato un nucleo nei primi blastomeri, ed io stesso non ho potuto riscontrarlo nelle prime due cellule di segmentazione.

Allo stadio di quattro blastomeri ho potuto vedere in mezzo ai raggi del citastro un ammasso di piccole vescicole tutte di eguale grandezza. È questo medesimo

reperto che fece credere prima a Remak (57) e poi ad Oellacher (48) che nelle successive divisioni dei primi blastomeri i piccoli nuclei dovessero ripartirsi fra le cellule di segmentazione.

Allo stadio con otto blastomeri trovai in alcuni blastodermi elementi con un nucleo solo, grande, con una fina parete ed un sottilissimo stroma cromatinico; in altri rinvenni un ammasso di piccoli corpuscoli sferici. Su fine sezioni questo ammasso di nuclei appare contornato anzi immerso in una sostanza incolora tenuissimamente punteggiata, che forse corrisponde al nucleochilema; non vi è limite ben netto fra questa sostanza ed il protoplasma cellulare. In altre sezioni ho osservato dei fusi nucleari, i filamenti che li costituiscono per nulla si distinguono dalle irradiazioni dei citastri; una fila di granuli colorati posta fra i due citastri rappresenta la piastra equatoriale.

Gli stadî successivi meglio si prestano allo studio: il protoplasma si fa più tenue e meno colorabile, la cromatina per contro è aumentata, gli elementi fatti più piccoli non esigono più di essere sezionati per potere essere osservati. Io trovai perciò molto opportuni gli stadî con 8-10 strati di elementi, e le figure riportate sotto il n. 1 della tavola II sono state appunto ricavate da uno di questi blastodermi, in cui i blastomeri misuravano μ 18-23.

Seguendo da prima il nucleo attraverso a tutte le sue fasi di scissione, e cominciando dal nucleo in riposo, dirò come questo si presenti assai di rado perfettamente sferico ed a contorni regolari; spesso è reniforme e presenta un ilo, oppure ha una figura irregolare, come una vescicola che fosse strozzata in vari punti dai giri di un filo (tav. II, fig. 1 a, Z"). La membrana nucleare quantunque non molto spessa, pure è ben evidente attesa la sua grande affinità per le materie coloranti; in corrispondenza agli strozzamenti del nucleo essa sembra sdoppiarsi e così duplicata pare si insinui un po' nell'interno del nucleo. Sotto la membrana si scorge una specie di reticolo a maglie larghe e disuguali, costituite da filamenti tenuissimi, i quali attraversano anche tutta la sostanza nucleare amorfa (nucleochilema). Su questo reticolo si notano due o più punti nodali, relativamente voluminosi, coll'apparenza di nucleoli, i quali sono anche in rapporto colle insenature della membrana. Per la grande quantità di succo nucleare rispetto alla cromatina il nucleo in riposo mostrasi più chiaro che la sostanza cellulare. Più tardi però quando compaiono nel protoplasma manifesti segni di incominciamento del processo di scissione, allora il nucleo si rende più colorabile del protoplasma ed i filamenti che ne costituiscono lo stroma appaiono un po' più grossi di prima (fig. 1, e, f, g, h).

Non ho mai potuto scorgere una figura di vero spirema, e la cellula che ho riportata nella fig. i è fra le pochissime che ho trovate, le quali facciano travedere nel nucleo assai colorato una disposizione di filamenti che ricorda il fino gomitolo.

Quando poi cominciano i filamenti ad ordinarsi per formare la piastra equatoriale, il nucleo si mostra anche più pallido di quello che non sia allo stato di riposo, perchè la membrana, se una membrana esiste ancora, non è più colorabile. Il contorno del nucleo però si mantiene ancora ben netto fino allo stadio di metacinesi, dopo il quale esso si perde, ed al suo posto nel centro della cellula resta un alone chiaro (fig. 1, l, m, n).

Si formano in seguito i due noti dischi di fili cromatici i quali si allontanano gradatamente dall'equatore del fuso. Io ho potuto notare che in seguito questi due dischi si comportano diversamente nelle diverse cellule. In alcuni elementi i dischi figli si portano fino al polo del fuso (fig. r), si dispongono attorno ad esso a semicerchio (fig. 1, u), e vengono in fine a formare la stella figlia (amfiastro) (fig. 1, v) a cui sussegue lo stadio di dispirema (fig. 1, w); in altre cellule invece i filamenti ad una certa distanza dal polo del fuso si rigonfiano (fig. 1, q), assumono una forma ovale, con un contorno colorato ed un centro chiaro, e poi si ingrossano ancora dippiù facendosi più pallidi, perchè il contorno colorato si rende più sottile, e si avvicinano di più alla forma sferica. Intanto si avanzano verso il polo del fuso (fig. 1, s) ed in questo si avvicinano fra loro e si mettono in vicendevole contatto non solo ma finiscono a fondersi fra di loro, così che i dischi figli si cambiano direttamente in nuclei figli, i quali sulle prime hanno la forma di un budello variamente contorto e strangolato (fig. 1, t) e ricordano perciò certe forme nucleari dei leucociti dell'uomo.

Questo modo di formazione dei nuclei figli è assai interessante per lo studio della genesi della membrana nucleare, la quale in così fatti casi non è prodotta da altro che dalla trasformazione e fusione dei fili cromatici stessi.

Il nucleo in seguito si fa più rigonfio e si avvicina di più alla forma sferica, ma l'ilo ed i multipli strozzamenti che si riscontrano nel nucleo in riposo rimangono ancora ad indicare il modo di origine.

Tal modo di prodursi dei nuclei figli fu già intraveduto da Henneguy (26), il quale osservò [nella Trota che essi non ripassano in senso inverso, come vuole Flemming, per le medesime fasi per cui passa il nucleo padre, e che i nuovi nuclei da principio sono formati esclusivamente di cromatina, il succo nucleare penetrando poi a poco a poco nel loro interno. Rauber (56) nel Salmone ci diede su ciò notizie più particolareggiate; egli vide che i filamenti cromatici del fuso già ad una certa distanza dal polo si cambiano in tante vescicole, e portò anche delle figure. Bellonci (9) fece consimile osservazione nei blastomeri dell'Axolotl: egli trovò che la metamorfosi succede ai poli del fuso; quivi dai fili cromatici e col probabile concorso di acromatina si formano delle vescichette piene di succo, le quali fondendosi rigenerano il nucleo. Agassiz e Whitmann trovarono nel Ctenolabrus che le piastrine nucleari dell'amfiastro assumono un contorno rotondo avanti ed al momento di pervenire al luogo delle aree polari: Kowalewsky (38) trovò nel Carassius auratus gli stessi fatti rilevati da Rauber; i suoi reperti differiscono solo in cio che egli trovò il rigonfiamento dei fili cromati solo quando questi avevano raggiunto il polo del fuso.

Io credo che la diversità dei reperti dei citati autori si possa spiegare da che le osservazioni vennero fatte ad uno stadio diverso della segmentazione. Io ho notato che quanto più si è vicino alle prime fasi, cioè quanto più i blastomeri sono grandi e più la trasformazione dei fili delle piastrine dell'amphiaster è precoce. Nei primi stadi tali filamenti si trasformano in sferule perfette e costituiscono nell'insieme quegli ammassi nucleari la cui figura speciale trasse in inganno molti osservatori. Verso il fine della segmentazione poi la scissione cellulare si fa nel modo comune, e nello stadio da me studiato (con 10-12 strati elementi), si scorgono questi due modi avvenire contemporaneamente, anche in due cellule immediatamente vicine.

Particolarità più interessanti, perchè mi pare non siano ancora state bene accertate nei vertebrati, ho rilevato nella sostanza cellulare.

Assai prima che il nucleo dia segni di scissione mitotica, si notano nel protoplasma due corpuscoli a limiti non ben netti, più colorati della sostanza della cellula e meno dei filamenti cromatici del nucleo; questi corpi sono i così detti corpuscoli polari (corpuscles polaires di v. Beneden, Polarkörperchen dei tedeschi, taches polaires di Vialleton). Attorno a questi corpuscoli o macule polari si vede un alone chiaro o area polare (sphéres attractives di v. Beneden), ed al di fuori dell'area polare si vedono a convergere verso la medesima a guisa di raggi i filamenti protoplasmatici.

In alcune cellule le macule polari sono assai avvicinate fra di loro, e stanno rispetto al nucleo da quel lato dove questo presenta l'ilo (fig. 1, b), poi li ho trovati più allontanati (fig. 1, c, d), ed allora o stanno ad un lato del nucleo, oppure uno di essi lo si vede al di sopra od al di sotto del nucleo, ed in tal caso, quest'ultimo si distingue dalle forme nucleolari per l'irradiazione del protoplasma che gli sta vicino.

A misura che le macule polari si fanno tra loro più lontane, i raggi protoplasmatici dapprima rari ed assai brevi si fanno più lunghi e numerosi, ed alcuni di essi uniscono i due sistemi che si vanno formando. In altri elementi le macule polari si trovano ai due opposti lati del nucleo, alle estremità di un suo diametro (fig. 1, g, h) che può essere tanto il più lungo come il più breve (fig. 1, f). Fra il nucleo e la macula si trova spesso uno spazio chiaro (fig. f, g), oppure come nella fig. h, lo spazio chiaro circonda tutto il nucleo come una capsula. In questi stessi elementi non si scorgono altri cambiamenti nel nucleo se non che esso appare un po' più colorato. Quando si forma il fuso acromatico, le irradiazioni polari (citastri) passano sopra il nucleo, il quale è ancora ben limitato e non si modifica nella forma che più tardi (fig. k, l, m). I raggi del citastro non raggiungono il loro massimo sviluppo colla formazione del fuso, ma aumentano ancora in lunghezza e grossezza fino alla formazione dell'amphiaster (fig. p, t, u, v). Dopo questo stadio, ed anche dopo la ricostituzione dei nuclei figli, il corpuscolo polare è ancora visibile (fig. y), non è che più tardi che non appare più rilevabile (fig. z), restandovi ancora per qualche tempo l'area polare che poi scompare anch'essa.

Il citastro che ha raggiunto il suo massimo sviluppo allo stadio delle corone figlie, nella qual fase i raggi protoplasmatici giungono fino alla periferia della cellula, più tardi subisce un regresso, i fili si raccorciano, si fanno più radi, si mantengono però abbastanza grossi, ed anche in cellule in cui più non esiste nè macula nè area polare, si scorge ancora nella sostanza cellulare una specie di trabecolato dato da questi filamenti che hanno perduta la disposizione radiale (fig. z').

Le macule polari non conservano sempre il medesimo aspetto nè la medesima grandezza a traverso a tutte le fasi di scissione. In genere ho notato che esse sono ben appariscenti e grandi, sebbene poco colorite, quando i nuclei figli si sono ricostituiti, e quando si sono poste agli estremi opposti d'un diametro del nucleo prima che compaia il fuso acromatico; nelle altre fasi si notano tutte le variazioni di grandezza, però allo stadio di metacinesi e a quello dei dischi figli sono sempre assai piccole ma molto colorabili.

I corpuscoli polari furono segnalati per primo da v. Beneden (12) che li scopri nelle uova dei Diciemidi in segmentazione. Furono rinvenuti poi in altre cellule, ed il nome di corpuscolo polare dato da v. Beneden stesso è stato accettato da Flemming e da altri istologi. Questi corpi per v. Beneden formerebbero il centro di un altro corpo cioè della sfera attrattiva. Nei blastomeri dell'Ascaris megalocefala (13) l'autore avrebbe trovato che la sfera attrattiva non iscompare mai, e che quando il nucleo entra in una nuova cinesi essa si divide in due. Per queste ed altre osservazioni v. Beneden opina che la sfera di attrazione col suo corpuscolo centrale costituisca un organo permanente al medesimo titolo del nucleo non solo per le cellule di segmentazione dell'uovo, ma per ogni cellula, che ogni sfera proceda da una sfera antecedente, e che ogni corpuscolo polare derivi da un corpuscolo precedente. Il corpuscolo polare o centrale avrebbe il significato di un organo direttore (Ansatzorgane). Quando esso si divide gli elementi contrattili della cellula si formano in due sistemi, e l'azione antagonista di questi due sistemi ha per seguito la divisione cellulare.

Vialleton (71) nel suo studio sullo sviluppo della Seppia, condotto nel laboratorio del prof. Kleinenberg, ebbe pure campo di fare importanti osservazioni su quanto riguarda i corpuscoli polari, ed io ho avuto il piacere di vedere i suoi bei preparati. Egli trovò nella Seppia che i corpuscoli in discorso (taches polaires) sono fortemente colorabili, e che sono circondati da un'area formata da una sostanza pallida finamente granulosa. Essi prima hanno forma di dischi abbastanza larghi, e sono pallidi, mentre quando il fuso è formato si contraggono in piccole sfere assai colorate le quali situate da prima sul punto di convergenza dei raggi del fuso, dopo si allontanano da questo punto emigrando in senso opposto verso la periferia della cellula. Poi quando i nuclei figli sono venuti al loro contatto ciascuno di essi si divide in due gruppi di granulazioni, formando dei piccoli ammassi, i quali tendono ad allontanarsi l'uno dall'altro girando attorno al nucleo fino a riuscire alle opposte estremità del medesimo.

I miei reperti sui Teleostei si accostano assai a quelli di questi due autori sugli invertebrati (¹); diversificano solo in ciò che io nello stadio di riposo, quando manca assolutamente ogni traccia di struttura radiata nel protoplasma, non ho veduto le macule polari. Attesa la facoltà che hanno tali corpuscoli di contrarsi, e di estendersi ed anche di ridursi in granuli, e di essere secondo i diversi stati più o meno colorabili, può farsi la supposizione che i medesimi nello stato di riposo prendano una forma ed una colorazione tale da non essere più distinguibili dalle granulazioni del protoplasma cellulare. La ricomparsa al principio della mitosi di due macchie vicinissime l'una all'altra mi sembra un fatto che appoggi questa mia ipotesi, e per questo motivo io sono inclinato a credere con i citati autori che tali corpi non entrino nella costituzione del nucleo, come altri vorrebbero, ma che al contrario essi siano formazioni indipendenti dal nucleo, ed aventi non meno del nucleo stesso una grande importanza nella scissione cellulare indiretta.

⁽¹⁾ Dall'epoca in cui fu fatto questo mio lavoro, che per disgraziate circostanze non si potè pubblicare fino ad ora vennero alla luce buon numero di pubblicazioni confermanti la presenza dei centrosoni anche nei vertebrati (O. Schultze, Hermann, Kölliker, Flemming).

Negli stessi blastodischi sui quali ho studiata la scissione indiretta ho notato pure, benchè assai di rado, dei casi di divisione diretta. Ho verificato questa maniera di scissione solo in alcune cellule marginali, adunque in elementi che probabilmente si sono staccati dal cercine dello strato intermediario o che sono destinati a farne parte. I nuclei di queste cellule in divisione sono strozzati nel mezzo secondo lo schema dato da Remak; essi si presentano molto colorati e sono provveduti di numerose granulazioni, le quali sono collocate per la massima parte ai poli del nucleo. Mancano i corpuscoli polari e i raggi protoplasmatici.

Rinvenni anche in blastodermi verso la fine della segmentazione qualche caso di cellule polinucleate situate come le precedenti fra gli elementi del margine. I nuclei in tal caso sono scolorati, mostrano un chiaro reticolo cromatinico con punti nodali piccoli e con nucleoli, per modo che si assomigliano molto ai nuclei della membrana perivitellina.

La Membrana Perivitellina.

Già nello studio della segmentazione ho parlato dell'origine di questa membrana e della derivazione primitiva dei nuclei che in essa si trovano; ora conviene che io segua le ulteriori sue fasi di sviluppo.

Si affaccia qui subito la questione: una volta comparsi i nuclei come si accrescono questi di numero, e come dal loro punto d'origine si portano poi a coprire prima gran parte, e più tardi anche tutta la membrana perivitellina?

I più recenti autori si accordano su ciò che da principio questi nuclei si moltiplicano per divisione indiretta, ed io stesso ho trovato ad un certo stadio nel cercine di tale membrana dell'uovo di *Cristiceps* figure cariocinetiche, però in istadi ulteriori non ne ho più potuto vedere. In altre uova potei invece riscontrare molti casi di divisione mitotica anche a stadi più inoltrati.

Nella figura 3 della tavola II ho riportato una sezione di un blastoderma appartenente a quella specie di uova pelagiche ricordate a pagina 151. Quivi nello strato intermediario assai sviluppato si vedono oltre a nuclei in riposo anche molti altri nuclei in istato di scissione indiretta sparsi senz'alcun ordine in tutto lo strato. Le figure nucleari superano in grandezza di circa il doppio quelle dei blastomeri; esse sono più abbondanti verso la periferia che verso il centro. Quelle più profonde sono immerse in un protoplasma assai ricco di vitello nutritivo, che vi si trova commisto sia allo stato di granuli, sia in quello di blocchi di varia grandezza.

Ora le figure nucleari profonde presentano molte irregolarità. Oltre a certe forme alterate, come corone ovali allungate, stelle figlie di ineguale grandezza, e fusi scontorti (fig. 3 della tav. II), trovai anche casi di forme cariocinetiche tripolari più o meno regolarmente disposte (fig. 5 a, b, tav. II). Consimili figure non furono finora mai descritte nella membrana perivitellina, vennero invece trovate spesse volte in altre formazioni sì normali che patologiche. Così figure tripolari od anche pluripolari vennero scoperte da Arnold (3), Martin (46), Cornil (16), Tizzoni e Poggi (70), Martinotti ed Oliva (80) nelle cellule dei tumori, da Rabl in un ematoblastema della milza di un proteo, dai Mayzel nella cellula connettiva di un proteo, da Denys nelle cellule giganti del midollo delle ossa, e da Hegelmaier anche nelle cellule vegetali (81).

Un bell'esempio di scissione cellulare indiretta in istadi relativamente avanzati della segmentazione ho trovato in quelle altre uova del porto che ho ricordate a pag. 151. Isolato l'involucro protoplasmatico esterno di queste uova ad una fase di sviluppo con 10-12 strati di blastomeri, e posto ad osservare a piccolo ingrandimento, si vede in esso una disposizione dei nuclei e del protoplasma che assomiglia molto a quella di un epitelio pavimentoso semplice di cellule esagonali, e ricorda per questo fatto la descrizione data da Kupffer, che io ho riassunta a pag. 164. Si vede infatti attorno ai nuclei regolarmente disposti un protoplasma chiaro, ed attorno a questo un protoplasma più granuloso; i nuclei verso l'equatore sono grossi vescicolari e ben distinti, verso il germe sembrano costituiti da molte punteggiature.

A forte ingrandimento si scopre invece che lo spazio chiaro attorno ai nuclei è dato da tanti *aster* protoplasmatici, e che mentre verso l'equatore si hanno nuclei in riposo, verso il germe si presentano figure di scissione indiretta.

Ho disegnato nella figura 2 della tavola II un frammento della parte estragerminale della membrana perivitellina. Vedonsi quivi superiormente dei blastomeri marginali aderenti alla membrana (blp). Alcuni di essi sono pallidissimi tanto che sembrano vescicole vuote, ed hanno nel loro interno, non nel centro ma in quella parte della periferia che guarda la membrana la metà di un amphiaster, l'altra metà è nella membrana. Più sotto si vedono libere interamente nella membrana delle figure di fusi e di anfiastri. La figura cromatica del fuso (a) è assai irregolare, invece della piastra equatoriale vi si nota un ammasso granuloso fortemente colorato che disegna la forma del fuso. Anche certe figure di anfiastri non presentano distinti i fili cromatici, sembrano piuttosto ammassi di granuli. In c vi è un nucleo di forma pure speciale composto da tante grosse granulazioni, di cui alcune sono staccate dalle altre; verso il medesimo concorrono da una parte alcuni brevi raggi protoplasmatici.

Ho rilevato che le figure cariocinetiche della membrana perivitellina conservano fra loro un rapporto che ha una certa costanza, cioè esse sono disposte in file successive parallele all'orlo del blastodisco e tutte quelle di un ordine hanno per la maggior parte delle volte il loro asse maggiore disposto perpendicolarmente a quelle dell'ordine immediatamente vicino. Così ad es. nel disegno l'anfiastro b è ordinato perpendicolarmente al fuso a. Mi è parso interessante il notare questa particolarità, perchè mi sembra che la regolare disposizione dei nuclei, che si trova sulla membrana perivitellina di queste e di altre uova, si possa ripetere da questo particolare orientamento.

I nuclei degli strati inferiori sono tutti allo stato di riposo, pare per ciò che la moltiplicazione dei nuclei nella membrana proceda specialmente da quelli che si trovano in vicinanza al germe, cioè nel cercine. Quindi i nuclei periferici sarebbero i primi formati, e si troverebbero così allontanati dal luogo primitivo d'origine in parte perchè lanciati a mano a mano più in là dai centri di attrazione dei fusi diretti in senso perpendicolare al germe, ed in parte perchè cacciati dalla posizione primitiva per opera dei nuovi centri formatisi attorno ai nuclei di nuova formazione.

Dopo una fase di sviluppo nella quale i nuclei della membrana perivitellina si moltiplicano per divisione mitotica, la quale dura più o meno a lungo nelle diverse uova, succede un altro stadio in cui si trova che i nuclei aumentano ancora di numero senza per altro riscontrare forme cariocinetiche. D'onde proviene questo aumento?

Si sono poste avanti a questo proposito dagli autori due possibilità, si ammise cioè la moltiplicazione diretta dei nuclei, una emigrazione di elementi dal blasto-disco alla membrana perivitellina.

Riguardo al primo modo di accrescimento numerico dei nuclei parecchi autori ne parlano, nessuno però scende a dare particolari sul fatto. Rauber (⁵⁶) dice solo che dopo un certo periodo di divisione indiretta i nuclei del plasmodio si moltiplicano per semplice strozzamento e gemmazione (durch einfache Abschnürung und Sprossenbildung); Ziegler (⁷⁷) si esprime pure semplicemente in questo modo; Kowalewsky (³⁸) anche esserisce che nello strato intermediario del *Carassius auratus* i nuclei dopo un breve periodo di divisione indiretta passano allo stato di riposo e poi si moltiplicano solo per frammentazione (durch gewönliche Fragmentation), nè List, nè Agassiz-Whitman si pronunciano in proposito.

Io ho incontrato nel *Cristiceps* un materiale favorevole per lo studio di questo secondo periodo della vita dei nuclei della membrana perivitellina, ed ho dovuto convincermi che veramente ha luogo una divisione diretta (frammentazione di Arnold), Nel *Cristiceps*, come ho detto, il periodo della moltiplicazione mitotica è brevissimo, è relativamente lungo invece quello della moltiplicazione diretta sia per semplice strozzamento, sia per gemmazione con tutte le forme intermedie fra queste due modalità di scissione.

Nella figura 4 della tayola II ho disegnato un frammento dello strato intermedio di un blastoderma con 12-14 strati di elementi. Ora anche in questo solo frammento si possono seguire molte fasi del processo di divisione amitotica. I nuclei appaiono grandi, vescicolari, ripieni di un succo incoloro, provveduti di una parete molto colorabile, la quale forma delle duplicature al punto in cui presenta uno strozzamento. In essi si vedono parecchi nucleoli cromatici ed un reticolo di filamenti alcuni grossi e colorati, altri sottili e quasi incolori; i più grossi sembrano in continuazione col nucleolo e colle duplicature interne della membrana nucleare. I nuclei e e b si presentano molto allungati, contorti e veramente strozzati; i tre nuclei vicino ad α costituiscono secondo me una forma di passaggio fra i primi ed i nuclei c e d i quali si dividono solo in due parti quasi perfettamente uguali e simmetriche. In c i due nuclei figli sono ancora uniti fra di loro, ed hanno i nucleoli situati simmetricamente in parti opposte; in d si trovano due nuclei pure eguali, i cui nucleoli stanno ravvicinati fra loro. Dal confronto di queste due figure nucleari c e d sorge facile l'idea che i nuclei c siano derivati per divisione diretta di un nucleo che è passato prima per stadi simili a quelli cui si trovano i nuclei e e c.

"Die abgeschnürte Theile können längere Zeit in Zusammenhang bleiben oder es erfolgt fruher oder später eine Trennung derselben. Dass man bald eine complicirte Kernfigur, bald mehere isolirte Kerne in einer Zelle vorfindet, wird damit leicht verständlich ".

La somiglianza fra i nuclei della membrana perivitellina e quella di certe cellule giganti è anche maggiore se si osservano i primi in blastodermi ad uno stadio meno avanzato nella segmentazione. I nuclei allora sono molto colorabili presentano alcuni due o tre nucleoli ed una struttura granulare, altri sono così colorati che non si può rilevare in essi alcuna struttura. Ora Arnold parla della grande facoltà di ricevere le sostanze coloranti che hanno i nuclei di certe cellule giganti in atto di divisione, e disegna nelle figure 16, b, f, h, i, l, della tav. XIV dei nuclei rassomiglianti perfettamente a quelli veduti da me nello stadio indicato.

Se dopo quanto ho detto non appare ancora bene dimostrata la moltiplicazione amitotica dei nuclei della membrana perivitellina, varrà, credo, come altro punto di sostegno per ammettere questa divisione, il fatto che mentre nel periodo di divisione indiretta i nuclei della membrana perivitellina si trovano sempre ad una notevole distanza gli uni dagli altri, e ciò appunto per il modo con cui si verifica tale divisione, invece quando non si riscontrano più figure cariocinetiche si trovano dei gruppi di nuclei assai ravvicinati gli uni agli altri. Ora per la formazione di questi gruppi di nuclei non si adatta meglio altra spiegazione che quella di ammettere che tutti i nuclei di un gruppo siano derivati per la divisione diretta di un nucleo già arrivato in luogo per opera della primitiva scissione mitotica.

L'immigrazione nella membrana perivitellina di elementi del blastodisco venne ammessa da molti. Parlando della formazione di questa membrana ho accennato come Oellacher e Weil non ammettono altra origine dei nuclei della membrana che questa dell'immigrazione, e che Romiti pure si accosta a questa opinione. Kingsley e Conn (36) hanno osservato che i nuclei i quali appaiono perifericamente al blastodisco prima hanno contorni cellulari, e poi li perdono, per cui opinano che essi siano derivati da cellule immigrate. Anche Wenckenback osservò tale disposizione, motivo per cui egli crede che una parte dei nuclei dello strato intermediario derivi dalle cellule del blastoderma. List asserisce di aver notato, tanto su uova viventi che su uova sezionate, che alcune cellule di segmentazione si sciolgono dall'orlo del blastodisco e vanno a porsi nel tuorlo, ma è dubbio che questi casi siano normali. Affatto recentemente Reinhard (60) torna a sostenere che i nuclei del periblasta provengono esclusivamente da immigrazione delle cellule del germe. Egli su preparati induriti e studiati per sezione avrebbe potuto notare la facoltà locomotrice di queste cellule: Die eindringenden Zellen sind amöbenförmig und besitzen Bewegunsfähigkeit, was « klar aus einigen meiner Praeparate ersichtlich ist, in welchen ich bewegliche Zellen

fand, welche von den gegen den Rand des Blastodisck zu gelegene Zellen durk einige Dotterballen getrennt sind ...

Io confesso di non avere mai notato nè nelle uova di *Cristiceps* nè in quelle di altri Teleostei nulla di simile a quanto videro Kingsley e Conn e Wenkenbach, però non metto in dubbio le loro osservazioni. Ma questo fatto secondo me può spiegarsi più che per una vera immigrazione per un'estensione della segmentazione al

di là dei limiti del blastodisco, segmentazione che poi abortirebbe ed avrebbe per seguito la sola scissione nucleare. Ma Venekenbach (76) avrebbe osservato oltre a ciò in un caso una vera emigrazione nella membrana perivitellina delle cellule della base del blastodisco: « Die Zellen schwellen einigermaassen auf, lösen sich von einander ab, nehmen eine unregelmässige Gestalt an und fallen auf den Boden der Furchungshöle; hier verschmelzen sie mit der Periblastmasse ».

Io rinvenni una sola volta una cellula che aveva tutte le apparenze di quelle del germe, ben limitata nei suoi contorni, situata nello spessore della membrana perivitellina, la quale in quel luogo appariva rigonfiata. Un'altra volta, ma a segmentazione finita, cioè quando cominciava a formarsi l'entoderma, in uno dei nuclei grandi della membrana, il quale assomigliava a quello disegnato nella figura 6, b della tavola II, vidi un elemento affatto simile a quelli del germe. Oltre di questi due casi molto caratteristici, ne rinvenni anche altri in cui le cose non erano così chiare e che però tralascio di descrivere; però anche quei due soli casi mi portano all'opinione che nel *Cristiceps* sia durante la segmentazione, sia dopo la medesima alcuni isolati elementi possano uscendo dal germe penetrare nella membrana perivitellina e concorrere così all'aumento dei nuclei che si trovano nella medesima.

Nel caso del *Cristiceps* il concorso di elementi migranti nella membrana perivitellina è assai limitato, in altre uova sarà forse più grande, ma credo che questo non raggiunga mai tale proporzione, da essere questa migrazione l'esclusiva causa della formazione dei nuclei della membrana come vogliono Reinhard ed altri.

Ora circa alla membrana perivitellina mi resta da toccare un'ultima questione, cioè quella della sua funzione e del suo significato.

A questo proposito noi troviamo nella letteratura espresse le più disparate opinioni. Anche lasciando da parte la idee dei più antichi embriologi come Ratke, V. Baer e Vogt, noi troviamo che Lereboullet e Kupffer credono che la membrana perivitellina si trasformi nell'entoderma. Owsjannikow notò che le cellule uscite dal parablasta vanno fra il globo vitellino ed il foglietto sensoriale e formano ivi un foglietto speciale. Oellacher crede invece che le cellule le quali si trovano nel vitello nutritivo non partecipano alla formazione dei foglietti blastodermici, esse dimorando nel vitello accrescono di volume ed acquistano le forme più varie. Per v. Bambeke lo strato intermediario da luogo al foglietto mucoso e forse anche al sangue; per v. Beneden da luogo all'entoderma, al sangue ed al connettivo. Secondo Hoffman il parablasta non prende parte alla formazione dei foglietti, esso assimila gli elementi del tuorlo nutritivo per somministrare alle cellule dell'archiblasta ed all'embrione da esso derivante una specie di sangue "provisorisches Blut". Gensch (22), e Ryder fanno da esso derivare il sangue. Secondo Brook dallo strato intermedio si formano molte cellule di cui una gran parte costituisce l'ipoblasta. Troviamo poi un gruppo di osservatori, quali Henneguy (27), Goronowitsch (24), Agassiz e Whitman, Wenckenbach, Ziegler (77), e Miecz. v. Kowalewsky, i quali non ascrivono alla membrana perivitellina alcun ufficio nella formazione dell'embrione; essa preparerebbe solo il materiale nutritivo. Inoltre Wenckenbach, Kowalewsky e Ziegler affermano tutti che i nuclei della membrana vanno incontro ad una degenerazione speciale. List non sa pronunciarsi in proposito, e Reinhard finalmente deriva dal parablasta l'intestino medio.

Tutte queste varietà d'opinioni dimostrano se non altro le grandi difficoltà che si incontrano nello studio della membrana perivitellina, quando al momento della formazione dei foglietti divengono in talune parti molto stretti i rapporti fra le cellule del blastodisco ed i nuclei della membrana stessa. In parte anche, e dentro certi limiti, la diversità dei reperti può essere forse dipendente dal diverso materiale usato nello studio, perchè, come abbiamo già veduto, nelle uova di alcune specie di Teleostei lo strato intermediario è così sviluppato e così ricco di nuclei, che si può paragonarlo senz'altro all'ammasso delle cellule vitelline a segmentazione totale ineguale; in altri invece lo strato è così sottile ed i nuclei vi sono sparsi così scarsamente da far togliere già sulle prime ogni sospetto che detti nuclei debbano anch'essi concorrere alla formazione dell'embrione.

In vista dell'importanza della quistione io ho insistito lungo tempo sullo studio dei nuclei della membrana, ma pur troppo io devo dire che in molti punti rimango tuttavia nell'incertezza. Io ebbi i seguenti risultati.

Verso la fine della segmentazione, quando nel blastodisco comincia la differenziazione dei foglietti, i nuclei della membrana si trovano sparsi fin verso l'equatore dell'uovo ed anche più in là. Essi sono disposti in modo irregolare, a gruppi, e non presentano tutti lo stesso aspetto. Ai cercini se ne trova sempre un buon numero che sono tondeggianti od allungati, chiari, e dimostranti nel loro interno un reticolo cromatico con punti nodali a guisa di nucleoli; inoltre se ne trovano altri pochi più piccoli, assai colorati e granulosi. Nella parte fuori del cercine i nuclei sono piuttosto scarsi, sono tutti chiari e variamente foggiati. Nella porzione subgerminale sono più numerosi in quella regione della membrana che forma il pavimento della cavità germinativa, la quale è eccentrica, e in una parte di questo pavimento, nella quale lo strato protoplasmatico è assai spesso e ricco di vacuoli, si osserva un accumulo di questi nuclei, molti chiari di varia dimensione, altri piccoli assai colorati.

Quando il foglietto inferiore ha ricoperto l'area embrionale del blastodisco, molti nuclei della membrana hanno subito delle modificazioni nella loro forma e nel loro aspetto, cioè si sono fatti più grandi e più chiari. Il loro contorno si è reso più irregolare, la membrana si è assottigliata, e nell'interno possiedono ancora un reticolo che è più sottile e meno colorato di quello dei nuclei allo stadio precedente; i punti nodali al contrario sono più grandi e di aspetto omogeneo. Lo spazio esistente fra le maglie del reticolo è occupato in molti punti, massime verso la parete, da una sostanza debolissimamente colorata, la quale a forti ingrandimenti ha l'aspetto di un finissimo stroma; lo spazio di altre maglie, assai più largo, è occupato da una sostanza incolora molto rifrangente, la quale da a tutto il nucleo un aspetto caratteristico (fig. 6 a, tav. II). Altri nuclei hanno invece ancora l'apparenza di quelli degli stadi precedenti, e sono chiari o colorati. Oltre a ciò i nuclei che si trovano in quella parte della membrana perivitellina che forma il pavimento della cavità germinativa appaiono diminuiti in numero.

A questo periodo si trovano sparsi sul pavimento della cavità germinativa degli elementi, di cui alcuni rassomigliano nell'aspetto a quelli che si vanno ordinando a formare l'entoblasta primitivo, altri posseggono un grande nucleo e pochissimo protoplasma il quale è assai tenue, altri invece hanno un protoplasma molto granuloso,

non hanno una forma regolare e possedono un nucleo eguale a quello delle cellule precedenti. Questo nucleo che ha uno o due grossi nucleoli con finissimi e scolorati fili reticolari assomiglia molto ai nuclei della membrana perivitellina. Accanto a questi si trovano talora degli elementi più grandi granulosi e polinucleati, e in qualche raro caso rinvenni nella cavità germinativa delle gigantesche masse di protoplasma a grossi granuli senza un apparente nucleo, o con un piccolo nucleo molto colorato disposto eccentricamente. Accade talora che in corrispondenza di taluni piccoli elementi la superficie della membrana perivitellina si presenti come sfibrata.

Subito dopo, cioè quando la chiglia nervosa è già formata, i nuclei della membrana perivitellina presentano ulteriori modificazioni nell'aspetto. La maggior parte offre un aumento delle modificazioni precedentemente riscontrate; vale a dire, si sono rigonfiati ancora di più, presentano un reticolo anche più scarsamente colorato, dei nucleoli aumentati in numero e grandezza, ed un maggior numero di spazi scolorati occupati dalla sostanza molto rifrangente (fig. 6 α , tav. II). Con questi se ne trovano altri meno modificati, altri ancora colorati, ed infine parecchi che sono irreconoscibili. Piuttosto che nuclei questi si possono dire vacuoli contenenti ammassi di sostanza nucleare. Nell'area che designa il nucleo primitivo si riscontrano un maggior o minor numero di nucleoli o di punti nodali molto grossi, attorno ai quali stanno disposti in senso radiale alcuni scolorati fili dell'antico reticolo, mentre un cerchio dello stesso aspetto dei fili limita questi perifericamente; altri punti colorati sono liberi, oppure sono aggruppati ed immersi in una sostanza chiara punteggiata (fig. 6 b, tav. II).

L'aspetto di questi nucleoli colla sostanza che li circonda ricorda un po' il globulo rosso embrionale, e Gensch ed altri, tratti in inganno da questa apparenza derivarono appunto dalla scomposizione di questi nuclei i globuli rossi del sangue dei Teleostei.

Più tardi col formarsi dell'embrione la membrana perivitellina si assottiglia, e corrispondentemente i nuclei si fanno larghi ed appiattiti; ma essi sono molto diminuiti di numero. In alcuni non vi è più traccia di membrana ed il protoplasma si addossa ai cumuli nucleari dividendoli fra di loro. Si trova allora in qualche punto della membrana perivitellina dei nucleoli in maggior o minor numero ancora circondati da uno spazio chiaro che si è alquanto più esteso: in altri luoghi dei granuli aventi lo stesso aspetto circondati immediatamente dal protoplasma.

Queste mie osservazioni ricordano in massima quelle di Miecz v. Kowalewsky, Wenckenbach e Ziegler.

La notata presenza di elementi granulosi e polinucleati nella cavità di segmentazione, di elementi chiari a grande nucleo, la connessione assai intima che alcuni di questi hanno colla superficie della membrana, possono dar luogo a due supposizioni, cioè che alcuni nuclei della membrana perivitellina rivestiti di protoplasma possano in questa forma cellulare penetrar nella cavità di segmentazione oppure che i nuclei di alcuni elementi che si trovano in vicinanza al periblasta possano subire le stesse modificazioni dei nuclei del periblasta stesso. Wenckenbach dice che gli elementi i quali si trovano in vicinanza al periblasta e che possiedono i caratteri di questo sono cellule che stanno per entrare nel periblasta stesso; però io ho dei fatti in contrario da opporre, cioè che già dalla comparsa del solco equatoriale gli elementi

periferici del blastodisco i quali formano un tutto originariamente collo strato intermedio ne posseggono per qualche tempo anche i caratteri, eppure passano nel blastodisco. Inoltre io ho già detto di aver osservato due elementi coi caratteri delle cellule del blastodisco nella membrana perivitellina, uno anzi in un nucleo alterato; questi elementi quindi già penetrati nella membrana conservano tuttavia gli originali caratteri.

In conclusione a me pare ammissibile, che durante la segmentazione almeno, alcuni nuclei possano isolarsi nella membrana e sotto forma cellulare entrare nel blastodisco. Più tardi però certamente i nuclei della membrana perivitellina vanno incontro ad una metamorfosi regressiva. La descrizione da me data oltre accordarsi in molti punti con quella relativa agli stessi nuclei di Kowalewsky, Weckenbach e Ziegler si accorda, anche con quella di Arnold sulla degenerazione delle cellule amiboidi, specialmente riguardo al contegno della sostanza cromatinica. Egli dice: « Die- selbe zieht sich nach verschiedenen Stellen des Kerngerüstes zurück und stellt so im Kerninneren gelegeue rundliche und eckige, grössere und kleinere stark glänzende und intensiv sich färbende Gebilde dar, die im weiteren Verlauf der Degeneration

« Kleiner verden und schwinden, während auch an der Kernmembran Auflösun-« gerscheinungen sich bemerkbar maken ».

Dopo la comparsa dell'abbozzo embrionale la membrana perivitellina entra in un lungo stadio di riposo. Allora essa ha il significato di un organo provvisorio la cui funzione evidentemente è quella di elaborare il materiale lecitico per adattarlo così alla nutrizione dell'embrione. Come agisca essa sul tuorlo e come riesca a consumarlo a poco a poco, si può studiare in parte anche al microscopio. Nel *Cristiceps* si vede che il protoplasma della membrana involgendo le masse lecitiche le riduce in piccoli frammenti. Questi dapprima hanno contorni irregolari, a poco alla volta poi si fanno tondeggianti e si impiccioliscono sempre più. Contemporaneamente all'alterazione di forma i granuli lecitici subiscono verosimilmente anche delle modificazioni nella composizione chimica, poichè dapprima essi sono pochissimo colorabili, dopo acquistano a grado a grado una maggior colorabilità, sicchè per essa i piccoli granuli vitellini vengono poi a confondersi per l'aspetto coi granuli protoplasmatici.

Concludendo riguardo alla membrana perivitellina si possono stabilire le seguenti proposizioni:

- 1º Essa ha la sua prima origine colla formazione del solco equatoriale, ed allora essa corrisponde all'emisfero inferiore delle uova a segmentazione totale ineguale.
- 2º Durante i primi stadi della segmentazione e forse anche più tardi essa continua a cedere elementi formali al blastodisco.
- 3º Cessata la segmentazione, essa acquista il significato di un organo provvisorio, il quale serve ad elaborare per la nutrizione dell'embrione il materiale lecitico che rinchiude.

La lamella di rivestimento.

Prima di descrivere la formazione dei foglietti blastodermici io dirò qualche parola su quello strato di cellule che abbiamo veduto differenziarsi di buon ora alla superficie del blastodisco e che ho chiamato col nome di lamella di rivestimento.

Gli autori tedeschi la chiamano *Dekschicht*, ma ha ricevuto altri nomi; così fu chiamata da Lereboullet *strato epidermoidale*, da Reichert e da v. Bambeke *Umhüllungshaut*, da Götte *Schutzhülle*, da Oellacher *lamina cornea*, da Romiti *foglietto corneo*.

Questo strato resta sempre composto di un solo ordine di cellule, le quali dapprima globose, verso la fine della segmentazione si fanno larghe ed appiattite. Più tardi queste cellule si rendono addirittura lamellari e si allargano ancora dippiù, quindi è inesatto l'appellativo di cellule fusate che danno loro molti autori, perchè l'aspetto di un fuso è solo dato quando le si osservano in sezione.

Io sono portato a credere che molte delle cellule componenti la lamella di rivestimento siano derivate da quelle che si sono staccate dallo strato intermedio, e ciò per le seguenti osservazioni. Queste cellule sono più colorabili che le altre del blastodisco, e se si esaminano al tempo della loro prima comparsa si osserva che una rilevante parte di esse sono ripiene di materiale lecitico, il quale può trovarvisi anche in masse di dimensioni relativamente enormi. Fra le cellule della lamella anche a stadî avanzati se ne trovano parecchie di grandi dimensioni possedenti due o più nuclei. Nella figura 15 c della tav. III è riprodotta una sezione di un blastoderma in cui trovasi già formato il cordone nervoso assiale, e nella lamella di rivestimento si nota fra le altre una cellula assai grande e spessa la quale contiene quattro nuclei. Oltre a ciò si nota negli ultimi periodi della segmentazione che le cellule di questa lamella, le quali coprono la regione centrale del disco, sono già molto appiattite, mentre venendo verso l'orlo del medesimo esse passano per gradi ancora alla forma globosa. Le cellule più periferiche della lamella di rivestimento trovansi aderenti alla membrana perivitellina, ed alcune di esse si affondano più o meno in questa formazione. Anche in istadi avanzati, quando l'abbozzo embrionale è già comparso, le cellule periferiche della lamella tengono sempre costante l'indicato rapporto colla membrana perivitellina, e per questo fatto ritengo errata l'opinione di coloro i quali vogliono che le cellule della lamella di rivestimento all'orlo si continuino collo strato inferiore delle cellule del blastodisco.

Che questo strato di cellule superficiali il quale forma la lamella di rivestimento non abbia il significato di un foglietto blastodermico, ma che esso al contrario rivesta semplicemente il foglietto esterno senza prendere parte a nessuna delle formazioni di questo foglietto, è un fatto che oramai fu constatato dalla gran maggioranza degli embriologi, e quindi stimo inutile estendermi su questo punto.

Romiti (62) però vorrebbe che questa lamella, il suo foglietto corneo rivestisse, come fa lo strato più superficiale del foglietto esterno in altri vertebrati, il canale centrale del sistema nervoso cerebro-spinale. Egli ha notato nel salmone un solco dorsale superficiale e nella parte più profonda di questo solco le cellule del foglietto corneo, le quali si insinuavano per un certo tratto nello spessore del rigonfiamento nervoso centrale. Secondo l'autore le prominenze laterali del solco più tardi si riunirebbero e includerebbero così dentro di loro queste cellule provenienti dal foglietto corneo.

Io nel *Cristiceps* non ho potuto notare questa particolarità, di solco dorsale vi è appena un vestigio nella parte posteriore segnato da una debole depressione, e su

di esso la lamella si continua senza presentare alcuna accidentalità; più tardi la depressione scompare per semplice rialzamento, non per accostamento delle prominenze laterali, e quindi la lamina pure è rialzata. Solo quando si forma la fossa romboidale come un solco superficiale, le cellule della lamella incontrandosi nel punto più declive, quelle di un lato si accavallano un po' con quelle dell'altro lato; ma sotto di esse le cellule del foglietto nervoso stanno compatte, e non esiste nessun indizio per poter sospettare che gli elementi della lamella di rivestimento possano essersi insinuati fra le medesime.

Circa l'ufficio di questa lamella, incontrandosi la medesima solo in quelle uova le quali sono deposte nell'acqua, gli autori in generale si accordano nel considerarla come una membrana protettrice del blastodisco rispetto all'ambiente; però a me sembra che massime ai primi tempi della sua formazione, in riguardo della notevole quantità di materiale lecitico che le sue cellule contengono, essa abbia anche la funzione di nutrire i blastomeri più superficiali, i quali sono anche i più lontani dalla membrana perivitellina.

I foglietti blastodermici primitivi.

Noi abbiamo seguito le sorti del disco blastomerico sin verso la fine della segmentazione, o per meglio dire, giacchè la segmentazione si continua poi per tutta la durata della formazione dei foglietti, fino al punto in cui esso ha acquistato un contorno quasi circolare ed una forma di lente biconvessa.

A quest'epoca in esso si trovano già tutti o quasi tutti gli elementi che serviranno al suo ulteriore sviluppo, e però oltre di tutti i blastomeri corrispondenti ai micromeri delle uova a segmentazione totale ineguale, consta pure di molti altri elementi forniti dai blastomeri corrispondenti ai macromeri. Esso è quindi omologo a tutta quella porzione del blastoderma delle uova di storione che sta al di sopra ed ai lati della cavità di segmentazione, cioè a tutto l'epiblasta, ed a gran parte dell'ipoblasta primitivo.

È impossibile il riconoscere come siano ordinati nel blastodisco questi elementi di provenienza diversa, però dal luogo in cui si staccano le cellule dallo strato intermedio cioè agli orli, e dal trovarsi ivi il maggior numero di cellule contenenti masse vitelline si può presumere che gran parte almeno degli elementi ipoblastici si sia raccolta verso gli orli del blastodisco.

Da quel punto in cui lo abbiamo considerato incomincia nel blastodisco una serie di movimenti cellulari per mezzo dei quali esso senza aumentare sensibilmente di massa viene ad occupare una superficie maggiore sulla periferia del tuorlo. Lo spessore del blastodisco perciò diminuisce, e da una forma di lente biconvessa questo passa ad una forma di lente concavo-convessa (tav. III, fig. 10). Lo spessore di questa lente non è uguale dappertutto ma è maggiore verso un lato; cioè verso quella parte del blastodisco da cui si svilupperà l'embrione. Da questo lato la curva che fa la superficie superiore del blastodisco verso l'orlo e più pronunciata che non quella che vi è al lato opposto estraembrionale, e l'orlo stesso nella porzione embrionale presentasi molto ispessito, motivo per cui la cavità di segmentazione si fa eccentrica.

Si fece questione fra gli autori circa la causa che produce l'assottigliamento del disco e del suo distendimento sul tuorlo. Vogt (72) era incerto se si dovesse attribuire ciò ad un dislocamento di cellule o ad una loro moltiplicazione in una determinata parte, oppure ad una distruzione di cellule in una regione e ad una loro moltiplicazione in un altra. V. Bambeke (8) spiega il fatto per una migrazione, mentre Oellacher (48) è sostenitore della moltiplicazione. Gli altri in generale parteggiano per la migrazione, e Götte (22) precisa di più la cosa, ammettendo che il dislocamento cellulare sia centrifugo (Centrifugal Zellenverchiebung), e che al dislocamento prendano parte più della metà della originaria massa cellulare della nota embrionale.

Che la moltiplicazione degli elementi si verifichi in questo stadio è innegabile perchè la segmentazione continua, ma questa non può influire gran che sul cangiamento di forma del blastodisco, perchè le figure cariocinetiche non hanno una direzione determinata e sono sparse in tutte le parti del blastodisco; quanto poi alla migrazione a me pare che avvenga non solo nel senso come dice Götte cioè dalle parti centrali del blastodisco verso il suo orlo, ma anche dall'interno verso l'esterno, perchè dopo il distendimento le cellule, massime quelle degli strati più esterni si trovano costipate le une contro le altre, la qual cosa non appariva prima.

Nel Cristiceps, quando il blastodisco ha acquistato le dimensioni di mm. 0,68-0,70, col minor diametro diretto dall'orlo ispessito all'orlo sottile, cioè parallelo all'asse del futuro embrione, sezioni fatte secondo il diametro più corto mostrano che una metà circa del blastodisco è più sottile che l'altra metà. L'orlo da questa parte più spessa forma una specie di cercine, il quale si affonda alquanto nella membrana perivitellina, e le cellule che limitano in basso l'orlo, ordinate fra loro a modo di un epitelio, sembrano incastrate in questa membrana; verso l'interno queste cellule sporgono un po' oltre i limiti del cercine e si avanzano così verso la cavità di segmentazione, ma sempre affondate nella membrana perivitellina (fig. 11, tav. III).

Il cercine (Randwulst, Keimsaum) che appare nella parte embrionale, non si riscontra nella parte opposta la quale si mantiene sottile come era prima. È solo più tardi che esso si estende a tutto l'orlo pur non raggiungendo mai nelle altre parti lo spessore che acquista nella regione embrionale.

Sembra che in altre specie questo cercine appaia contemporaneamente su tutta la circonferenza del blastodisco, difatti Kupffer (³⁹) ed altri hanno osservato quest'ultimo caso. Inoltre il tempo in cui appare il cercine varia secondo le specie, in alcune, come per esempio nel *Gobius minutus* (Kupffer), la formazione del cercine si verificherebbe solo quando il blastodisco ha invaso quasi totalmente la sfera vitellina; in altre questa formazione è assai precoce, e le uova di *Cristiceps* apparterrebbero a quest'ultima categoria.

Dal momento della comparsa del cercine blastodermico si inizia quel periodo importante dello sviluppo detto di *invaginazione* o di *gastrulazione*, per il quale il blastodisco da semplice si fa bistratificato. Dalla parte embrionaria del cercine si introflette verso la cavità di segmentazione un lembo cellulare, il quale da prima è composto di poche cellule ordinate in un solo strato, poi si fa a mano a mano più potente a misura che esso si avanza verso il centro della cavità. Tale avanzamento è in pari tempo embolico ed epibolico, cioè una parte del materiale cellulare è for-

nito dal cercine, l'altra parte è prodotto in luogo come si può constatare dalle numerose figure cariocinetiche che si riscontrano nella parte riflessa.

Sezioni di un blastodisco di 0,80 mm. di diametro mostrano che lungo l'asse embrionale il foglietto invaginato si avanza di più verso la cavità che nelle parti laterali a questo asse; poi si nota che l'estremità anteriore della porzione invaginata, cioè la parte che si è più inoltrata verso la cavità, incontra la membrana perivitellina in modo che l'elemento che sta all'estremità pare si affondi nella medesima (fig. 12 I, tav. III). Questo rapporto continuo del margine della porzione invaginata colla membrana perivitellina si mantiene costante in tutte le uova da me esaminate.

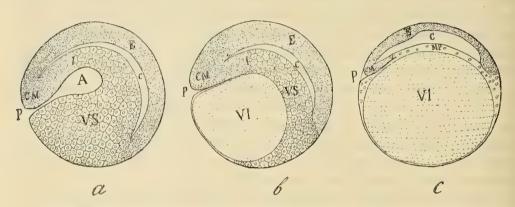
In quelle uova pelagiche grandi, il cui strato intermediario al tempo della segmentazione mostrasi potentemente sviluppato e ricco di figure cariocinetiche (fig. 3, tav. II) questo rapporto si può molto meglio studiare. Al principio dell'invaginazione lo strato intermedio è ancora molto spesso, sebbene non raggiunga le dimensioni di prima, e possiede un gran numero di nuclei sparsi in tutto il suo spessore, non molto grandi, globulari o strozzati nel mezzo, aventi un reticolo cromatico molto ben sviluppato. Corrispondentemente allo spessore dello strato intermedio la porzione invaginata del blastodisco è pure molto spessa e questa si affonda nel detto strato in modo che la sua superficie superiore riesce allo stesso livello della superficie che resta ancora libera della membrana perivitellina. Sotto la porzione invaginata questa membrana è assai sottile, quindi sembra che il lembo cellulare che si invagina cacci avanti a sè una gran parte del protoplasma e dei nuclei di questa membrana.

A questo stadio tanto in queste ultime uova come in quelle del *Cristiceps*, l'invaginazione non si estende a tutto l'orlo, ma comprende solo la parte embrionale. Nella parte estraembrionale si vede solo un ordine di cellule alquanto differenziate da quelle superiori, le quali rivestono la superficie inferiore dell'orlo.

La figura che presenta la porzione invaginata del blastoderma, come si può rilevare su uova viventi o su blastodermi interi isolati, si può avvicinare a quella di un triangolo colla base curva alla periferia e con un apice smussato diretto verso la cavità germinativa. Questo triangolo rappresenta rispetto al blastodisco l'area embrionale, e venne denominata da Vogt bande primitive, da Lereboullet bandelette embryonnaire, da Kupffer e da altri Embryonalschild. Esso presenta il suo massimo spessore lungo una linea che va dall'apice alla metà della base, cioè lungo l'asse dell'embrione (Axenstrang).

Per poter interpretare giustamente le modificazioni che sono avvenute nell'uovo dei Teleostei nel periodo suddescritto, io ricorro ancora, come ho fatto per lo studio della segmentazione, alle uova che si segmentano inegualmente, e trovo nelle uova di Axolotl un oggetto molto opportuno per il confronto. Il Bellonci (10) che ha fatto uno studio particolareggiato sulla formazione dei foglietti nell'Axolotl, vide che dopo che l'ammasso di cellule protoplasmatiche si è esteso alquanto sull'ammasso di cellule vitelline ed ha formato un cercine marginale, sotto di questo cercine si forma una fessura che ha la forma di una falce o di una mezzaluna. Questa fessura si approfonda poi gradatamente ed avanzandosi si allarga e forma una cavità. La formazione della fessura dapprima e della cavità di poi corrisponde ad una vera invaginazione, cioè superiormente le cellule protoplasmatiche del cercine marginale sdoppiando la

calotta blastodermica si internano cacciando avanti a loro le cellule vitelline, inferiormente le cellule vitelline si approfondano pur esse alquanto addossandosi alla cavità di segmentazione che restringono (fig. a). Avviene così che il tetto della nuova cavità formatasi è costituito da due strati, cioè uno superficiale che rappresenta la calotta delle cellule protoplasmatiche, uno profondo formato dalle cellule protoplasmatiche invaginate. Questo strato incontra verso il fondo della cavità le cellule vitelline. L'uovo di Axolotl adunque in questo periodo è passato allo stadio di gastrula; la fessura rappresenta l'ano di Rusconi od il blastoporo; la cavità l'archenteron, e lo strato interno delle cellule protoplasmatiche e le cellule vitelline rappresentano la parete dell'intestino primitivo, ovverosia l'entoblasta primitivo.



Schemi dimostranti il processo di gastrulazione: a) nell'Axolotl; b) nell'Axolotl a uova meroblastiche (Bellonci); c) nei Teleostei con uova provvedute di grosso strato intermedio.

A, Archenteron; C, cavità di segmentazione; CM, cercine marginale; E, epiblasta; I, ipoblasta; MP, membrana perivitellina; P, blastoporo; VI, vitello non segmentato; VS, vitello segmentato.

Il Bellonci ha anche trovato che fra le uova di Axolott ve ne sono alcune le quali presentano una particolarità interessantissima, cioè trovò uova nelle quali la segmentazione non è estesa a tutta la massa vitellina. Ora in queste uova l'invaginazione gastrulare si verifica senza che si formi un archenteron (fig. b); cioè la parte attiva dell'invaginazione è devoluta alle sole cellule del cercine marginale le quali si inflettono semplicemente all'orlo cacciando avanti a loro la formazione vitellina segmentata. Risulta da ciò che una delle pareti della virtuale cavità archenterica è data solamente dal vitello non segmentato.

Da quest'ulimo modo di gastrulazione a quello che si verifica nei Teleostei, massime nelle uova provvedute di uno strato intermedio ispessito, è molto breve il passo, e le omologie si fanno perciò abbastanza evidenti (fig. c). La differenza sta solo in ciò che invece di cellule vitelline noi abbiamo un plasmodio vitellino, e che oltre alla scomparsa totale della cavità gastrulare vi è anche la scomparsa della fessura corrispondente all'ano di Rusconi; tanto l'una che l'altra si sono rese virtuali.

Premesso ciò è facile ora procedere alle omologie. La porzione della parte embrionale del cercine è omologa alla parte dorsale del blastoporo. L'archenteron è rappresentato dalla linea di separazione fra la superficie inferiore della parte invaginata del bastodisco e la superficie sottostante della membrana perivitellina. L'archenteron non è in rapporto diretto colla cavità germinativa, perchè la linea è interrotta dall'incontrarsi che fanno l'estremo anteriore della parte invaginata del blastodisco colla membrana perivitellina. Tale membrana nella porzione corrispondente all'area embrionale rappresentando la parete ventrale dell'archenteron è omologa alla parte ventrale dell'ipoblasta primitivo, mentre la porzione invaginata del blastodisco è omologa alla porzione dorsale dell'ipoblasta primitivo.

Rimane ora da ricercare la parte ventrale del blastoporo. Non può essere questo labbro rappresentato dalla membrana perivitellina che sta al di fuori del cercine embrionale, perchè questa non appartiene all'ectoblasta, e siccome questo al di fuori del vitello non l'incontriamo che nell'orlo del blastodisco, così il labbro ventrale del blastoporo si deve ricercare in quella porzione del cercine marginale che non fa parte dell'area embrionale. Il grande accumulo del materiale lecitico ha prodotto in parte questa alterazione di rapporto, ma in massima parte la causa dell'alterazione si deve ricercare nella precocità con cui si verifica il processo di gastrulazione. Infatti quanto più si ritarda questo processo, progredendo nel frattempo l'involgimento del vitello per opera del blastodisco, tanto più le labbra blastoporiche si devono avvicinare. Se poi il processo di invaginazione non comincia che quando il blastodisco ha invaso quasi totalmente la superficie del globo vitellino, come pare avvenga nel Gobius minutus, si ha allora la forma più perfetta di gastrula compatible colle uova meroblastiche, la quale differisce dall'ideale Gastraea solo perchè la cavità archenterica è cacciata da un lato per opera del vitello nutritivo, ed il suo lume è ridotto a zero.

Interrogando la letteratura vediamo che tutte le pubblicazioni anteriori a quella di Götte (22) parlano della formazione del foglietto inferiore per semplice delaminazione. Götte rilevò per primo l'invaginazione la quale secondo lui si verificherebbe su tutta la periferia del blastodisco. Haeckel (25) poi svolgendo la sua teoria gastrulare, l'applicò anche ai pesci ossei, e però fece omologa l'invaginazione di Götte al processo gastrulare, e l'orlo del blastodisco al blastoporo. Invece di una gastrula si avrebbe nei Teleostei una discogastrula. Rauber (53) fu pure d'opinione che il blastoporo corrisponda a tutto l'orlo del disco germinativo, essendo quello il luogo dove ectoblasta ed entoblasta passano l'uno nell'altro. Egli però, come Haeckel, ammise l'invaginazione da tutto l'orlo del blastodisco. Chiama il blastoporo nel suo primitivo stato Blastostoma o Keimpforte; differenzia anche un Blastostomium primordiale seu verum, che si formerebbe solo quando la membrana blastodermica ha involto quasi interamente il vitello, da un blastostomium secondarium seu intermedium, che corrisponderebbe alla linea primitiva (bottone caudale). Troviamo poi Romiti (62) il quale non accetta la teoria gastrulare, secondo lui l'entoderma si forma direttamente dalle sfere di segmentazione. Kupffer (41) in opposizione ad Haeckel ed a Rauber non crede che l'orlo del blastodisco sia omologo al blastoporo, per lui il processo di involgimento del vitello stabilisce non la gastrula, ma la blastula, per cui l'apertura dell'orlo del blastoderma dovrebbe dirsi blastotrema. Completandosi la formazione della blastula assai tardi ne avverrebbe che la gastrulazione precede la formazione blastulare. Il vero prostoma risiederebbe in un invaginamento cruciforme il quale si verificherebbe sull'area embrionale analogamente a quanto si verifica negli uccelli (falce e linea primitiva). Questo modo di vedere di Kupffer venne combattuto da Garonowitsch, da Henneguy (27), e da Ziegler, secondo i quali la fossa cruciforme di Kupffer non sarebbe altro che il vestigio della doccia midollare in corrispondenza alla fossa romboidale. Ziegler notò che il processo di invaginazione non ha luogo su tutta la periferia del blastodisco, ma solo su una sua parte, cioè al labbro dorsale del prostoma. Il suo modo di considerare la gastrula dei Teleostei si avvicina molto alle idee da me esposte; solo che egli anche nei suoi schemi (78) fa il margine anteriore della porzione inflessa del blastoderma libero nella cavità di segmentazione, ma in tal caso le due cavità gastrulare e germinativa dovrebbero comunicare fra loro, il che in fatto non si verifica.

Ci resta ora da vedere quali siano le sorti ulteriori dell'invaginazione.

Questa progredisce ancora, ma non più in modo così semplice. Alla base essa si estende su una maggior estensione del cercine marginale, ed in avanti si trovano sparsi sul pavimento della cavità di segmentazione una quantitàdi elementi di variabile forma ed aspetto, i quali poi si uniscono in parte al lato interno del cercine marginale estra-embrionale, in parte all'estremità anteriore dell'ipoblasta dorsale. Questa unione è possibile perchè la membrana perivitellina si assottiglia, ed allora la linea esistente fra ipoblasta dorsale e ventrale si continua colla superficie inferiore della cavità di segmentazione.

Questo secondo periodo della formazione dei foglietti ha una breve durata; nel frattempo il blastoderma continuando il suo distendimento attorno alla membrana perivitellina è aumentato da un diametro di mill. 0,80, a mill. 0,95.

Sezioni longitudinali di un blastodisco di mill. 0,90 di diametro, fatte attraverso alla linea assile dell'embrione, mostrano le seguenti particolarità (fig. 13 B, tav. III). Superiormente sotto alla lamella di rivestimento (l r) si nota uno strato di cellule (epiblasta) molto stipate fra di loro, per la maggior parte allungate, le quali hanno il maggior diametro diretto in senso perpendicolare alla superficie libera. Lo spessore dello strato notevole nell'area embrionale, dove esso costituisce l'abbozzo del cordone midollare, è invece assai sottile avanti a quest'area. Nell'area embrionale stessa è alquanto meno sviluppato posteriormente che anteriormente dove costituisce la parte cefalica del cordone midollare. Verso il cercine marginale embrionale le cellule che lo costituiscono cambiano gradatamente aspetto e forma, si fanno più tondeggianti, un po' più grandi e sono più colorabili, e dal cercine si continuano inferiormente colla porzione riflessa cioè colla parte dorsale dell'ipoblasta.

Questa parte dell'ipoblasta raggiunge il suo massimo spessore nelle vicinanze immediate del cercine marginale, cioè verso la parte posteriore dell'embrione che si va formando; progredendo in avanti si fa a mano a mano più sottile, in modo che verso la metà circa dell'area embrionale diventa unistratificato. Esso si avanza anche su tutta la parte posteriore di detta area e prosegue ancora sotto la regione sottile dell'ectoblasta, o meglio si continua colle cellule che sono sparse sul pavimento della cavità di segmentazione e per esse giunge alla parte opposta (anteriore) del cercine marginale.

La forma delle cellule componenti l'ipoblasta è per lo più tondeggiante od ovale col maggior diametro parallelo allo strato, le cellule più profonde della parte embrionale, e quelle che costituiscono l'ipoblasta estraembrionale sono le più irregolari, e fra le medesime si riscontrano casi di elementi polinucleati.

Sezioni longitudinali cadenti sulle parti laterali dell'asse embrionale, differiscono alquanto da quelle corrispondenti all'asse. La parte indivisa, cioè il cercine marginale, appare meno lunga (fig. 13 A tav. III), l'ectoblasta vicino al cercine è più spesso, in avanti è più sottile, l'ipoblasta nella sua parte posteriore e meno spesso che nelle sezioni assiali.

Lo studio delle sezioni trasversali di un blastoderma di 0,95 mm. è più istruttivo (fig. 14, a, b, c, d, tav. III). I tagli posteriori (a), condotti attraverso al cercine marginale mostrano nel centro una disposizione concentrica delle cellule indifferenziate, la quale disposizione venne rilevata anche da Henneguy (28) su altri pesci. Sezioni anteriori a queste (b) constano di due strati di cellule i quali si collegano fra di loro nella linea mediana, e la forma che ne risulta ricorda molto bene quella consimile data da sezioni trasverse interessanti la linea primitiva del blastoderma degli uccelli. I tagli più verso l'avanti sono (c) costituiti da due strati di cellule nettamente separati: il superiore o l'ectoblasta è alquanto più sottile sulla linea mediana che ai lati, l'inferiore o l'ipoblasta (i) presenta la forma di un fuso il cui maggior spessore corrisponde alla linea mediana. Anteriormente ancora (d) tanto l'ectoblasta che l'ipoblasta presentano il loro maggior spessore nel mezzo, ma quest'ultimo foglietto si è alquanto assottigliato. Sezioni longitudinali, o anche quelle trasversali condotte anteriormente all'area embrionale, mostrano in fine che l'ipoblasta che sta al di fuori di quest'area è composto di cellule di varia forma sciolte le une dalle altre, e non ancora ordinate a formare uno strato continuo a guisa di un epitelio.

Rimangono così costituiti i due foglietti da cui deriveranno tutti i tessuti dell'embrione, cioè l'ectoblasta che produrrà il cordone nervoso già in parte abbozzato, nonchè le note degli organi dei sensi e lo strato epidermoidale periferico del corpo; l'entoblasta il quale differenziandosi darà luogo successivamente alle note del mesoblasta, alla corda dorsale ed all'entoblasta secondario, il quale a sua volta fornirà l'abbozzo dell'intestino definitivo. Io toccherò solo delle formazioni derivate dall'entoblasta primitivo.

Il Mesoblasta, la Corda dorsale e l'Entoblasta secondario.

Sull'origine di queste tre diverse formazioni variano assai le viste degli autori. Circa il mesoblasta Rienek (69), Weil, Oellacher, Ryder, V. Bambeke ed His lo fanno provenire per semplice delaminazione del disco blastodermico, secondo Götte (22) esso è formato per una successiva divisione del secundare Keimschicht (parte invaginata del blastoderma).

Per Rabl, come per Haeckel esso avrebbe una doppia origine, cioè dall'orlo del blastoporo, e da delaminazione dell'entoblasta. Goronowitsch (24) deriva il mesoderma da due solidi rigonfiamenti dell'entoderma formati lateralmente alla linea mediana, i quali a poco a poco si isolano dall'entoderma. L'entoblasta per Vogt, Lereboullet, Kupffer, V. Beneden, Klein, V. Bambeke si origina indipendentemente dal blastodisco, cioè dallo strato intermediario; per la maggior parte degli altri da delaminazione del foglietto invaginato; per Miecz v. Kowalewsky da certe grandi cellule le quali si trovano all'orlo del blastoderma dopo che si è già formato il mesoblasta. Circa la

notocorda finalmente dirò che mentre i più recenti autori inclinano a derivarla dall'entoblasta, altri ne fanno una formazione mesoblastica, ed altri la fanno provenire dall'ectoblasta.

I miei reperti si accordano in generale con quelli di Goronowitsch.

Quando il blastodisco continuamente estendendosi arriva ad acquistare il diametro di mill. 1,20, l'abbozzo embrionale si estende su di esso per più della metà della sua grandezza. Veduto per trasparenza un blastodisco a questo stadio, esso presenta una metà circa più oscura dell'altra metà, e nella metà oscura lascia distinguere una linea anche più opaca la quale ha un'estremità al centro del blastodisco ingrossata, ed una alla periferia più larga e più trasperente. Questa linea, verso la periferia rappresenta il bottone caudale, e più innanzi la corda midollare, la quale si rigonfia verso la estremità cefalica.

Descriverò ora quanto si osserva su sezioni trasversali alla linea embrionale di blastodischi allo stadio indicato (fig. 15, tav. III).

Le sezioni posteriori presentano ancora sulla linea mediana la disposizione concentrica degli elementi indifferenti che ho già ricordata, e quelle immediatamente anteriori offronsi bistratificate coi due strati congiunti sulla linea mediana.

Venendo ancora più verso la parte cefalica si hanno sezioni con due strati completamente divisi (a). Lo strato inferiore od entodermico ha una forma di fuso molto rigonfiato sulla linea mediana; lo strato superiore od ectodermico presentasi alquanto più spesso nel mezzo che alle parti laterali. Circa la differenza delle forme cellulari nei due strati non avrei che da ripetere quanto già dissi per blastodermi meno avanzati nello sviluppo.

Qualche sezione ancora più in avanti (b) vedesi già disegnata nell'ectoblasta la così detta *chiglia* sotto forma di un rigonfiamento che questo strato offre alla sua superficie inferiore. Corrispondentemente alla curva sporgente che fa questa chiglia l'entoblasta presentasi alquanto schiacciato e quindi ha perduta la sua figura di fuso.

Portandomi più avanti ancora noto (c, d) che la chiglia si fa più apparente, e che la depressione corrispondente dell'entoblasta per conseguenza si fa più profonda. Inoltre anche sulle parti laterali l'entoblasta a misura che si porta in avanti diminuisce di spessore, ed in c e d lo trovo ridotto ad un solo strato di cellule, salvo che qua e là notasi inferiormente ad esso qualche elemento sparso fra cui anche qualche cellula polinucleata. Il maggior accumulo di elementi entoblastici lo si riscontra subito di fianco alla sporgenza della chiglia laddove appunto l'epiblasta offre delle insenature. Mentre l'ammasso di elementi che sta sotto la chiglia sono disposti in serie regolari e sono compatti, quelli laterali alla chiglia sono più slegati sicchè offrono molti spazi vuoti. Dippiù in d notasi anche una linea di divisione fra l'ammasso laterale alla chiglia e quello ad essa sottostante, ed anche l'ordine di cellule inferiore dello strato ipoblastico presenta a questo punto un'interruzione.

Ora già a questo punto le formazioni date dall'ipoblasta si possono dire abbozzate, la parte sotto la chiglia rappresenta l'ipoblasta cordale, la linea di cellule inferiore darà luogo all'ipoblasta secondario, e l'accumulo di cellule laterali alla chiglia al mesoblasta. Mi affretto però a notare che molti elementi dell'ordine inferiore delle cellule entoblastiche probabilmente entrano pur essi a formare il mesoblasta, mentre

a loro luogo sembra subentrino le cellule sparse inferiormente a quest'ordine. Almeno gli studi di stadî successivi mi fecero venire a questa conclusione.

In un periodo alquanto più inoltrato nello sviluppo, cioè, in blastodermi con aree embrionali lunghe mm. 0,75 l'embrione è meglio disegnato. La chiglia è ormai abbastanza sviluppata, sebbene, contrariamente a quanto hanno osservato altri, nel *Cristiceps* nón si noti alcun solco midollare; solo una lieve depressione della superficie superiore dell'ectoblasta in corrispondenza alla chiglia ne rappresenta forse il rudimento (fig. 16 d tav. III). Il bottone caudale ivi è alquanto allungato e nel medesimo del resto notasi nulla di nuovo rispetto agli stadi precedenti.

Sezioni trasverse condotte avanti al bottone mostrano subito sulla linea mediana dell'ectoblasta il rigonfiamento della chiglia e due depressioni laterali (fig. 16 α). L'entoblasta ricorda ancora la forma di fuso, ma presentasi contorto seguendo in ciò la superficie ondulata offerta dall'ectoblasta.

Più avanti (fig. 16 b) comincia la separazione del mesoblasta dall'entoblasta secondario; non è però completa. Molti elementi servono da tratto d'unione fra le due formazioni ed indicano forse una migrazione da uno strato all'altro, e probabilmente dall'ordine inferiore al superiore, perchè il primo consta poi, come si vede anche in tagli successivi (c, d), ed anche in periodi successivi (fig. 17, 18, tav. III) di cellule staccate l'una dall'altra, mentre negli stadî anteriori gli elementi stavano uniti.

Sezioni trasversali fatte verso la metà dell'abbozzo embrionale fanno vedere più chiaramente la divisione fra di loro delle diverse formazioni entoblastiche (fig. 16, c, d). L'entoblasta cordale sopratutto è ben differenziato rispetto alle parti laterali (I c); solamente qualche elemento l'unisce al mesoblasta. In questo si può ormai distinguere una parte laterate alla chiglia, ed una parte sotto all'ectoblasta laterale, le quali parti fanno un angolo fra di loro. La prima è l'abbozzo delle piastre segmentali o placche vertebrali, la seconda quello delle lamine laterali. Qualche elemento unisce ancora il mesoblasta all'entoblasta secondario, il quale non è unito all'entoblasta cordale che per mezzo di elementi che appartengono al mesoblasta. Sotto all'entoblasta cordale si vede qualche elemento di apparenza amiboide, il quale concorre probabilmente a questa formazione.

In un periodo più avanzato di sviluppo (fig. 17, tav. III), si nota l'orientamento epiteliforme delle cellule periferiche del mesoblasta, e quello degli elementi dell'ordine inferiore dell'ipoblasta cordale, sebbene in questo essi abbiano il medesimo aspetto dell'ammasso cellulare superiore, il quale darà luogo alla notocorda. Quest'ordine di cellule inferiori si continua ora non più col mesoblasta, ma coll'ipoblasta secondario.

Il differenziamento successivo fra notocorda e *ipoblasta secondario assiale* si ha solo quando l'embrione ha raggiunta la lunghezza di millimetri 0,90 (fig. 18, tav. III)

Il rapporto fra queste diverse formazioni col bottone caudale si studia bene su sezioni longitudinali verticali. In un embrione di millimetri 1,05 si vede lungo la linea mediana il cordone midollare molto sviluppato, esso ha una forma di pera con un'estremità ingrossata alla parte cefalica ed un'estremità assottigliata al bottone caudale. Sotto a questo avanti al bottone caudale sta la corda che è ben distinta dall'ipoblasta secondario sottostante per la disposizione in senso verticale delle sue cellule appiat-

tite. In una sezione laterale si nota che verso il bottone caudale confluiscono tanto l'ectoderma che il mesoderma, e l'ipoblasta secondario. La piastra mesoblastica va diminuendo verso la parte cefalica, e lascia uno spazio triangolare, in cui sono sparse scarse cellule isolate di apparenza amiboide. È in questo luogo che si nota il primo indizio di tessuto connettivale.

In questa mia descrizione ho fatto parola di elementi che si trovano al di sotto dell'ordine inferiore delle cellule ipoblastiche, le quali probabilmente entrano in questo strato. Ed infatti in alcuni preparati, in cui già l'entoblasta secondario era ben differenziato, stavano ordinate fra gli elementi di questa formazione anche alcune cellule giganti granulose simili a quelle riscontrate nella cavità germinativa. Io quindi, in base a ciò che ho detto sull'origine degli elementi isolati che si trovano sul pavimento della cavità germinativa, ritengo possibile che alla formazione dell'ipoblasta secondario concorrano elementi originati dalla membrana perivitellina. I caratteri di degenerazione di questi elementi non porterebbero ostacolo a tali ipotesi trattandosi di un organo temporaneo.

Le descritte modificazioni che avvengono nell'ipoblasta primitivo durante la formazione della corda dorsale, del mesoblasta e dell'ipoblasta secondario, ricordano la descrizione di Rückert (65) data per la formazione del mesoblasta nei Selacidi, e cuella di Hertwig (33) negli anfibî. Certe immagini offerte da sezioni trasversali dell'embrione di Cristiceps richiamano anche alla mente le immagini di sezioni dell'uovo di Amphioxus durante la formazione del mesoblasta quali sono raffigurate da Kowalewsky (37) e da Hatschek (29). Infatti considerando le due immagini fra di loro (tav. III, fig. 15 d, fig. 16 c, d) si vede che è possibile fare dei confronti. Il rigonfiamento cordale della parte mediana dell'ipoblasta corrisponderebbe all'invaginazione cordale dell'Amphioxus; gli ammassi cellulari mesoblastici laterali alla chiglia all'ipoblasta invaginato che forma il mesoblasta, la fessura che esiste fra entoblasta cordale ed entoblasta laterale, la quale si mantiene anche attraverso a diversi stadî, dinoterebbe un vestigio di un invaginamento mesodermico originario (filogenetico); e gli spazi esistenti fra le masse mesoblastiche indicherebbero, il vestigio della cavità di invaginazione (cavità somatica). D'altra parte la connessione multipla fra le cellule del mesoblasta e quelle dell'entoblasta secondario, che si nota ancora quando l'entoblasta cordale è differenziato, dimostrerebbe che forse per abbreviazione il processo di formazione del mesoblasta si è avvicinato molto anche alla delaminazione.

Altre considerazioni fanno però credere che se nei Teleostei esistono le note di una produzione del mesoderma che con Rabl (58) dirò gastrale, questa però deve essere molto scarsa, ma che invece la massima parte del mesoderma è prodotta direttamente dell'invaginazione gastrulare e dall'orlo posteriore del blastodisco. Dall'esame dei primi stadî di questa invaginazione si scorge già che la parte invaginata massime in vicinanza all'orlo è polistratificata, e che lo spessore dello strato invaginato cresce col progredire dell'invaginazione senza che in esso si scorgano ancora differenziamenti. Inoltre anche in periodi avanzati le immagini delle sezioni condotte immediatamente avanti al bottone caudale mostrano un potente strato entodermico indifferenziato, e le immagini delle sezioni longitudinali laterali all'asse fanno vedere che il mesoblasta è in rapporto diretto piuttosto che coll'entoblasta secondario, col bot-

tone caudale e colla parte circostante dell'orlo del blastodisco, e che abbondante verso questa regione si fa sempre più scarso a misura che se ne allontana.

Si può adunque concludere che il processo di produzione degli elementi mesoblastici dell'embrione dei Teleostei è molto complesso. Una parte dei medesimi è forse prodotta verso le parti anteriori del tronco, dall'estravaginazione dell'entoblasta, il resto è dato dal lembo del blastodisco invaginato che poi si sdoppia sulle parti laterali, e in seguito dal bottone caudale e dall'orlo del blastoderma che continua questo sui lati. Riguardo alla prima di queste produzioni io ho messo un forse, perchè potrebbe anche darsi che le note di una estravaginazione entoblastica vi possano essere senza che questa avvenga realmente. È possibile infatti che si verifichi quì lo stesso fatto che si osserva ad esempio nella produzione della nota del sistema nervoso centrale negli stessi Teleostei, la quale prodotta da un accumulo di elementi sulla linea assile senza alcun segno di invaginazione, mostra di poi un canal centrale ed un solco posteriore come se in realtà l'invaginazione fosse avvenuta.

Le stesse considerazioni fatte per l'origine del mesoderma si possono fare per l'origine della corda dorsale, la quale è già bene indicata nell'atto di produzione del foglietto entoblastico dell'ispessimento mediano che offre fin dalla sua prima comparsa questo foglietto stesso.

La formazione del tubo intestinale.

Dirò solo qualche parola su questa formazione.

Gli autori ci danno in generale poche notizie sul modo di prodursi del tubo intestinale. Per la maggior parte esso è prodotto da un ispessimento sulla linea mediana dell'ipoblasta secondario, formando così un cordone solido che poi si scava. Hoffmann (34) dice che il tubo intestinale viene formato da due pliche laterali dell'entoderma le quali si avanzano verso la notocorda convergendo fra loro, quivi si riuniscono ed isolano l'intestino. Altri autori ammettono che l'intestino sia formato da elementi di provenienza periblastica (Reinhard, Kupffer); altri infine come Kingsley e Conn e Cunningham (17) credono che gli elementi periblastici formino solo la parete ventrale del tubo in discorso.

Il tubo intestinale si forma nell'embrione relativamente tardi, e si inizia nelle parti anteriori del tronco per proseguire poi in addietro. Essendo che nelle parti anteriori il processo è un po' più lento a compiersi, così offre maggior facilità allo studio, e la mia descrizione si riferisce appunto a queste parti.

In un embrione di *Cristiceps* di due millimetri si scorge nelle parti anteriori del tronco l'inizio della formazione di questo tubo il quale si manifesta come un ripiegamento verso la corda dell'ipoblasta sottocordale. La membrana perivitellina offre sempre dei limiti ben netti ed è povera di nuclei, e quindi non può sospettarsi che la medesima concorra alla sua formazione. Lo spazio tra l'arco rientrante che forma l'ipoblasta e la membrana perivitellina è occupato da elementi i quali hanno la stessa apparenza di quelli dell'ipoblasta, tranne che non hanno la disposizione epiteliale. In istadi alquanto più avanzati la nota dell'intestino vista in sezione trasversale assume una figura quasi quadrata, e forse ciò dipende da che il suo lato dorsale incontrando

la notocorda, si appiattisce, mentre al lato ventrale forma un angolo coll'ipoblasta laterale con cui è ancora in continuazione. Esso non è ancora cavo e non ha ancora una distinta parete anteriore; cellule simili a quelle incontrate nello stadio precedente lo riempiono.

Più tardi esso resta allontanato dalla corda dorsale perchè fra questa e l'intestino si trova il pezzo sottonotocordale ed un tessuto cellulare mesodermico in mezzo al quale comparirà l'aorta. Allora è visibile un piccolo lume irregolare eccentrico, cioè il tubo appare costituito da una parete dorsale e da due laterali formate da un semplice strato di cellule cilindriche, e da una parte inferiore o ventrale più ispessita in cui gli elementi non sono ancora ordinati a costituire un epitelio. È solo in un periodo più avanzato quando compaiono le prime isole sanguigne che anche la parete inferiore è formata da un epitelio cilindrico; ed allora esso si avvicina alla forma tondeggiante ed appare involto da ogni parte da tessuto mesoblastico.

Il modo adunque di produzione del tubo intestinale si avvicina a quello di un'invaginazione; vi è solo la circostanza che questa parte rimane priva di lume per la produzione di elementi nel suo interno, i quali poi concorrono a chiudere la fessura di invaginazione. L'epitelio del tubo appare interamente formato da elementi derivati dall'ipoblasta secondario.

La vescicola di Kupffer.

Un punto al quale voglio da ultimo accennare è quello della formazione della vescicola di Kupffer e delle modificazioni cui la medesima va incontro. Infatti se questa formazione, speciale ai pesci ossei, attirò l'attenzione di molti ricercatori quali Kupffer (39-42), v. Bambeke (8), Henneguy (27), Agassiz e Whitmann (1), Cunningham (17) e List (43), pure anche oggi nulla ancora può dirsi di sicuro nè del suo modo di apparire, nè del suo significato e neppure della sua struttura. Circa a quest'ultima mi basterà il dire che mentre Kupffer ed Henneguy dicono che essa è delimitata da un epitelio cilindrico; Agassiz e Whitmann e Cunningham sostengono che essa non ha nessuna parete cellulare nel vero senso della parola. Circa alla sua origine molti ammettono che essa sia una comparsa tardiva della cavità gastrulare, ed Agassiz e Whitmann credono che essa sia prodotta dal fondersi fra di loro di un gruppo di granuli. "As they have stated, the vesicle arises by the fusion or confluence of a cluster of granules".

Io mi limiterò a dare qualche notizia. La vescicola di Kupffer nel Cristiceps si può definire come una cavità di variabile forma e grandezza situata all'innanzi del bottone caudale e limitata verso l'embrione dall'entoderma che ricopre la superficie ventrale di questo, e verso il tuorlo dalla superficie esterna della membrana perivitellina, la quale ne forma anche le pareti laterali. È notevole osservare come la membrana perivitellina quando per limitare questa cavità si addossa all'embrione manda un'espansione a scarpa la quale si riflette sulla superficie dell'entoderma embrionale che forma la parete dorsale della cavità, in modo da rivestirne una parte. La vescicola può anche essere poliloculare, ed in tal caso dalla sua parete ventrale cioè dalla membrana perivitellina si staccano dei setti o delle trabecole protoplasmatiche le quali si portano alla parete dorsale e quivi si espandono in parte sull'epitelio.

Tanto su sezioni trasverse che su sezioni longitudinali appare che l'entoderma embrionale in corrispondenza alla cavità cambia di aspetto, cioè mentre altrove anche sulla linea mediana le sue cellule sono o globose o semplicemente cubiche ed hanno aspetto granuloso, in corrispondenza della vescicola invece si atteggiano ad epitelio cilindrico con cellule allungate, chiare ed a grossi nuclei. Circa il significato di questo epitelio e la sua connessione con quello che formerà il canale intestinale io non posso dir nulla.

Quanto all'origine ho notato che in embrioni sui quali non vi è ancora traccia di vescicola, si trovano molto spesso al davanti del bottone caudale nello spessore della membrana perivitellina molti vacuoli più o meno grandi e più o meno distanti fra loro (fig. 14 b, tav. III). Ora potrebbe darsi che la vescicola sia prodotta dal confluire fra di loro di questi vacuoli, i quali perciò corrisponderebbero ai granuli che Agassiz e Whithmann osservarono sull'uovo vivente. Questa mia ipotesi sarebbe anche sostenuta dal fatto che spesso la vescicola è poliloculata e che al d'intorno di essa si notano pure talvolta dei grandi vacuoli i quali servono con ogni probabilità ad estenderla.

INDICE BIBLIOGRAFICO

- (1) Agassiz, and Whitmann, On the development of some pelagic fish eggs. Preliminary notice. Proceed. of the Amer. Acad. of Arts and Sciences, vol. XX, 1884.
- (2) Arnold J., Ueber Theilungsvorgänge an den Wanderzellen, ihre progressiven und regressiven Metamorphosen. Arch. für mikroscop. Anatomie, Bd. XXX, 1887.
- (3) Id., Weitere Mittheilungen über Kern und Zelltheilungen in der Milz; zugleich ein Beitrag zur Kenntniss der von der typischen Mitose abweichenden Kerntheilungsvorgänge. Arch. f. mikrose. Anatomie, Bd. XXXI, 1888.
- (4) Aubert H., Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Fische. Zeitschr. f. wiss. Zool., Bd. V-VII, 1854-1856.
 - (5) v. Baer K. E., Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte der Fische, Leipzig 1835.
 - (6) Balfour F. M., A monograf on the Development of elasmobranch Fishes. London 1878.
- (7) v. Bambeke Ch., Embriogenie. Prémiers effets de la fécondation sur les oeufs de poissons ecc. Comptes rendus, t. LXXIV, 1872.
- (8) Id., Recherches sur l'embryologie des poissons osseux. Memoires couronn. de l'Acad. royale de Belgique, vol. XL, 1875.
- (9) Bellonci G., Intorno alla cariocinesi nella segmentazione dell'uovo di Axolot. Atti della R. Accademia dei Lincei, serie 3^a, vol. XIX, 1883-84.
- (10) Id., Blastoporo e linea primitiva dei Vertebrati. Atti della R. Accademia dei Lincei, serie 3a, vol. XIX, 1883-84.
- (11) v. Beneden E., Recherches sur le Dyciemides. Bulletin de l'Académ. roy. du Belgique, 2ª série, t. XLI, n. 6; t. XLII, n. 7, 1876.
- (12) Id., Contribution a l'histoire du dévelopement embryonaire des Téléostéens. Bulletin de l'Académ. royale du Belgique, 2º série, vol. XLIV, n. 12, 1877.
- (13) Id, Nouvelles recherches sur la fécondation et la division mitosique chez l'Ascaride mégalocéphale. Bulletin de l'Acad. royale du Belgique, 3° série, t. XIV, n. 8, 1887.
- (14) Bobretzky, Studien über die embryonale Entwickelung der Gastropoden. Arch. f. Mikr. Anat. Bd. XIII, 1887.
- (15) Brook G., On the origin of the Hipoblast in pelagic teleostean Ova. Quarterly Journ. of Micr. Science. January 1885.
- (16) Cornil V., Sur un procédé de division indirecte des cellules par trois dans les tumeurs. Comptes rendus, t. CIII, n. 1, 1877.
- (17) Cunningham J. T., The significance of Kupffer's Vesicle with Remarks on other questions of vertebrate morphology. Quartely Journ. of micr. Science, n. s., n. XCVII, 1885.
- (18) De Filippi F., Memoria sullo sviluppo del Ghiozzo d'acqua dolce (Gobius fluviatilis). Annali Univ. di Medicina, agosto 1841.
- (19) Flemming W., Die ectoblastiche Anlage des Urogenitalsystems beim Kaninchen. Arch. f. Anat. u. Phis. 1886.
- (20) Fusari R., La segmentazione nelle uova dei Teleostei. Atti del XII Congresso medico, vol. I. Pavia 1888.
- (21) Goette A., Zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere. Vorläufige Mittheilung. Çentralblatt f. medic. Wissensch. n. 36, 1869.

- (22) Id., Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere. Arch. f. mikr. Anat. Bd. IX-X, 1873-74.
- (22) Gensch H., Blutbildung auf dem Dottersack bei Knochenfischen. Vorläufige Mittheilung. Arch. f. mikr. Anat. Bd. XVIII, 1880.
- (24) Goronowitsch N., Studien über die Entwicklung des Medullarstranges bei Knochenfischen nebst Beobactungen über di erste Anlage der Keimblätter und der Chorda bei Salmoniden. Morpholog. Jahrbuch X, 1885.
- (25) Haeckel E., Die Gastrula und die Eifurchung der Thiere. Jeneische Zeitschrift, Bd. IX, 1875.
- (26) Henneguy L. F., Division des cellules embryonnaires chez les Vertébres. Comptes rendus, 1 sem., 1882.
 - (27) Id., Sur la formation des feuillets embryonnaires chez le Truite. Comptes rendus, 1882.
 - (28) Id., Sur la ligne primitive des poissons osseux. Zool. Anzeiger n. 188, 1885.
- (29) Hatschek B., Studien über die Entwickelung des Amphioxus. Arbeiten aus dem zool. Institut zu Wien und Triest, Bd. IV, 1881.
 - (30) His W., Untersuchungen über die erste Anlage des Wirbelthierleibes. Leipzig 1868.
 - (31) Id., Untersuchungen über das Ei und die Eientwicklung bei Knochenfischen. Leipzig 1879.
- (32) Hoffmann C. K, Zur Ontogenie der Knochenfischen. Verhandelingen der Kon. Akad. v. Wentensch. t. XXI-XXII, 1881-82.
- (33) Hertwig O, Lehrbuch der Entwicklungsgeschichtes des Menschen und der Wirbelthiere. Jena 1888.
 - (34) Janosik J., Partielle Furchung bei den Knochenfischen. Arch. f. mikr. Anat. Bd. XXIV, 1884.
- (35) Klein E., Researches on the First Stages of the Development of common Trout (Salmo fario). The Montly Micr. Journ. May. 1, 1872.
- (36) Kingsley and Conn., Some observations on the Embryology of Teleosts. Memoirs of the Boston Society of Natur History, vol. III, 1883.
- (37) Kowalewsky, Weitere Studien über die Entwicklungsgeschichte des Amphioxus lanceolatus. Arch. f. micr. Anat. Bd. XXII, 1877.
- (38) v. Kowalewsky Miecz., Ueber di ersten Entwichelungsprocesse der Knochenfische. Zeitschrift. f. viss. Zool. Bd. XLIII, 1886.
- (39) Kupffer C., Beobactungen über die Entwicklung der Knochenfische. Arch. f. mikr. Anat. Bd. IV, 1768
- (40) Id., Die Entwicklung des Herings im Ei. Jahresbericht der Commission zur wiss. Untersuchung der deutschen Meere in Kiel. IV, V, VI Jahrg. Berlin 1878.
- (41) Id,, Die Gastrulation an den meroblastischen Eiern der Wirbelthiere und die Bedeutung f des Primitivstreifens. Arch. f. Anat. u. Phys. Anat. Abth. Jahrg. 1882.
- (42) Id., Die Entstehung der Allantois und die Gastrula der Wirbelthiere. Zool. Anzeiger 1879, II Jahrg.
- (43) List H. I., Zur Entwicklungsgeschichte der Knochenfische (Labriden). Zeitschrift. f. wiss. Zool. Bd. XLV, 4 Heft, 1887.
- (44) Lereboullet M., Recherches d'Embryologie comparée sur le developpement du Brochet, de la Perche et de l'Ecrevisse. Paris 1862.
- (45) Id., Recherches sur le developpement de la Truite, du Lezard et du Linnée. Ann. de sc. natur. 4^{me} série zool., tome XVI, 1861.
- (46) Martin, Zur Kenntniss der indirecte Kerntheilung. Virchow's Arch. f. path. Anat. Bd. LXXXVI, 1881.
- (47) Mitsukuri By K., The ectoblastic Origin of the wolffian Duct in Chelonia. Zoologischer Anzeiger, 1888.
- (48) Oellacher J. Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Knochenfische nach Beobactungen am Bachforelleneie, Zeitsch. f. wiss. Zool. Bd. XXII-XXIII, 1872-73.
- (49) Owsjannikow Ph., Ueber die erste Vorgänge der Entwickelung in der Eiern des Coregonus lavaretus. Bullet. de l'Acad. Imper. des sciences de St. Petersbourg t. XIX, u. 2, 1873.

- (50) Prince E. E., Early Stages in the Development of the Food-Fishes. Annales and magazines of natural history V. XVII, 5 Ser., London 1886.
- (51) Rathke H., Bildungs- und Entwicklungsgeschichte des Blennius viviparus oder des Scleimfisches. Abhandlungen zur Entwickl. Bd. II, erste Abhand., Leipzig 1833.
 - (52) Id, Abhandlungen zur Bildungs- und Entwicklungsgeschichte der Fische. Leipzig 1835.
 - (53) Rauber A., Lie Lage der Keimpforte. Zool. Anzeiger, II Jahrg. 1879.
 - (54) Id., Die Gastrula der Wirbelthiere und die Allantois. Zool. Anzeiger, III Jahrg., 1880.
 - (55) Id., Furching and Axenbilding bei Wirbelthiere. Zool. Anzeiger, II Jahrg., 1883.
 - (56) Id., Neue Grundlegungen zur Kenntniss der Zelle. Morph. Jahrb. VIII, 1882.
 - (57) Remak, Untersuchung über die Entwicklung der Wirbelthiere. Müller's Arch., 1854.
 - (58) Rabl, Ueber die Bildung des Mesoderms. Anatomischer Anzeiger, III Jahr., n. 23-25, 1888.
- (59) Reichert, Ueber die Müller-Wolf'schen Körper bei Fischembrionem und über die sogenannten Rotationem des Dotters im befructeten Hechteje. Müller's, Archiv., 1856.
- (60) Reinhard W., Entwicklung der Keimblätter, der Chorda, und des Mitteldarmes bei den Cyprinoiden. Zool. Anzeiger, n. 297, XI Jahrg., 1888
 - (61) Rienek, Ueber die Schictung des Forellenkeims Arch. f. Mik. Anat. Bd. V, 1869.
 - (62) Romiti G., Studi di Embriogenia. Rivista clinica di Bologna. Dicembre 1873.
- (63) Id., Lezioni di Embriogenia umana e comparata dei vertebrati. P. I. Embriogenia generale. Siena 1881.
- (64) Rückert J.. Zur Keimblatterbildung bei Selachiern. Ein Beitrag zur Lehre von Parablast. München 1885.
- (65) Id., Ueber die Anlage des mittleren Keimblatt und die erste Blutbildung bei Torpedo. Anat. Anzeiger 2 Jahrg. n. 4-6, 1887.
- (66) Rusconi M., Ueber die Metamorphosen des Eies der Fische vor der Bildung des Embryo. Müller's Archiv. f. Anat. u. Phis. 1836.
- (67) Ryder J. A., A contribution to the embryography of osseus fishes, with special reference to the development of the cod (Gadus Marrhua). The annual report of the commissioner of fish and fisheries 1881-82-84.
 - (68) Salensky W., Recherches sur le développement du Sterlet. Arch. de Biologie, t. II, 1881.
- (69) Stricker S., Untersuchungen über die Entwicklung der Bachforelle. Sitzungsberichte der Wien. Acad. math. naturwiss. Bd. LI, Abth. 2, 1865.
 - (70) Tizzoni e Poggi, Sulla istogenesi del cancro dei testicoli Rivista clinica di Bologna, 1886.
- (71) Vialleton L., Recherches sur le premières phases du développement de la Seiche. These presentée à la faculté de sciences de Paris. Paris 1888.
- (72) Vogt C., Embryologie des Salmones. Histoire naturelle des poisons d'eau douce de l'Europe centrale par Agassiz, 1842.
 - (73) Waldeyer W., Archiblast und Parablast. Arch. f. mikr. Anat. Bd. XXII, 1883.
- (74) Id., Ueber Karyokinese und ihre Beziehungen zu den Befructungsvorgängen. Arch. f. mikr. Anat. Bd. XXXII, 1888.
- (75) Weil C., Beiträge zur Kenntniss der Entwicklung der Knochenfische. Sitzungsberichte der K. Acad. der Wiss. Bd. LXV, 1872.
- (76) Wenckenbach K. F., Beiträge zur Entwickelungeschichte der Knochenfische. Arch. f. mikr. Anat. Bd. XXVIII, 1886.
 - (77) Ziegler H. E., Die embryonale Entwicklung von Salmo salar. Diss. Freiburg, 1882.
 - (78) Id., Die Entstehung des Blutes bei Knochenfischenbryonem. Arch. f. mikr. Anat. XXX, 1887.
 - (79) Ziegler, Lehrbuch der allgemeine und specielle path. Anatomie. Jena 1885.
 - (80) Flemming W., Neue Beiträge zur Kenntniss der Zelle. Arch. f. mikr. Anat. Bd. XXIX, 1887.
 - (81) Martinotti G. ed Oliva, Sulla divisione dei nuclei delle cellule dei tumori. Archivio per
- (81) Martinotti G. ed Oliva, Sulla divisione dei nuclei delle cellule dei tumori. Archivio per le scienze mediche, 1888.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola I.

Blastodermi di Cristiceps preparati interi.

- Fig. 1. Con due blastomeri (primo solco).
 - " 2. Con quattro blastomeri.
 - " 3. Con otto blastomeri.
 - " 4-5. Con sedici blastomeri.
 - " 6. Con trentadue blastomeri (Zeiss, oc. 2, obb. A).

Tavola II.

- Fig. 1. a, z'' =Studio delle figure mitotiche nei blastomeri di Cristiceps allo studio di 10-12 strati di elementi m.p. =macule polari m.v. =corpi deutoplasmatici (Zeiss, oc. 3) obb. immers. omog. $^{1}/_{18}$).
 - " 2. Membrana perivitellina nella sua parte estragerminale di un uovo di teleosteo non determinato (stadio di segmentazione con 10-12 strati di blastomeri) bl. p = blastomeri periferici m. p. = membrana perivitellina a, b, c = diverse fasi di nuclei in scissione (Zeiss, oc. 3, obb. E)
 - " 3. Sezione di un blastoderma di un uovo galleggiante di teleosteo bl. = blastodisco s. i = strato intermediario (Koristka, oc. 3, obb. 7*).
 - 4. Parte subgerminale della membrana perivitellina di Cristiceps allo stadio con 10-12 strati di blastomeri a, b, c, d, e = nuclei in scissione diretta (Zeiss, oc. 3, obb. E).
- 5. a, b = Figure cariocinetiche tripolari rilevate nella membrana perivitellina dello stesso ovo da cui fu tratta la figura 3 (Hartnac, oc. 3, obb. immers. Gundlac).
- " 6. Nuclei della membrana perivitellina a stadi avanzati della segmentazione (Zeiss, oc. 3, obb. immers. J).

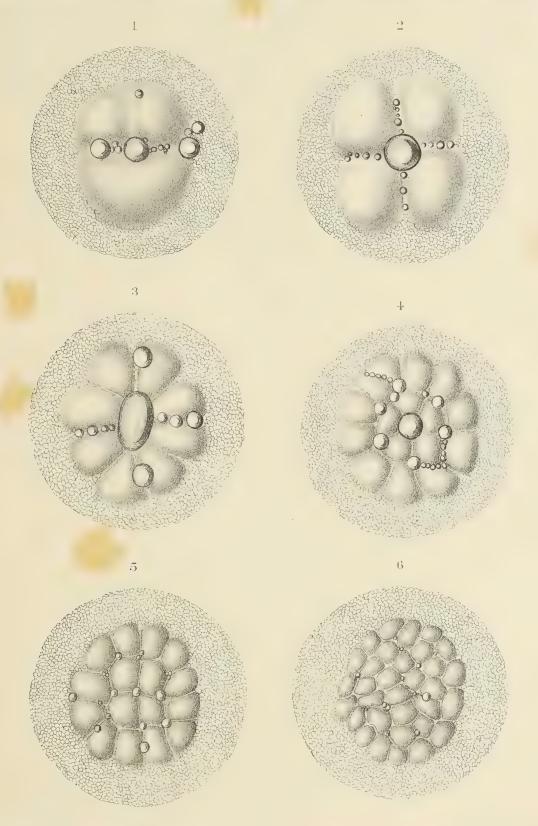
Tavola III.

- Fig. 1-10. Blastodermi di Cristiceps a vari stadî di sviluppo studiati su sezioni. 1. Non segmentato 2. con quattro blastomeri 3. con otto blastomeri 4. con sedici blastomeri 5. con trentadue blastomeri 6. con due strati di elementi 7, 8, 9. blastodermi polistratificati 10. appianamento e distensione del blastodisco alla fine della segmentazione.
 - " 11-12. Sezioni longitudinali verticali mediane della parte embrionale di blastodischi di Cri sticeps — 11. di mm. 0,70 — 12. di mm. 0,80.
 - 7 13. Sezioni longitudinali verticali della parte embrionale di un blastodisco di Cristiceps di mm. 0,90 a. laterale b. mediana.
 - " 14. Sezioni trasversali non consecutive di un blastoderma di Cristice ps del diametro di mm 0.95 a = sezione posteriore -b, c = sezioni intermedie -d = sezione anteriore.

- Fig. 15-16. Sezioni trasversali non consecutive di abbozzi embrionali di Cristiceps 15. lungo mm. 0.70 16. lungo mm. 0.75 a. = sezioni posteriori b. c. = sezioni intermedie d = sezioni anteriori.
 - 7 17-18. Sezioni trasversali della parte posteriore di embrioni di Cristiceps -- 17. lungo mm. 0,80 -- 18. lungo mm. 0,90.

Tutte le figure di questa tavola furono ottenute a mediocre ingrandimento (Zeiss, oc. 2, obb. C), le indicazioni in lettere hanno per tutte lo stesso valore, e cioè:

blc = blastomero centrale — blp = blastomero periferico — c = cercine della membrana perivitellina — cbl = cercine del blastoderma — cs = cavità di segmentazione — cm = cordone midollare — dm = depressione midollare — E = epiblasta — I = ipoblasta — Ic = ipoblasta cordale — Is = ipoblasta secondario — lr = lamella di rivestimento — M = mesoblasta — MP = membrana perivitellina — mv = grani di vitello nutritivo — Pl = lamine laterali — Pv = lamine vertebrali — v = vacuoli.

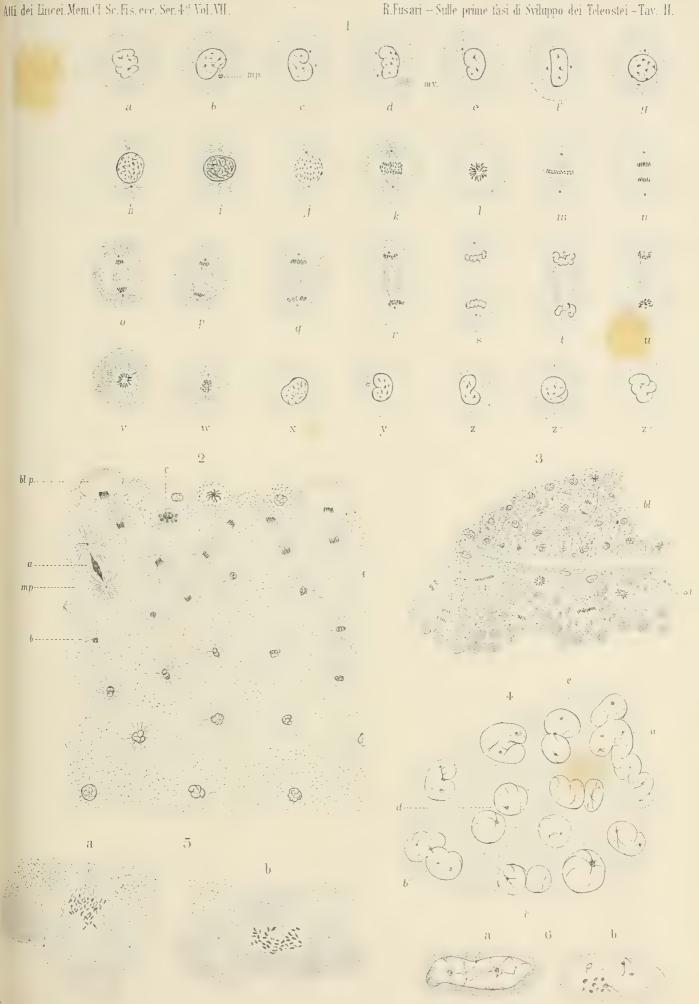


R.Fu-ari, dis.

Professional

of the entitle to

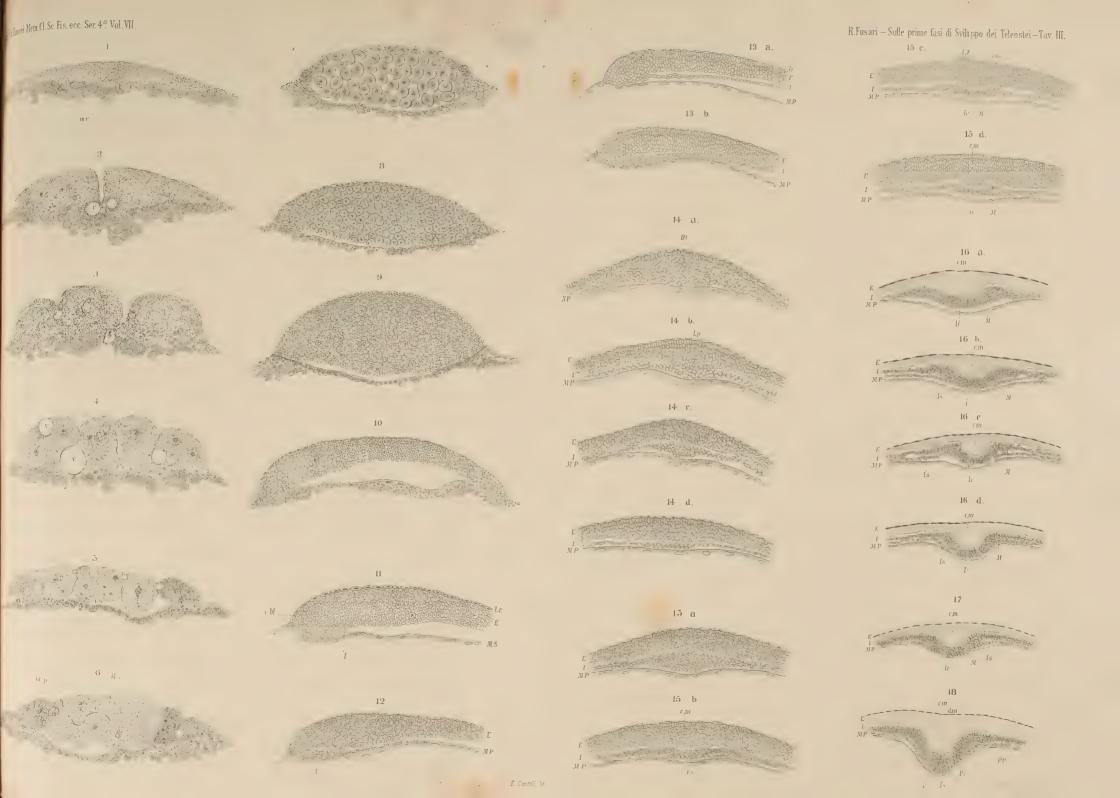






po dei Teleostei-Tav. III. М (i. М a. M b. m A PORTOR OF THE PARTY OF THE PA M d. PP







RELAZIONE

letta dal Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Beltrami, nella seduta dell'8 maggio 1892, sulla Memoria del dott. N. Pierpaoli, intitolata: Studio dei coristi prototipi affidati all'ufficio centrale italiano per il corista uniforme.

- "La Memoria del dott. Pierpaoli: "Studio dei coristi prototipi affidati all'ufficio centrale italiano per il corista uniforme, è stata provocata dalle deliberazioni della Conferenza internazionale di Vienna, per l'adozione di un corista uniforme a tutto il mondo musicale, e dalla conseguente istituzione dell'ufficio centrale italiano nel R. Istituto fisico di Roma.
- "L'autore ha esaminato prima l'andamento dell'orologio a corista di R. König, poscia quello del corista detto di verifica, infine del corista normale. Gli studi abbracciano un intervallo di 30 gradi e cioè vanno da 0º fino a 30º, intervallo sufficiente per tutti i bisogni del nostro paese. Le misure sono eseguite in grande numero e colla massima cura. Furono prese tutte le precauzioni, che lo stato attuale della scienza suggerisce, per ottenere i dati più probabili. Basti dire, che l'autore riconobbe la necessità di servirsi della temperatura ordinaria, osservando per molte ore di seguito d'inverno, a finestre aperte e nel cuor della notte, per avvicinarsi alla temperatura di 0°, temperatura estrema, alla quale l'orologio di König funziona regolarmente, e in primavera ed estate per passare successivamente fino a 30°. L'autore riconobbe, che nella misura della temperatura conviene riferire i dati sperimentali al termometro ad idrogeno, oramai accettato generalmente; riconobbe inoltre che le due branche di un corista non vanno mai perfettamente d'accordo; e potè così, dopo vari anni di lavoro, presentare dei dati, riguardo ai quali la Commissione non esita a dichiarare, che essi rappresentano la più grande esattezza finora raggiunta in simili misure.
- Per queste ragioni ed anche per l'importanza dell'indagine stessa, i commissari propongono l'inserzione integrale della presente Memoria negli Atti accademici.

Studio dei coristi prototipi affidati all'ufficio centrale italiano per il corista uniforme. Memoria del dott. NAZZARENO PIERPAOLI.

Nella conferenza internazionale tenuta in Vienna nel novembre del 1885 per l'adozione di un corista uniforme, dopochè i delegati delle diverse nazioni colà intervenuti ebbero concordemente proclamato corista normale internazionale il La₃ corrispondente ad 870 v.s. al secondo, convennero sulla necessità di creare in ogni Stato un ufficio centrale per la conservazione e diffusione del medesimo, nonchè per lo studio di parecchie questioni ad esso inerenti.

L'Italia fu forse la prima a tradurre in atto le deliberazioni prese in quella conferenza, poichè nell'ottobre del 1887 l'ufficio centrale del corista internazionale in Roma cominciava già a funzionare.

Ora fra le diverse questioni, la cui risoluzione fu appunto riservata a tali uffici centrali, una delle più importanti era quella di precisare con la massima cura l'influenza della temperatura sul numero delle vibrazioni del corista normale, allo scopo di dedurne il coefficiente di temperatura, e, come mezzo migliore atto a raggiungere il maggior grado di esattezza possibile, fu consigliato di servirsi dell'orologio a corista di R. König, determinando dapprima il coefficiente di temperatura del corista di tale apparecchio, e deducendo poscia quello del corista normale col metodo ottico confrontando i due coristi fra di loro.

Nominato assistente all'ufficio centrale del corista uniforme di Roma ebbi, da parte del direttore prof. Pietro Blaserna, l'incarico di occuparmi di questa questione, e fino dal 1887 intrapresi una lunghissima serie di ricerche in proposito, seguendo il metodo suesposto, la cui bontà mi sembra giustificata pienamente dai risultati ottenuti.

La prima parte della presente Memoria si riferisce allo studio del corista dell'orologio di König, la seconda comprende i risultati dello studio dei due coristi prototipi posseduti da questo ufficio.

PARTE PRIMA

Coefficiente di temperatura del corista dell'apparecchio di König.

L'orologio a corista di R. König trovasi descritto da lui stesso nel suo libro « Quelques recherches d'acoustique, pag. 172 » (1).

Un corista in acciaio dorato, il cui numero delle vibrazioni sta a quello del corista normale nel rapporto di 1:6, corrispondente quindi a 145 v.s. al secondo, è collegato ad un movimento d'orologeria, in guisa che vibrando ne regola l'andamento, ricevendo in pari tempo ad ogni oscillazione un piccolo impulso capace di mantenerlo in vibrazione. Esso può essere messo in azione mediante una manovella che ne violenta le branche, e tre quadranti registrano il numero totale delle vibrazioni da esso compiute in un tempo determinato. Il primo quadrante porta 145 divisioni e l'indice si sposta di una divisione per ogni v.s. del corista; gli altri due sono gli ordinari quadranti di un orologio comune a secondi, minuti ed ore. Ne segue che tutte le volte che il corista regolatore compie esattamente 145 v.s. al secondo, l'apparecchio di König si riduce ad un semplice cronometro, mentre quando ne compie un numero maggiore o minore esso avanzerà o ritarderà, e dal confronto di esso con un cronometro ausiliario potremo facilmente dedurre il numero esatto di v.s. al secondo compiute dal corista.

Un termometro situato fra le branche del medesimo serve a darci la temperatura di esso.

Come si vede, il modo di esperimentare è relativamente semplice, bastando confrontare alle diverse temperature le indicazioni dell'orologio a corista con quelle di un buon cronometro ausiliario.

Ciò che rende questo metodo preferibile a qualunque altro in ricerche di tal genere, risiede in ciò che esso ci offre la possibilità di tenere il corista in vibrazione un tempo per così dire illimitato, od almeno tanto quanto è necessario perchè un errore commesso nel computo del tempo si renda insensibile sul risultato.

Nelle mie misure io faceva funzionare l'apparecchio per circa 8 ore di seguito, quindi ammettendo nella misura del tempo un errore di $^{1}/_{5}$ di secondo, che a un dipresso è l'errore di cui si può temere, questo non altererebbe il risultato che all'incirca per $^{1}/_{1000}$ di v. s.

Come cronometro ausiliario per la misura del tempo mi sono servito del cronometro Williams dell'Istituto Fisico della R. Università di Roma, il quale, come ho potuto constatare in seguito ad uno studio preliminare fatto su di esso per parecchi giorni consecutivi, ha un andamento abbastanza regolare ed un avanzamento giornaliero di circa 2" di cui ho tenuto conto ne miei calcoli.

⁽¹⁾ V. anche Annalen von Wiedemann 9. 1880, pag. 394.

La maggiore difficoltà si presentava per l'esatta determinazione della temperatura del corista durante le singole misure. Bisognava evidentemente essere sicuri che la temperatura segnata dal termometro corrispondesse a quella del corista, ed io sono convinto che la bontà dei risultati ai quali sono pervenuto, oltrechè al grande numero di esperienze fatte, la devo in grandissima parte alle molte cure avute nella determinazione di questo importante fattore.

L'apparecchio di König è senza dubbio suscettibile di grande precisione, ma, affinchè questa non riesca illusoria, conviene anche porsi in grado di determinare la temperatura con un'esattezza sufficiente a garantirci la validità dei risultati.

Certo il mezzo migliore sarebbe stato quello di eseguire le misure in un ambiente a temperatura costante, ma oltre alle difficoltà che si sarebbero presentate per esperimentare in tali condizioni, si avrebbe anche avuto l'inconveniente di non poter disporre che di temperature comprese entro limiti troppo ristretti.

Tutto considerato ho creduto più conveniente esperimentare in un ambiente, che mi permettesse di disporre di tutte quelle temperature comprese nei limiti, fra cui il corista normale può essere chiamato a funzionare, presso a poco da 0° a 30°, prendendo però tutte le precauzioni necessarie a premunirsi contro le inevitabili variazioni diurne della temperatura ed a precisare con la maggiore esattezza la temperatura media del corista per tutta la durata dell'esperienza.

Ho quindi subito abbandonata l'idea di produrre artificialmente le temperature mediante riscaldamento o raffreddamento dell'ambiente, ciò che di certo mi avrebbe permesso di eseguire la serie di misure in un tempo assai più breve; giacchè a mio avviso tale procedimento rende molto incerta la determinazione della temperatura ed è impossibile che possa condurci a quel grado di precisione che si richiede.

Ho preferito invece ottenere le temperature sempre per via naturale, ed esperimentando per un intero anno, ho potuto disporre di tutta una serie di temperature comprese nei limiti fissati in antecedenza da 0° a 30° C, limiti sufficienti, come già notai, avuto riguardo allo scopo cui mirano queste ricerche.

Oltre a ciò ho avuto cura, che durante le singole esperienze le variazioni di temperatura non fossero troppo forti, e la stanza in cui ho lavorato, esposta a Nord, si prestò molto bene, giacchè regolando convenientemente l'apertura e la chiusura delle finestre, sono riuscito ad ottenere variazioni piccolissime, quasi sempre inferiori ad 1°, mai superiori.

Tuttavia, a rendere meno sensibili queste variazioni, ho avuto l'avvertenza di condurre le esperienze in modo che esse abbracciassero periodi uguali prima e dopo di quell'ora in cui suole comunemente avvenire il massimo od il minimo della temperatura diurna, potendosi per tal modo ammettere un compenso, e ritenere che la media delle temperature osservate durante l'esperienza ad uguali intervalli rappresenti con maggiore approssimazione la temperatura media del corista.

Una difficoltà si aveva per esperimentare a temperature basse e prossime allo zero, giacchè è noto che qui in Roma sono assai rari i giorni in cui la temperatura pur raggiungendo lo zero vi perduri per più ore di seguito. Le esperienze quindi a tali temperature le ho dovute eseguire dalle 3 alle 10 del mattino profittando delle notti più serene e più fredde del mese di Gennaio (1888), durante il quale fortunatamente se ne presentarono parecchie.

Prese queste precauzioni per determinare la temperatura del corista, altre ne presi per computare il numero delle vibrazioni da esso compiute. La prima idea che si presenta, sarebbe quella di notare in precedenza la posizione di tutti gli indici dell'orologio a corista, di metterlo poi in azione ad un istante determinato, farlo funzionare per un certo tempo ed alla fine arrestare bruscamente il movimento del corista.

Facendo una seconda lettura, la differenza fra questa e la precedente darebbe il numero totale delle vibrazioni compiute dal corista durante quel tempo, e dividendo questo numero per la durata dell'esperienza espressa in secondi, si avrebbe senz'altro nel quoziente l'altezza del corista corrispondente a quella temperatura indicata dal termometro.

Però questo modo di operare così semplice potrebbe lasciare dei dubbi sull'attendibilità dei risultati. L'arresto del corista per quanto brusco non potrà mai considerarsi come istantaneo; così pure quando si mette in azione l'apparecchio non si può sapere se nei primi istanti il movimento del corista è regolare, oppure se si richiede, come è probabile, un certo tempo ancorchè brevissimo perchè si stabilisca un andamento uniforme.

A rimuovere queste incertezze ed a togliere queste possibili cause d'errore, delle quali difficilmente potrebbesi conoscere l'importanza, ho creduto bene seguire un metodo simile a quello praticato per la prima volta dallo svedese Hansteen nelle sue misure sull'intensità del magnetismo terrestre (1).

Messo in azione l'apparecchio, anzichè fare una semplice lettura in principio ed in fine dell'esperienza, osservava con un cannocchiale a distanza l'indice dei secondi, e dopo trascorso un po' di tempo ne fissava ad un dato istante la posizione e faceva altrettanto alla fine di ogni minuto primo e ciò per 10 minuti di seguito; la stessa operazione la ripeteva in fine dell'esperienza senza arrestare il corista. Così le letture iniziale e finale mi risultavano come medie di 10 letture fatte ad intervalli di un minuto.

Tale processo rende certo alquanto più complicata l'esperienza ed il calcolo di essa, ma è incontestabilmente più preciso, potendo ogni misura ritenersi come media di 10 misure fatte in condizioni identiche.

La difficoltà sta tutta nel poter apprezzare le frazioni di secondo, ma con un poco d'esercizio si riesce facilmente ad apprezzare se non il decimo, certo il quinto di secondo.

Del resto $^{1}/_{5}$ di secondo, che corrisponderebbe a 29 v. s. non può esercitare, avuto riguardo alla durata dell'esperienza, un'influenza maggiore di $^{1}/_{1000}$ di v. s. sul risultato.

Un ultimo dubbio rimaneva a togliere, quello cioè relativo alla uniformità del movimento dell'orologio a corista per tutta la durata dell'esperienza. A tal fine ho scelto quelle giornate in cui la temperatura dell'ambiente rimaneva quasi assolutamente costante, e facendo delle misure di due in due ore non ho notato nessuna variazione sensibile nei valori dei numeri di vibrazioni calcolati, od almeno non si

⁽¹⁾ V. Annalen von Poggendorff 3, 1825, pag. 253.

eccedeva i limiti degli errori di osservazione. Nondimeno ho usata l'avvertenza di adoperare tanto l'orologio a corista quanto il cronometro ausiliario sempre negli stessi intervalli.

Una prima serie di misure relative al corista dell'apparecchio di König comprendeva 109 determinazioni, ridotte a 47 colla riunione di quelle che si riferivano a temperature poco differenti fra loro.

Esse erano riferite al termometro annesso all'apparecchio stesso e furono pubblicate in una prima Nota nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei (1).

In seguito però avendo avuto ancora bisogno di servirmi dell'orologio a corista, ne ho profittato per fare altre misure, e possibilmente a quelle temperature per le quali nella prima serie o se ne avevano poche o non se ne avevano affatto. Inoltre, siccome dall'esame dei primi risultati ebbi a dubitare della bontà del termometro dell'apparecchio, così ho voluto fare di esso uuo studio speciale, confrontandolo con un buon termometro di Golaz a scala intera, già da me altra volta studiato ed adoperato per altre ricerche. Questo studio legittimò i miei dubbi, giacchè, riferite le prime misure e le altre 33 fatte in seguito a quest'ultimo termometro, trovai un migliore accordo nei risultati.

La serie abbracciò così 142 determinazioni riunite in 58 gruppi, con un peso proporzionale al numero delle misure che concorrevano a costituirli del quale ho poi tenuto conto nel calcolo. Essa fu pubblicata in una seconda Nota pure nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei (2).

Ora a completare il lavoro, e sempre coll'intendimento di determinare il coefficiente di temperatura del corista dell'orologio con la maggiore esattezza possibile, dovendo poi servirmi di esso come dato per calcolare quello del corista normale, e tanto più che dopo pubblicate queste mie prime ricerche, ho avuto a mia disposizione un termometro in vetro duro di Tonnelot con tutte le costanti calcolate dall'Ufficio internazionale di pesi e misure di Parigi e con la relativa riduzione al termometro normale ad idrogeno, così ho voluto fare un ultimo passo; determinare le costanti del termometro Golaz, confrontarlo con quello di Tonnelot e ridurre quindi le mie temperature al termometro normale.

Questo studio fu assai lungo e dovetti dedicarmi ad esso per parecchi mesi, ma era imposto dalla necessità di spingere l'esattezza della temperatura al più alto grado possibile.

In tutti i risultati quindi che andrò esponendo, le temperature si intenderanno sempre ridotte al termometro normale ad idrogeno.

Nella tabella A sono esposti i risultati definitivi che si riferiscono al corista dell'apparecchio di König. Nella 2ª colonna si ha il peso delle singole misure, la 3ª dà le temperature medie corrispondenti a ciascuna di esse, la 4ª l'altezza del corista data dall'esperienza, la 5ª dà l'altezza calcolata e la 6ª finalmente la differenza in decimillesimi di v. s. tra i valori osservati e quelli calcolati.

⁽¹⁾ Vol. IV. Serie 4ª Giugno 1888.

⁽²⁾ Vol. V. Serie 4ª Decembre 1889.

TABELLA A.

	P	t	Noss.	N _{calc} .	1		P	· t	Noss.	N _{cale} .	4
	1	- 0.06	v.s. 145. 1995	v.s. 145, 1958	+ - 37	30	3	13.93	v.s. 144. 9980	v.s. 144. 9966	 14
2	1	0.21	" 1908	" 1919		31	5	14.38	» 9879	, 9902	23
. 6	1	0.45	" 1881	» 1885	4	32	3	14.68	" 9808	, 9859	51
11 4	2	1.03	" 1830	" 1802	28	33	3	15.11	» 9755	» 9798	43
1	1	2.02	» 1648	» 1661	13	34	2	15.43	» 9769	" 9752	17
1 6	2	2.92	" 1556	" 1533	23	35	4	16.26	» 9645	» 9634	11
7	2	3.58	" 1463	» 1439	24	36	2	17.38	» 9460	» 9475	15
8	2	3.90	» 1379	» 1394	15	37	3	17.82	" 9445	» 9412	33
9	1	4.19	" 1328	» 1353	25	38	2	18.17	» 9362	» 9362	. 0
10	1	5.14	" 1239	» 1217	22	39	2	19.17	» 9231	» 9220	11
11	2	5.37	» 1183	» 1185	2	40	2	19.95	» 9127	» 9109	18
12	2	5.87	" 1117	» 1113	4	41	4	20.27	» 9064	» 9063	1
18	1	6.11	» 1078	» 1079	. 1	42	3	20.57	» 9020	» 9021	1
14	2	6.65	" 1022	» 1002	20	43	-3	21.02	» 8952	» 8957	5
15	1	6.88	" 0985	» 0970	15	44	3	21.22	» 8895	» 8928	- 33
16	3	7.12	" 0932	» 0935	3	45	3	21.98	» 8838	» 8820 °	18
17	3	7.70	» 0856	» 0853	3	46	-3	22.26	» 8757	» 8780	23
18	3	8.92	» 0682	» 0679	3	47	2	23.35	» 8650	» 8625	25
19	2	9.34	» 0631	» 0619	12	48	2	24.04	» 8537	» 8527	10
20	2	9.56	» 0587	» 0588	1	49	3	24.50	» 8459	» :8461	: 2
21	2	10.24	" 0489	» 0491	2	50	3	24.95	» 8350	» .8397	47
22	1	10.66	» 0425	» 0431	6	51	2	25.98	» 8261	» 8250	11
23	3	11.00	» 0387	» 0383	4	52	3	26.53	» 8193	.» 8172	21
24	2	11.51	» 0324		14	53	4	26.79	» 8149	» 8135	14
25	3	11.85	» 0259	» 0262	3	54	2	27.05	» 8056	» 8098	42
26	. 3	12.58	» 0165	» 0158	7	55	2	27.55	» 7982	» 8027	45
27	4	12.87	» 0130	» 0117	13	56	1	28.11	» 7914	» 7947	33
28	4	13.22	» 0060	» 0067	7	57.	2	29.46	» 7800	» 7755	45
29	4	13.57	144.9985	» 0017	32	58	5	29.81	» 7746	» 7705	41
<u> </u>		1		1	- 1	1 (

Per ottenere i valori della 5ª colonna mi sono servito dell'espressione lineare

$$\mathbf{N}_t = \mathbf{N}_0 - at \tag{1}$$

la quale ci fornisce il numero delle vibrazioni del corista ad una temperatura qualunque t in funzione delle due costanti N_o ed α , cioè in funzione del numero delle vibrazioni dello stesso corista a 0° e della variazione termica di esso corrispondente ad 1° .

Queste due costanti furono determinate applicando il metodo dei minimi quadrati, il quale condusse alle due espressioni:

$$\mathbf{N}_{o} = \frac{\Sigma \mathbf{N} \cdot \Sigma t^{2} - \Sigma \mathbf{N} t \cdot \Sigma t}{n \Sigma t^{2} - (\Sigma t)^{2}},$$

$$a = \frac{\Sigma \mathbf{N} \cdot \Sigma t - n \cdot \Sigma \mathbf{N} t}{n \Sigma t^2 - (\Sigma t)^2},$$

in cui Σt e Σt^2 rappresentano le somme di tutte le temperature e dei quadrati di esse, ΣN la somma di tutti i numeri di vibrazioni dati dalle esperienze, $\Sigma N t$ la somma dei prodotti di questi numeri per le relative temperature ed n il numero totale delle misure eseguite.

Sostituendo i valori di

$$n = 142$$
 ; $\Sigma t^2 = 44.246,4672$
 $\Sigma t = 2.242,80$; $\Sigma N = 20.585,7489$
 $(\Sigma t)^2 = 5.030.151,8400$; $\Sigma N t = 325.013,250480$

ho ottenuto

$$N_0 = 145^{\text{v.s.}},1949$$

 $a = 0.0142364$

e con questi due dati ho calcolato il coefficiente di temperatura per il corista del'orologio di König e mi è risultato uguale a

$$\gamma = \frac{a}{N_0} = 0,000098050.$$

Ne segue che per determinare il numero delle vibrazioni compiute da questo corista ad una temperatura t varrà la formola

$$N_t = 145,1949 \ 1 - 0,000098050.t \ .$$
 2)

Segue inoltre che il medesimo corista compirebbe esattamente 145 v.s. al secondo alla temperatura di 13°690 e che la variazione termica corrispondente ad 1° sarebbe uguale a circa $^{1}/_{70}$ di v.s.

Infine dando uno sguardo alla colonna delle differenze si può concludere che, almeno entro i limiti delle esperienze, la variazione termica è proporzionale alla temperatura, di guisa che l'espressione lineare 1) da cui sono partito, può con sufficiente esattezza rappresentare l'andamento del fenomeno, avendosi un errore medio di

$$\pm 0^{\text{v.s.}}.0023.$$

Ricorrendo anche ad una forma più complessa

$$N_t = N_0 - at + bt^2$$

non si farebbe, come ho potuto constatare, se non che complicare enormemente i calcoli senza che l'introduzione di una terza costante renda perciò migliori i risultati.

Ed invero per la determinazione delle 3 costanti N_o , α e b, il metodo dei minimi quadrati condurrebbe alle espressioni molto più complicate

$$\mathbf{N}_{0} = \frac{\mathbf{\Sigma}\mathbf{N}.(\mathbf{\Sigma}t^{3})^{2} + \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t.\mathbf{\Sigma}t.\mathbf{\Sigma}t^{4} + \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t^{2}.(\mathbf{\Sigma}t^{2})^{2} - \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}.\mathbf{\Sigma}t^{2}.\mathbf{\Sigma}t^{4} - \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t.\mathbf{\Sigma}t^{2}.\mathbf{\Sigma}t^{3} - \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t^{2}.\mathbf{\Sigma}t.\mathbf{\Sigma}t^{3}}{n(\mathbf{\Sigma}t^{3})^{2} + (\mathbf{\Sigma}t)^{2}.\mathbf{\Sigma}t^{4} + (\mathbf{\Sigma}t^{2})^{3} - n\mathbf{\Sigma}t^{2}.\mathbf{\Sigma}t^{4} - 2\mathbf{\Sigma}t.\mathbf{\Sigma}t^{2}.\mathbf{\Sigma}t^{3}}$$

$$a = \frac{n\Sigma Nt. \Sigma t^4 + \Sigma Nt^2. \Sigma t. \Sigma t^2 + \Sigma N. \Sigma t^2. \Sigma t^3 - n\Sigma Nt^2. \Sigma t^3 - \Sigma N. \Sigma t. \Sigma t^4 - \Sigma Nt. (\Sigma t^2)^2}{n (\Sigma t^3)^2 + (\Sigma t)^2. \Sigma t^4 + (\Sigma t^2)^3 - n\Sigma t^2. \Sigma t^4 - 2\Sigma t. \Sigma t^2. \Sigma t^3}$$

$$b = \frac{n\mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t \cdot \mathbf{\Sigma}t^3 + \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t^2 \cdot (\mathbf{\Sigma}t)^2 + \mathbf{\Sigma}\mathbf{N} \cdot (\mathbf{\Sigma}t^2)^2 - n\mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t^2 \cdot \mathbf{\Sigma}t^2 - \mathbf{\Sigma}\mathbf{N} \cdot \mathbf{\Sigma}t \cdot \mathbf{\Sigma}t^3 - \mathbf{\Sigma}\mathbf{N}t \cdot \mathbf{\Sigma}t \cdot \mathbf{\Sigma}t^2}{n(\mathbf{\Sigma}t^3)^2 + (\mathbf{\Sigma}t)^2 \cdot \mathbf{\Sigma}t^4 + (\mathbf{\Sigma}t^2)^3 - n\mathbf{\Sigma}t^2 \cdot \mathbf{\Sigma}t^4 - 2\mathbf{\Sigma}t \cdot \mathbf{\Sigma}t^2 \cdot \mathbf{\Sigma}t^3}$$

mentre le differenze tra i valori osservati e quelli calcolati rimarrebbero ancora dello stesso ordine e l'errore medio sarebbe presso a poco il medesimo ±0^{v.s.},0022.

PARTE SECONDA

Coefficienti di temperatura dei coristi normali prototipi.

Stabilito il coefficiente di temperatura del corista dell'apparecchio di König con quel grado di esattezza consentito dalle condizioni dell'esperienza, a risolvere del tutto la questione rimaneva confrontare il medesimo con il corista normale di 870 v. s. al secondo.

L'ufficio centrale del corista uniforme di Roma possiede due La_3 normali, l'uno, il corista normale da verifica, col quale vengono esaminati i coristi di uso privato e che dovrebbe corrispondere ad 870 v. s. alla temperatura di 20° C., l'altro, il corista normale, destinato ad essere conservato e che dovrebbe dare 870 v. s. alla temperatura di 15° C.

Essi furono costruiti da König appositamente per questo ufficio; sono in acciaio dorato con le estremità delle branche brunite in modo da poter funzionare da specchi, e possono a volontà essere fissati sopra apposita cassa di risuonanza o sopra un solido treppiedi.

Per entrambi ho intrapreso una serie grandissima di confronti ottici a differenti temperature, ottenute sempre per via naturale e sempre comprese negli stessi limiti di 0° e 30°. E qui il fare un grande numero di misure diveniva una necessità, poichè dovendo servirmi del coefficiente di temperatura del corista dell'orologio per calcolare quello relativo al corista normale, il cui numero delle vibrazioni è sei volte maggiore, si poteva temere sul risultato un errore anche sei volte maggiore, e non era possibile attenuarlo che ad una condizione di fare cioè molte misure.

Siccome però da alcuni confronti preliminari aveva potuto notare, che non era indifferente lo scambiare una branca con l'altra, e che tale scambio portava sul risultato una variazione, per il corista da verifica di circa $^2/_{10}$ di v. s., così a togliere su di esso ogni incertezza, ho avuto l'avvertenza di esaminare, nei confronti dei due coristi normali col corista dell'orologio, sempre la stessa branca, e precisamente la branca a destra di chi guarda l'iscrizione impressa su di essi.

Le esperienze furono condotte nel modo seguente. Un raggio di luce proveniente da un forellino illuminato da una lampada a gas, andava dapprima a battere contro la branca del corista normale, fissato ad un sostegno solidissimo e privo di cassa di risuonanza; da questa per riflessione era mandato sullo specchio di acciaio del corista dell'orologio, e da questo mediante una seconda riflessione inviato in un cannocchiale col quale si osservava la figura ottica.

Appositi schermi difendevano gli apparecchi dalle radiazioni calorifiche della lampada e dall'osservatore; l'apparecchio di König funzionava continuamente ed il corista normale era posto in vibrazione mediante un archetto.

Per evitare che la presenza prolungata della lampada e dell'osservatore nell'ambiente esercitasse un'influenza diversa sui due coristi, nonostante le prese precauzioni, ogni giorno venivano eseguite due determinazioni soltanto, la prima nelle ore antimeridiane e l'altra nelle ore pomeridiane.

La figura ottica che si presentava, quando i due coristi vibravano simultaneamente e ad angolo retto, era simile ad un doppio otto e non rimaneva che a contare il numero delle rotazioni di essa od il numero dei battimenti al secondo. Facendo questa determinazione a differenti temperature si hanno infatti tutti i dati necessari a calcolare il coefficiente di temperatura del corista normale.

Siano:

 \mathfrak{IS}_t ed \mathbf{N}_t i numeri delle vibrazioni del corista normale e del corista dell'orologio ad una temperatura qualsiasi t;

೨೮₀ ed N₀ quelli corrispondenti alla temperatura di 0°;

 a_1 ed a le variazioni termiche dei due coristi rispettivamente per 1° ;

 β_t il numero dei battimenti ottici contati a quella stessa temperatura t; è chiaro che si avrà la relazione:

$$\mathfrak{I}_{t} - 6\mathbf{N}_{t} = \pm \beta_{t} \tag{3}$$

oppure l'altra equivalente

$$\mathfrak{R}_0 - a_1 t - 6 \left(\mathbf{N}_0 - a t \right) = \pm \beta_t$$

in cui β si dovrà prendere col segno + o col segno - secondochè il rapporto $\frac{\Im \mathbb{G}_t}{\mathbf{N}_t}$ è maggiore o minore di sei.

L'equazione 4) diviene

$$(\mathfrak{I}_{0} - 6N_{0}) + (a - a_{1}) t = \pm \beta_{t}$$
 5)

per cui si vede che β_t è indipendente dalla temperatura solo quando $a=a_1$.

In allora fissato il segno di β , ciò che praticamente si fa aggiungendo ad uno dei due coristi, p. es. al corista normale, un pezzettino di cera ed esaminando se il numero dei battimenti cresce o diminuisce, si avranno per le diverse temperature tante equazioni del tipo 5) quante saranno le esperienze, ed applicando il metodo dei minimi quadrati potremo determinare per il corista normale le due costanti \mathfrak{I}_{0} ed a_{1} e con ciò verrà ad essere conosciuto il coefficiente di temperatura di esso.

Il corista normale da verifica, che ho per primo esaminato, non mi ha presentato alcuna difficoltà, e poteva benissimo contare fino a 20 battimenti interi senza tener conto dei primi due o tre ed arrestandomi quando la figura ottica rimpicciolita poteva lasciare qualche incertezza. Trovai così che la durata dei 20 battimenti cresceva leggermente colla temperatura, ed esperimentando da 0°,24 a 29°,96, ebbi in tale durata una variazione di circa 11" e precisamente da 38".9 a 50".0.

Aggiungendo poi un pezzettino di cera al corista normale trovai che il numero dei battimenti diminuiva, di guisa che nella formala 4) i β andavano presi col segno positivo.

Del resto ciò non è se non una conseguenza del fatto che il corista normale da verifica dovendo dare 870 v.s. ad una temperatura superiore a quella alla quale il corista dell'orologio ne dovrebbe dare 145, il rapporto dei due numeri di vibrazioni alle differenti temperature si mantiene sempre maggiore di 6.

La tabella B riassume i risultati relativi al corista normale da verifica.

Le esperienze ammontano a 142 e ciascuna è media di 15 o 20 misure fatte di seguito. Colla riunione poi di quelle riferentisi a temperature poco diverse, le ho ridotte a 45, attribuendo a ciascuna un conveniente peso come dalla 2^a colonna. La 3^a colonna dà le temperature medie alle quali furono eseguiti i confronti; la 4^a i valori dei β dati dalle esperienze ed espressi in vibrazioni semplici al secondo; la 5^a dà i valori di $6N_t$ calcolati mediante l'equazione 2) già stabilita per il corista dell'orologio; la 6^a colonna dà l'altezza del corista normale alle differenti temperature determinata mediante la 3); la 7^a dà i valori dei β calcolati, cioè desunti come differenze tra i valori della 6^a e della 5^a colonna; finalmente l' 8^a colonna dà le differenze fra i β contati direttamente ed i β calcolati, espresse in decimillesimi di v.s.

— 210 **—**

TABELLA B.

	Р	t	β_t osservato	$6N_t$)Tt	β_t calcolato	Δ
1	3	0.24	v.s. 1.0280	871. 1490	872. 1699	v.s. 1.0209	71
2	3	0.73	1.0240	» 1070	" 1244	1.0174	66
3	2	1.08	1.0270	» 0770	0919	1.0149	121
4	3	1.92	1.0015	» 0056	» 0140	1.0084	69
5	4	2.22	0.9970	870.9798	871. 9861	1.0063	93
6	2	3.11	1.0080	» 9036	» 9035	0.9999	81
7	3	3.77	0 9865	» 8472	» 8422	0.9950	85
8	3	4.36	0.9980	» 7968	7874	0.9906	74
9	3	5.19	0.9945	" 7260	» 7104	0.9844	101
10	4	6.03	0.9680	» 6546	» 6324	0.9778	98
11	3	6.85	0.9625	" 5844	» 5563	0.9719	94
12	2	7.44	0.9570	» 5340	» 5015	0.9675	105
13	2	8.42	0.9700		1405	0.9605	95
14	3	9.66	0.9593	" 4500 " 3444	2071	0.9510	83
15	3	10.15	0.9600	2021	2400	0.9475	125
16	4	10.13	0.9390			0.9441	51
17	3	11.08		» 2640	» 2081	0.9404	89
18			0.9315	» 2232	" 1636	0.9329	83
	4	12.13	0.9246	» 1332	» 0661		
19	3	12.87	0.9350	, 0702	870.9974	0.9272	78
20	3	13.67	0.9285	, 0018	» 9231	0.9213	72
21	3	14.21	0.9100	869, 9556	" 8730	0.9174	74
22	2	15.13	0.9204	" 8770	" 7876	0.9106	98
23	3	16.00	0.8970	, 8026	, 7068	0.9042	72
24	4	16.43	0.9060	" 7660	" 6669	0.9009	51
25	4	17.13	0.9040	, 7060	" 6019	0.8959	81
26	3	18.02	0.8970	" 6304	" 5193	0.8889	81
27	4	18.40	0.8804	" 5980	" 4840	0.8860	56
28	4	19.37	0.8710	" 5146	" 3939	0.8793	83
29	3	19.92	0.8830	,, 4678	" 3429	0.8751	79
30	2	20.62	0.8815	,, 4078	" 2779	0.8701	114
31	2	20.99	0.8530	" 3766	" 2435	0.8669	139
32	3	21.64	0.8526	" 3208	" 1832	0.8624	98
33	3	22.36	0.8484	,, 2596	" 1163	0.8567	-83
34	4	23.50	0.8540	" 1618	, 0105	0.8487	53
35	3	23.85	0,8350	" 1324	869, 9780	0.8456	106
36	4	24.60	0.8456	. " 0682	, 9084	0.8402	54
37	3	25.35	0.8421	, 0040	" 8388	0.8348	73
38	4	25.70	0.8250	868.9740	, 8063	0.8323	73
39	4	26.18	0.8230	, 9332	, 7617	0.8285	55
40	4	27.20	0.8264	, 8462	" 6670	0.8208	56
41	4	27.99	0.8196	" 7784	" 5937	0.8153	43
42	3	28.45	0.8190	mon 4	×ו0	0.8116	102
43	4	29.12	0.8150			0.8070	80
44	2	29.59		» 6818	» 4888	0.8035	35
45	3	29.96	0.8000	» 6416	» 4451	0.8004	52
			0.8056	» 6104	» 4108	0.0001	

Il metodo dei minimi quadrati applicato alle equazioni del tipo 5) per calcolare i valori delle due costanti \mathfrak{IG}_0 ed \mathfrak{A}_1 , mi ha fornito le due espressioni:

$$\mathfrak{I}_{0} = 6\mathbf{N}_{0} + \frac{\mathbf{\Sigma}\beta.\mathbf{\Sigma}t^{2} - \mathbf{\Sigma}\beta t.\mathbf{\Sigma}t}{n\mathbf{\Sigma}t^{2} - (\mathbf{\Sigma}t)^{2}} \\
a_{1} = 6a + \frac{\mathbf{\Sigma}\beta.\mathbf{\Sigma}t - n\mathbf{\Sigma}.\beta t}{n\mathbf{\Sigma}t^{2} - (\mathbf{\Sigma}t)^{2}}$$
(6)

dalle quali, mediante la sostituzione dei valori già noti $6 N_0$ e 6α relativi al corista dell'orologio, e dei valori dati dalle esperienze:

n = 142 ; $(\Sigma t)^2 = 5.107.193,2081$ $\Sigma t = 2.259,91$; $\Sigma \beta = 128,4724$ $\Sigma t^2 = 47.571,9457$; $\Sigma \beta t = 1.958,510913$.

ho ottenuto

$$5c_0 = 872,1922$$

$$a_1 = 0,0928379$$

e quindi il coefficiente di temperatura mi è risultato uguale a

$$\gamma_1 = 0.000106442$$
.

Ma se il confronto ottico si potè facilmente eseguire per il corista normale da verifica, una difficoltà si presentava per l'altro corista normale che dovrebbe essere esatto a 15°, giacchè facendolo vibrare contemporaneamente a quello dell'orologio, non era possibile contare un numero di battimenti sufficiente a fornirci il risultato con quell'esattezza, che si desiderava. Nello stesso tempo in cui per l'altro corista potevano essere contati 20 battimenti, era già difficile per questo contarne cinque o sei; cosicchè per mettermi nelle stesse condizioni ho creduto opportuno alterare un pochino l'altezza di quest'ultimo aggiungendo alle sue branche un pezzettino di cera, tanta quanta fu necessaria per ottenere a un dipresso lo stesso numero di battimenti che aveva per l'altro.

L'aggiunta di questo pezzettino di cera non può di certo alterare il coefficiente di temperatura, trattandosi di una quantità estremamente piccola, ma evidentemente essa viene ad alterare il numero assoluto delle vibrazioni del corista, a conoscere il quale ho dovuto poi eseguire una lunga serie di confronti dei due coristi normali fra di loro.

Nella tabella C ho riassunti i risultati relativi al confronto del corista normale così alterato con il corista dell'orologio.

Furono eseguiti 194 confronti a temperature comprese fra 0°,27 e 30°,28 e ripartiti in 51 gruppi. La durata dei 20 battimenti andava in questo caso diminuendo al crescere della temperatura, e si ebbe in totale una variazione di circa 10" da 42",7 a 32",5.

Oltre a ciò il rapporto fra il numero delle vibrazioni del corista normale e quello del corista dell'orologio fu trovato inferiore a 6, percui nella 4) i β si dovettero prendere col segno negativo, ed allora il numero delle vibrazioni a 0° e la variazione termica corrispondente a 1° vennero definiti per questo corista normale alterato, dalle relazioni

$$\mathfrak{IC}_{0} = 6N_{0} - \frac{\Sigma \beta. \Sigma t^{2} - \Sigma \beta t. \Sigma t}{n\Sigma t^{2} - (\Sigma t)^{2}}$$
$$a'_{1} = 6a - \frac{\Sigma \beta. \Sigma t - n\Sigma \beta t}{n\Sigma t^{2} - (\Sigma t)^{2}}$$

che non differiscono dalle 6) se non per il segno dei secondi termini dei secondi membri.

Sostituendo in queste i valori dati dalle esperienze:

$$n=194$$
 ; $(\Sigma t)^2=8.869.853,9329$
 $\Sigma t=2.978,23$; $\Sigma \beta=209,7684$
 $\Sigma t^2=59,602,5617$; $\Sigma \beta t=3.355,379160$

ho ottenuto

$$x'_0 = 870,2375$$
 $a'_1 = 0.0951490$

e per coefficiente di temperatura

$$\gamma'_1 = 0.000109337.$$

Tabella C.

	Р	t	β_t osservato	$6N_t$	ગે√:	β_t calcolato	1
1	3	0.27	v.s. 0.9400	871.1466	870. 2118	v.s. 0.9348	+ -
2	3	1.03	0.9500	» 0812	n 1395	0.9417	83
1 3	3	1.28	0 9360	» 0602	» 1157	0.9445	85
4	2	1.97	0.9400	» 0014	» 0501	0.9513	113
5	4	2.51	0.9620	870. 9552	869. 9987	0.9565	55
6	4	3.22	0.9680	» 8946	9311	0.9635	45
7	3	3.63	0.9600	» 8592	" 8921 <u> </u>	0.9671	71
8	3	4.36	0.9824	» 7968	» 8227	0.9741	83
9	4	5.12	0.9740	» 7320	» 7503	0.9817	77
10	4	5.38	0.9910	"	» 72 56	0.9842	68
11	4	5.70	0.9800	» 6828	" 6952	0,9876	76

	P	t	β_t osservato	$6N_t$	T':	β_t calcolato	Δ
12	4	6.44	v.s. 1.0010	870, 6192	869, 6247	v.s. 0.9945	+ - 65
13	5	7.02	1.0064	» 57 00	» 5696	1.0004	60
14	3	8.07	1.0010	» 4800	» 4696	1.0104	94
15	2	8.30	1.0010	» 4602	, 4478	1.0124	114
16	4	9.16	1.0276	» 3870	» 3659	1.0211	65
17	3	9.79	1.0330	» 3330	n 3060	1.0270	60
18	3	10.53	1.0244	» 2700	» 2356	1.0344	100
19	4	11.15	1.0470	, 2172	, 1766	1.0406	64
20	4	11.46	1.0500	" 1908	» 1471	1.0437	63
21	4	12.23	1.0566	» 1248	» 0738	1.0510	56
$\frac{\parallel}{\parallel}$ 22	5	12.38	1.0460	» 1122	" 0595	1.0527	67
23	3	13.13	1.0454	» 0480	868. 9882	1.0598	144
24	4	13.42	1.0510	" 0228	» 9606	1.0622	.112
25	5	13.93	1.0716	869, 9796	» §121	1.0675	41
26	5	14.88	1.0800	» 8986	» 8217	1.0769	131
27	5	15.31	1.0866	» 8614	7808	1.0806	60
28	4	16.11	1.0790	» 7936	» 7046	1.0890	100
29	4	16.38	1.0800	» 7702	» 6790	1.0912	112
30	3	16.96	1.1006	» 7210	" 6238	1.0972	34
31	3	17.58	1.0900	» 6676	» 5648	1.1028	128
32	3	18.02	1.0994	» 6304	" 5229	1.1075	81
33	4	18.42	1.1180	» ·5962	» 4849	1.1113	67
34	5	19.24	1.1270	» 5260	» 4068	1.1192	78
35	5	20.28	1.1320	» 4372	» 3079	1.1293	27
36	5	20.57	1.1244	» 4126	» 2803	1.1323	79
37	5	20.87	1.1424	» 3868	» 2517	1.1351	73
38	5	21.27	1.1430	» 3526	» 2137	1.1389	41
39	4	22.36	1.1404	" 2596	" 1100	1.1496	92
40	4	23.18	1.1454	» 1894	» 0319	1.1575	121
41	4	23.95	1.1636	" 1234	867. 9587	1.1647	11
42	3	24.50	1.1806	v 0766	» ·9063	1.1703	103
43	5	25.30	1.1840			1.1780	60
44	5	26.08	1.1784	868.9416	» 7560	1.1856	72
45	2	26.97	1.2050	» 8654	· " 6713	1.1941	109
46	4	27.43	1.2066	» 8264	" 6276	1.1988	78
47	3	28.01	1.2066	, 7772	» 5724	1.2048	18
48	4	28.61	1.2006	» 7256	» 5153	1.2103	97
49	4	29.35	1.2240	» 6626	v 4449	1.2177	63
50	3	29.82	1.2320	» 6224	" 400 <u>2</u>	1.2222	98
51	3	30.28	1.2200	» 5828	» 3564	1.2264	. 64

Dando uno sguardo alle ultime colonne delle due tabelle *B* e *C* si rileva come le differenze fra i valori dati dall'esperienza e quelli calcolati sono relativamente piccole, mantenendosi la maggior parte inferiori al centesimo di vibrazione, con un errore medio di circa

$$\pm 0.0080.$$

Al conseguimento di tale risultato deve senza dubbio aver contribuito, da una parte il grande numero di misure fatte a temperature succedentisi naturalmente, e dall'altra la bontà dell'apparecchio di König per siffatte ricerche.

Nella tabella *D* sono esposti finalmente i risultati riguardanti il confronto ottico dei due coristi normali, eseguito, come ho più sopra accennato, allo scopo di dedurre il numero assoluto delle vibrazioni del vero corista normale.

Evidentemente la questione era ridotta a conoscere con la più grande esattezza il numero delle vibrazioni da esso eseguite alla temperatura di 0°, giacchè noto questo e noto il coefficiente di temperatura il problema era risoluto.

Questo confronto l'ho eseguito a 6 temperature diverse ed il numero totale di battimenti interi contati fu di 18000 ripartiti in serie di 150, 200 e 250 misure di 15 battimenti ciascuna come dalla 2^a colonna.

	Numero totale dei battimenti contati	Battimenti semplici al secondo	Temperature medie	Altezza del corista normale da verifica	Altezza del corista normale	Numero delle v.s. del corista norm. a 0°	Valore medio
1	$250 \times 15 \ (3750)$	0,6780	11,38	871, 1357	870, 4577	871, 5421	
2	200×15 (3000)	0,6772	13,00	870,9853	» 3081	» 5469	
3	200×15 (3000)	0,6795	15,23	» 7783	» 0988	» 5501	v.s. 871, 5455
4	150×15 (2250)	0,6857	17,87	» 5332	869, 8475	» 5504	0,1,0100
5	200×15 (3000)	0,6944	19,12	» 4171	» 7227	» 5446	
6	200×15 (3000)	0,7034	21,37	" 2082 "	" 5048	» 5412	

TABELLA D.

Per dedurre l'altezza \mathfrak{R}''_0 del corista normale alla temperatura di 0° mi sono giovato della relazione

$$\mathfrak{R}_0(1-\gamma_1 t)-\beta_t=\mathfrak{R}''_0(1-\gamma'_1 t)$$

nella quale \mathfrak{I}_{0} , γ_{1} e γ'_{1} si conoscevano perchè determinati in antecedenza e β_{i} , numero dei battimenti semplici al secondo, era dato dall'esperienza. Il segno — di β_{i} dipende da ciò che il corista da verifica è più alto dell'altro.

Così ho ottenuto, come valore medio del numero delle vibrazioni del corista normale a 0°, il valore

v.8.

871.5455.

Con ciò il problema proposto rimaneva completamente risoluto.

I risultati ottenuti sono dunque i seguenti:

1º Per il corista dell'Orologio di König

2º Per il corista normale da verifica, senza cassa di risuonanza e per la branca a destra di chi guarda l'iscrizione impressa su di esso

Variazione termica per 1º 0,0928379 Numero delle vibrazioni a 0º 872,1922

Coefficiente di temperatura 0,000106442

3º Per il corista normale senza cassa di risuonanza e per la stessa branca

Variazione per 1º 0,0952922 Numero delle vibrazioni a 0º 871,5455 Coefficiente di temperatura 0,000109337

Cosicchè per calcolare il numero delle vibrazioni compiute da questi due ultimi ad una temperatura qualunque t potranno servire le relazioni

$$\mathfrak{R}_t = 872,1922 | 1 - 0,000106442 \cdot t | \\ \mathfrak{R}_t = 871,5455 | 1 - 0,000109337 \cdot t |$$

dalle quali si deduce che il primo corista, cioè quello di verifica, compie esattamente 870 v.s. alla temperatura di 23°,613 e l'altro alla temperatura di 16°,218. Quindi il corista normale di verifica a 20° equivale a

$$870 + 0,3354$$

ed il corista normale a 15° equivale a

$$870 + 0,1172.$$

Porrò termine a questa mia Memoria col notare che i valori dei coefficienti di temperatura dei coristi da me studiati sono dello stesso ordine di grandezza di quelli ottenuti da altri seguendo lo stesso processo od anche attenendosi a metodi diversi.

Così König per un corista di 128 v.s. regolatore del suo orologio a corista ha trovato

0,0001116;

Viktor v. Lang (1) studiando l'altezza di un corista di 435 v. s. a mezzo del cronoscopio di Hipp, trovò per coefficiente di temperatura

0.0001111.

Finalmente Wild (2) trovò per un corista di 145 v.s.

0,0000835,

per il corista normale dell'ufficio centrale di Pietroburgo (870 v. s.).

0,0001083

e per il corista da verifica dello stesso ufficio

0,0000945.

Si comprende del resto come il coefficiente di temperatura possa essere diverso da corista a corista, ma l'importante sarebbe quello di conoscere se, per un medesimo corista, il coefficiente di temperatura rimane costante oppure subisce coll'andar del tempo delle variazioni in seguito ad una probabile variazione del modulo di elasticità. Questa questione però non potrà essere risoluta, se non dopo aver ripetuti questi studi a periodi di almeno quattro o cinque anni, e sarà questo uno dei compiti avvenire degli uffici centrali del corista.

⁽¹⁾ Aus dem XCIII. Bande der Sitzb. der Kais. Akad. der Wissensch. II. Abth. März. Heft. Jahrg. 1886.

⁽²⁾ Bulletin de l'Académie imperiale des sciences de St. Pétersbourg. Tome XII.

RELAZIONE

letta dal Socio Cerruti, relatore, a nome anche del Socio Ferrero, nella seduta del 4 giugno 1892 sulla Memoria del dott. F. Guarducci, intitolata: Sulla risoluzione meccanica delle equazioni.

- "Il dott. Federigo Guarducci ha presentato all'Accademia due lavori che hanno rispettivamente per titolo: 1.º Sulla risoluzione meccanica di un sistema di equazioni lineari; 2.º Sulla risoluzione meccanica di un'equazione di grado n; e sì l'uno che l'altro, come dimostreremo brevemente, ci sembrano meritevoli della inserzione ne'volumi delle Memorie.
 - « Per risolvere un sistema di equazioni lineari

$$\sum_{s=1}^{s=n} a_{1s} x_s = b_1, \sum_{s=1}^{s=n} a_{2s} x_s = b_2, \dots, \sum_{s=1}^{s=n} a_{ns} x_s = b_n,$$
 (1)

il procedimento che si presenta più naturale, consiste nel dedurre dal sistema proposto un altro equivalente della forma

$$x_1 + \sum_{s=2}^{s=n} A_s x_3 = \alpha$$
, $x_2 + \sum_{s=3}^{s=n} B_s x_s = \beta$, ..., $x_{n-1} + H_n x_n = \eta$, $x_n = \xi$. (2)

Ma il passaggio del sistema (1) al sistema (2) non si può effettuare d'un tratto: è necessario passare ordinatamente per altri sistemi intermedî la formazione de quali richiede in generale computi aritmetici molto laboriosi. Ad esempio se, dopo aver diviso ambo i membri di ogni equazione pel coefficiente della x_1 , si sottrae membro a membro la prima equazione dalla seconda, terza, ecc.; si cade sopra un nuovo sistema di equazioni nel quale la prima contiene ancora tutte le incognite, fra cui la x_1 col coefficiente uguale all'unità, e le altre n-1 soltanto n-1 incognite e precisamente le x_2, x_3, \dots, x_n . Poichè nulla osta che si operi su questo sistema di n-1equazioni come si è operato sul primitivo, si vede che, ripetendo le medesime operazioni un sufficiente numero di volte, dal sistema (1) si deduce il sistema (2). Ora ad evitare il tedio delle lunghe calcolazioni numeriche il sig. Guarducci ha ideato un apparecchio, dove con semplici rotazioni si vengono a costruire gli schemi de' coefficienti de' successivi sistemi sopraindicati di equazioni, intermedî fra i due estremi (1) e (2). Formato l'ultimo schema, da esso si desumerà senz'altro il valore dell'incognita x_n : e conosciuta x_n col medesimo apparecchio facilmente si calcola il valore di x_{n-1} dato dalla penultima equazione del sistema (2) e così via.

" Un altro apparecchio ideato dal sig. Guarducci permette col girare semplicemente una manovella di formare i termini.

$$a_1 x$$
, $a_2 x^2$, $a_3 x^3$, ..., $a_n x^n$

del polinomio

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n,$$

e di assegnare, per un valore arbitrariamente dato della x, il valore y del polinomio, valore che viene segnato da un indice sopra un quadrante graduato. Inversamente, contati i giri e frazioni di giro della manovella occorrenti perchè l'indice del quadrante segni su di esso un numero y prefissato, se ne deduce con facile operazione una qualunque radice reale della equazione

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$
.

- α Per la risoluzione di un sistema di equazioni lineari il Guarducci ha pure ideato un altro apparecchio che potrebbesi chiamare statico, inquantochè riposa sulla interpretazione di ogni equazione del sistema (1), per esempio della r^{esima} , come condizione di equilibrio fra un peso uguale all'unità col braccio di leva b_r e certi n pesi incogniti x_1, x_2, \ldots, x_n co' bracci di leva $a_{r1}, a_{r2}, \ldots, a_{rn}$: ma questo secondo apparecchio ci sembra di attuazione pratica meno facile de' precedenti.
- "Avendo dovuto giudicare de'meccanismi proposti dal Guarducci sopra semplici disegni, non possiamo sentenziare che sulla loro possibilità teoretica e sulla esattezza de' principì da' quali è partito l'autore nell'immaginarli. Sebbene costretti per questo motivo ad astenerci dal pronunciare un giudizio categorico su'vantaggi pratici che essi offrono in sè e comparativamente ad altri congeneri, non esitiamo dal dichiarare che gli apparecchi del Guarducci, giusti in principio, sono fondati sopra combinazioni cinematiche molto ingegnose, le quali, per quanto ci consta, non furono ancora utilizzate da altri per il medesimo scopo, e che perciò meritano di essere portati a conoscenza del pubblico.
- " Concludendo, noi proponiamo la inserzione delle due brevi Memorie illustrative negli Atti dell'Accademia, e manifestiamo il semplice desiderio che esse vengano rifuse in una sola e ritoccate qua e là per guisa da rendere il discorso più limpido e corretto ".

Sulla risoluzione meccanica delle equazioni. Memoria del dott. FEDERIGO GUARDUCCI.

(Con tre tavole)

Con questa Memoria mi propongo di esporre alcuni nuovi apparecchi o piuttosto i principi cinematici di alcuni nuovi apparecchi capaci di dare meccanicamente:

1.º I valori delle n incognite che sodisfano ad un sistema di n equazioni lineari.

2.º Le radici reali di una equazione algebrica di grado qualunque n.

Relativamente al primo di questi problemi due soli sono, per quanto è a mia cognizione, gli apparecchi proposti finora. Di uno di essi fa parola Sir W. Thomson nell'opera: Procedings of the Royal Society (Vol. XXVIII, anno 1878); l'altro è dovuto al signor Weltmann e trovasi descritto nel periodico « Zeitschrift der Instrumentenkunde » (anno 1884, pag. 338). Il primo riposa sul principio delle velocità virtuali e l'altro sull'equilibrio di un liquido in vasi comunicanti; ambedue però, per quanto ingegnosissimi come invenzioni, mi sembrano un poco troppo lontani dalla pratica attuazione, sia per la complicazione delle loro parti, sia per le condizioni in cui queste sono chiamate a funzionare.

La descrizione del primo di essi trovasi riportata anche nell'appendice dell'ultima edizione dell'opera, Treatise on natural Philosophy by sir W. Thomson and Peter Goutrie Tait, stampata a Cambridge nell'anno 1886, ed in vista appunto di una data così recente, e tenuto conto che l'opera dei due illustri autori è un vero emporio di scienza moderna, sono indotto a ritenere che l'apparato ivi descritto rappresenti quanto di meglio è stato proposto finora in proposito.

Relativamente poi al problema della Risoluzione meccanica di una equazione algebrica di grado superiore, esistono varie pubblicazioni proponenti congegni più o meno complicati i quali però, per la massima parte, riguardano equazioni speciali e di grado poco elevato (1); reputo dunque non privo affatto d'interesse il richiamare

⁽¹⁾ Oltre ai metodi già noti da molto tempo e consistenti nella costruzione geometrica delle radici di una equazione mediante la intersezione di curve di facile costruzione, si hanno, fra le altre, le seguenti pubblicazioni in proposito: 1.º Exposé d'une nouvelle méthode pour la résolution des équations numeriques de tous les degrés par M. Lalanne. (Comptes rendus des séances a l'Academie des Sciences. 2º semestre, 1875, pag. 1186 e 1243). — 2.º Résolution de l'équation du troisième dégre à l'aide d'un systhème articulé. Note de M. Saint-Loup. (Comptes rendus etc. 2º semestre, 1874, pag. 1323). — 3.º Résolution des équations au moyen de l'électricité, par M. Felix Lucas. (Comptes rendus etc. 1º semestre 1888, pag. 1072. — 4.º Sopra una macchina per risolvere le equazioni per mezzo delle macchine integranti. Memoria di Zmurko. (Memoires de la Societé des sciences experimentelles).

l'attenzione sopra queste mie proposte le quali risolvono i due problemi in modo, a parer mio, più facilmente realizzabile.

Per i sistemi di equazioni lineari presento due distinti congegni informati a principi ben diversi; così mentre l'uno eseguisce meccanicamente l'eliminazione seguendo la via tracciata dalla ordinaria eliminazione algebrica, l'altro giunge direttamente ed immediatamente alla conoscenza delle incognite riducendo il problema ad un caso di equilibrio statico. Per la risoluzione di una equazione algebrica di grado n propongo un apparecchio che si presta qualunque sia n, e che mi sembra di attuazione anche più facile dei precedenti. Ritengo però necessario di premettere fin d'ora che sono ben lungi dall'intendere di presentare delle macchine studiate in tutte le loro parti, e tanto meno di fare apprezzamenti sul valore pratico che da esse possiamo attenderci; nell'esporre i principî cinematici sui quali esse riposano, ho solo in mira di mostrare nuovi modi di risolvere i due problemi in parola, ed invito perciò il lettore a voler riguardare come semplicemente schematiche le figure annesse a questa Memoria.

Ciò premesso passo a descrivere il primo dei due apparecchi che propongo per risolvere un sistema di equazioni lineari simultanee, quello cioè che eseguisce meccanicamente la eliminazione, incominciando dall'esaminare quali sono le operazioni elementari che esso deve a tale scopo effettuare.

Sia dato un sistema di n equazioni lineari fra le incognite $x_1, x_2, x_3, \dots x_n$

$$a_{1} x_{1} + b_{1} x_{2} + c_{1} x_{3} + \cdots + g_{1} x_{n} + h_{1} = 0$$

$$a_{2} x_{1} + b_{2} x_{2} + c_{2} x_{3} + \cdots + g_{2} x_{n} + h_{2} = 0$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$a_{n} x_{1} + b_{n} x_{2} + c_{n} x_{3} + \cdots + g_{n} x_{n} + h_{n} = 0.$$

Se dividiamo ciascuna equazione pel respettivo coefficiente della prima incognita x_1 il sistema prende la forma

$$x_{1} + \begin{bmatrix} 1.2 \end{bmatrix} x_{2} + \begin{bmatrix} 1.3 \end{bmatrix} x_{3} + \dots + \begin{bmatrix} 1.n \end{bmatrix} x_{n} + k_{1} = 0$$

$$x_{1} + \begin{bmatrix} 2.2 \end{bmatrix} x_{2} + \begin{bmatrix} 2.3 \end{bmatrix} x_{3} + \dots + \begin{bmatrix} 2.n \end{bmatrix} x_{n} + k_{2} = 0$$

$$x_{1} + \begin{bmatrix} 3.2 \end{bmatrix} x_{2} + \begin{bmatrix} 3.3 \end{bmatrix} x_{3} + \dots + \begin{bmatrix} 3.n \end{bmatrix} x_{n} + k_{3} = 0$$

$$\vdots$$

$$x_{1} + \begin{bmatrix} n.2 \end{bmatrix} x_{2} + \begin{bmatrix} n.3 \end{bmatrix} x_{3} + \dots + \begin{bmatrix} n.n \end{bmatrix} x_{n} + k_{n} = 0$$

in cui venne adoperato in generale il simbolo [r.s] per indicare il coefficiente di x_s nella r^{ma} equazione.

Effettuando la eliminazione di x_1 col sottrarre la prima equazione successivamente da tutte le altre, si cade sul sistema di n-1 equazioni

i cui coefficienti derivano per semplici differenze da quelli del sistema (2). Si vede perciò che la eliminazione di una incognita potrà eseguirsi meccanicamente, quando il congegno riesca a dividere tutti i coefficienti di una stessa linea per una stessa quantità, ed a sottrarre una stessa quantità da tutti i coefficienti di una stessa colonna. A questo risultato si può giungere partendo dalla seguente rappresentazione meccanica dei coefficienti.

Supponiamo che dei dischi

$$a_1$$
 b_1 c_1 d_1 \dots a_2 b_2 c_2 d_2 \dots

siano fissati pel loro centro normalmente a dei perni verticali

$$p$$
, p , p ,

girevoli in apposito castello, e disposti in linee e colonne ortogonali analogamente ai coefficienti del dato sistema di equazioni (Vedi tav. I). Ad ogni coefficiente corrisponde un disco, dimodochè per un sistema di n equazioni con n incognite occorrono n linee con n+1 dischi ciascuna; però, per ragioni che appariranno in seguito, aggiungeremo una $(n+1)^{ma}$ linea identica alle altre, ed avremo così un complesso di $(n+1)^2$ dischi disposti in n+1 linee ed n+1 colonne. (Nella nostra figura n=3).

Supponiamo che questi dischi siano resi solidali nel loro moto di rotazione mediante una correggia continua ll' che si avvolge sopra gole a sezione rettangolare scavate nel loro spessore, in modo cioè che, facendo ruotare uno qualunque di essi, tutti gli altri risentano una uguale e contemporanea rotazione nel medesimo senso; supponiamo inoltre che al disopra dei centri dei dischi di ciascuna colonna, e parallelamente ai loro piani, passino delle viti di precisione vv' che entrano in fori a madrevite ff praticati nelle spranghe ss' facenti sistema col castello. Supponiamo infine che in queste viti, ed in corrispondenza di ciascun disco, impanino delle rotelle micrometriche rr' aventi le periferie costituite da un risalto centrale sporgente a cuneo interposto a due superficie cilindriche divise in un certo numero di parti uguali, p. e. in cento. Se facciamo in modo che un'indice segni zero sulle due divisioni allorchè la rotella trovasi in corrispondenza del centro del disco, e se le divisioni stesse vennero numerate complementarmente l'una rispetto all'altra, avremo modo, contando i passi di spostamento in un senso o nell'altro a partire dal centro del disco, e leg-

gendo le parti di rotella ora sull'una ed ora sull'altra divisione, di misurare in valore ed in segno la distanza della rotella dal centro del disco espressa in unità e frazioni decimali del passo della vite.

Con queste distanze rappresenteremo i respettivi coefficienti delle equazioni date, ciascuno dei quali verrà perciò individuato da una speciale posizione della corrispondente rotella; e per la lettura tanto dei passi di vite quanto delle parti di rotella possono servire da indici le verghe TT' divise in unità del passo della vite e disposte parallelamente alle viti stesse quasi a contatto delle rotelle come mostra la figura. Quando l'istrumento trovasi nella posizione di riposo, i piani dei dischi non giungono a toccare la parte cuneiforme delle rotelle, giacchè le sbarre SS' che inforcano, mediante le finestrelle q, i perni p, sono munite di opportuni rigonfiamenti i quali, appoggiandosi a degli anelli fissi sui perni stessi, tengono discosti i dischi comprimendo in pari tempo le molle spirali m che tendono a sollevarli; dando però un movimento longitudinale alle sbarre, i rigonfiamenti si spostano assumendo la posizione rappresentata dal disegno, e le molle m, rese libere, sollevano i dischi comprimendoli alquanto contro la parte cuneiforme delle rotelle. Tutto questo avviene, come facilmente si rileva osservando la figura, per ogni linea e per ogni colonna indipendentemente, per cui è in tal modo reso possibile di stabilire e di togliere a volontà il contatto fra dischi e rotelle per una o più linee e per una o più colonne, tanto separatamente quanto simultaneamente.

Ciò posto il principio su cui riposa l'apparecchio è il seguente: se dopo avere stabilito il contatto fra dischi e rotelle in una posizione qualunque di queste facciamo ruotare i dischi solidalmente di un angolo qualunque, i numeri indicati dalle rotelle dopo tal rotazione sono proporzionali a quelli che esse indicavano prima della rotazione; dimodochè se le distanze delle rotelle dai centri dei dischi erano inizialmente misurate dai numeri

$$n_1$$
, n_2 , n_3 , ...

dopo la rotazione saranno respettivamente misurate dai numeri

$$\mathbf{K}n_1$$
, $\mathbf{K}n_2$, $\mathbf{K}n_3$, ...

essendo K una costante.

Questo principio, che non ha bisogno di essere dimostrato per dei moti elementari, può riuscire non troppo evidente per dei moti finiti, e, per dimostrarlo anche in questo caso, osserviamo che rappresentando con x la distanza variabile della rotella dal centro del disco, con R il raggio della rotella nella parte cuneiforme, con P il passo della vite, con θ l'angolo di cui ruotano i dischi e con ω quello di cui ruota la rotella, abbiamo le relazioni differenziali

$$x d\theta = Rd\omega$$

$$\frac{2\pi}{P} = \frac{d\omega}{dx}$$

dalle quali eliminando $d\omega$ si deduce

$$d\theta = \frac{2\pi R}{P} \frac{dx}{x}$$

la quale integrata fra due stati qualunque ci dà

da cui

$$x_1 = x_0 e^{\frac{P}{2\pi_R}(\theta_1 - \theta_0)}$$

la quale ci mostra che dopo una rotazione qualunque finita $\theta_1 - \theta_0$ dei dischi, i numeri indicati dalle rotelle sono proporzionali alle distanze x_0 cui esse rotelle si trovano dai centri dei dischi al principio del moto, come abbiamo superiormente enunciato.

In particolare poi, se al principio del moto le rotelle segnavano respettivamente

$$1$$
, a , b , c , d

e facciamo ruotare i dischi finchè la prima rotella segni K, le altre verranno a segnare respettivamente

$$Ka$$
, Kb , Kc , Kd ...

Viceversa, se esse segnavano

$$a, b, c, d \dots$$

e portiamo, facendo ruotare tutti i dischi, la prima a segnare l'unità, le altre verranno a segnare respettivamente

$$\frac{b}{a}$$
, $\frac{c}{a}$, $\frac{d}{a}$...

e si vede perciò come con tal disposizione riesca possibile moltiplicare o dividere una serie di numeri per uno stesso numero dato.

Stando adunque così le cose, collochiamo l'istrumento nella posizione di riposo, cioè con tutti i dischi discosti dalle rotelle, e queste in posizioni tali da rappresentarci in valore ed in segno i coefficienti del dato sistema di equazioni. Spingiamo i dischi della sola prima linea al contatto delle respettive rotelle e facciamoli ruotare finchè la prima rotella di sinistra, che rappresenta la a_1 del sistema (1), segni l'unità. Per quello che abbiamo veduto le altre rotelle della linea verranno a segnare respettivamente i rapporti dei coefficienti secondo, terzo, quarto, ecc. al primo; in altri termini avremo diviso la prima equazione pel coefficiente del primo termine, riducendola così dalla forma che aveva nel sistema (1) a quella che ha nel sistema (2). Liberando allora dai contatti i dischi della prima linea e stabilendoli invece nella seconda, possiamo operare analogamente, portando in tal modo anche la seconda equazione ad avere per coefficiente del primo termine l'unità, e così di seguito per le altre equazioni finchè tutto il sistema sia ridotto alla forma (2). La prima delle operazioni elementari resta dunque in tal modo eseguita.

Dal sistema ridotto alla forma (2) bisogna passare al sistema (3) formandone i coefficienti col sottrarre respettivamente il primo coefficiente di ogni colonna da tutti gli altri della stessa colonna. Per far questo si potrebbe, dopo aver tolto tutti i contatti fra i dischi e le rotelle, far ruotare le viti vv' entro le loro madreviti ff, senza

che le rotelle ruotino sulle viti, finchè la indicazione della prima rotella di ciascuna colonna sia divenuta zero, con che evidentemente tutte le indicazioni delle altre rotelle verrebbero ad essere diminuite della voluta quantità; però, così facendo, si viene a perdere la traccia della prima equazione del sistema (2) ed interessando invece che essa sia conservata, (giacchè occorrerà per risalire ai valori delle incognite), riporteremo i suoi cofficienti sulla $(n+1)^{ma}$ linea, (la linea aggiunta), e quindi stabilendo i contatti fra i dischi e le rotelle solo nella prima linea, faremo ruotare le viti entro le loro madreviti, finchè siano ridotte a zero le indicazioni sulla linea aggiunta. In tal modo le indicazioni della prima linea rimangono inalterate giacchè in essa le viti ruotano entro alle rotelle senza spostarle, e le n-1 linee successive (a cominciare dal secondo coefficiente giacchè il primo rimane annullato) vengono a formare precisamente il sistema (3), sul quale opereremo analogamente, e così di seguito finchè giungeremo all'ultimo sistema costituito da una sola equazione con due soli coefficienti, quello cioè dell'ultima incognita ed il termine noto. Riducendo anche in questa equazione alla unità il coefficiente dell'incognita, il nuovo termine noto che ne risulta, cambiato di segno, sarà precisamente il valore dell'ultima incognita (1).

L'insieme di tutte le prime equazioni conservate in ogni successiva eliminazione costituisce un sistema della forma

i cui coefficienti vengono indicati dalle rotelle che rimangono a destra della diagonale. Col sistema ridotto alla forma precedente, il risalire ai valori delle incognite mediante il calcolo è cosa molto semplice e spedita; nonostante può venire utilizzata la macchina anche per questa operazione la quale si riduce a moltiplicare tutti i coefficienti di una colonna per una stessa quantità; solo si dovrà aver cura di considerare come cambiati di segno tutti i termini di una colonna quando la x che vi entra è risultata negativa.

⁽¹⁾ Una osservazione diviene peraltro necessaria a questo punto, ed è che la moltiplicazione e la divisione non possono venire eseguite dalla macchina che per una quantità positiva, giacchè per effetto della sola rotazione dei dischi le rotelle non possono passare da una parte all'altra dei centri dei dischi stessi. — Segue da ciò che se nel corso delle operazione ci troveremo di fronte ad equazioni aventi il coefficiente del loro primo termine negativo, non potremo mai, senza cambiare il segno a tutta la equazione, ridurlo alla unità positiva come tacitamente abbiamo supposto di poter fare attribuendo forma letterale positiva ai coefficienti. — Se dunque non vogliamo cambiare il segno a tutta la equazione dovremo effettuare la eliminazione per somma anzichè per differenza su quelle equazioni il cui primo termine è di segno contrario a quello del primo termine della prima equazione del sistema.

Parimente il congegno può servire a verificare le operazioni, rendendo identità le equazioni proposte col sostituire in esse i valori ottenuti per le incognite, giacchè anche ciò si riduce semplicemente alla moltiplicazione di tutti i coefficienti di una colonna per una medesima quantità.

Ritengo inutile dilungarmi sui facili ripieghi da adottare quando durante l'operazione il coefficiente del primo termine di qualche equazione divenisse nullo, o quando le equazioni mancassero di qualche termine; passo invece a mostrare l'altro congegno che permette di risolvere molto più speditamente il problema, facendolo dipendere dalla posizione di equilibrio statico in cui si dispone un sistema soggetto a dei legami.

Riprendiamo un sistema di equazioni lineari

(5)
$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + \cdots = m_1$$

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z + \cdots = m_2$$

Ognuna di queste può essere interpretata come la espressione della condizione di equilibrio fra il momento di rotazione risultante delle forze x, y, z ... applicate ai bracci di leva A_r , B_r , C_r ed una forza uguale alla unità applicata al braccio di leva m_r .

Prendiamo delle verghe rigide l_1 , l_2 , l_3 ... (Vedi tav. II) e dopo averle ridotte in equilibrio indifferente col sospenderle ai perni o_1 , o_2 , o_3 ... passanti pel respettivo loro centro di gravità, rappresentiamo su ciascuna di esse in valore ed in segno i coefficienti di una delle equazioni riportando in un senso o nel senso opposto, a partire dai perni, delle lunghezze

$$\overline{oA}_1$$
, \overline{oB}_1 , \overline{oC}_1 ... \overline{om}_1 sulla verga l_1
 \overline{oA}_2 , \overline{oB}_2 , \overline{oC}_2 ... \overline{om}_2 * l_2

respettivamente proporzionali ai coefficienti stessi, ed individuiamo gli estremi $A_1, A_2, ...$ $B_1, B_2 ...$ con dei corsoi scorrevoli sulle verghe. È chiaro che il nostro problema sarà risoluto quando avremo trovato un sistema di forze x, y, z ... tali che applicando la x normalmente alle verghe nei punti A_1, A_2, A_3 ..., la y nei punti B_1, B_2, B_3 ... ecc. ne risulti equilibrio con dei pesi uguali alla unità applicati respettivamente alle distanze $\overline{om_1}, \overline{om_2}, \overline{om_3}$... dai perni. Ciò si realizza, a parer mio, con sufficiente semplicità nella disposizione indicata dalla tav. II.

Dai punti rappresentanti i coefficienti A partono, normalmente alle verghe, delle cordicelle che terminano con delle puleggie α_1 , α_2 , α_3 ...; quindi un'altra cordicella che muove da un punto fisso q_1 avvolge, coll'ajuto delle puleggie fisse α_1 , α_2 , α_3 ..., tutte le puleggie α_1 , α_2 , α_3 , ... e va ad attaccarsi al punto fisso T_1 . Analogamente

un'altra cordicella che parte da q_2 avvolge, passando sulle β_1 , β_2 , β_3 ..., le b_1, b_2 ... e si attacca a T_2 e così per le altre. Quando adunque collochiamo dei pesi uguali alla unità sui bracci di leva $o[m_1]$, $o[m_2]$... le cordicelle si pongono in tensione, ed è facile vedere che le tensioni sviluppate in T_1 , T_2 , T_3 ... sono in relazione molto semplice colle incognite x, y, z La Meccanica ci insegna infatti che la tensione in ogni punto di queste cordicelle è costante, e perciò, nel caso astratto in cui le corde, le puleggie ed i corsoi fossero privi di peso, la tensione fra un punto qualunque A_r e la corrispondente puleggia a_r (tensione che non è altro che la incognita x) farebbe equilibrio al doppio della tensione in T_1 , e analogamente per tutte le altre incognite; basterebbe adunque misurare queste tensioni e raddoppiarle per avere i valori cercati delle incognite espressi in unità di peso (¹). Siccome però nulla sappiamo a priori circa il segno delle incognite, così può accadere che la tendenza al moto di alcune o di tutte le verghe si manifesti in senso inverso a quello secondo cui sono possibili le tensioni delle cordicelle finora considerate, e produca perciò un rallentamento invece che una tensione delle cordicelle stesse.

Per rimediare a ciò adatteremo una disposizione analoga per la parte inferiore delle verghe, ed avremo così altrettante cordicelle che fanno capo ai punti T'_1 , T'_2 , T'_3 ... le quali entreranno in tensione al rallentarsi di quelle superiori e corrisponderanno perciò ai valori negativi delle incognite.

Passando ora dal caso astratto alla realtà ed indicando con P il peso di una delle puleggie mobili, a_r , b_r , c_r ..., supposte tutte uguali, con p quello di uno dei corsoi, e trascurando il peso delle cordicelle, abbiamo che, al doppio della tensione in T_1 fa equilibrio non la x sola, ma sivvero la x aumentata di 2P+p; e, pei valori negativi, al doppio della tensione in T_1 aumentata di P+p fa equilibrio la x.

Abbiamo dunque pei valori positivi

$$x = \text{due volte tensione in } \mathbf{T}_1 - 2\mathbf{P} - p$$

e pei valori negativi

$$x = \text{due volte tensione in } \mathbf{T}_1 + \mathbf{P} + p$$

il quale ultimo valore dovrà essere assunto con segno negativo.

Per semplificare l'apparecchio si potrebbero anche fissare ambedue le puleggie α_r , α'_r sul respettivo corsoio e quindi neutralizzare l'effetto di esse e dei corsoi mediante pesi aggiunti alle verghe che riconducano queste in equilibrio indifferente; si ritornerebbe così al caso astratto, ed ogni incognita avrebbe semplicemente per valore il doppio della tensione della respettiva cordicella.

L'uso di ambedue gli apparati descritti, specialmente di quest'ultimo, può venire perfezionato col metodo delle approssimazioni successive.

Indichiamo infatti con x_1, x_2, x_3 un sistema di valori approssimati delle inco-

⁽¹⁾ Raddoppiando i momenti dei termini noti le tensioni ci darebbero direttamente le incognite invece delle loro metà.

gnite ottenuti mediante l'apparecchio, e con Δx , Δy , Δz ... le correzioni che essi devono subire per divenire i valori giusti; abbiamo rigorosamente

$$A_{1}(x_{1} + Ax) + B_{1}(y_{1} + Ay) + C_{1}(z_{1} + Az) + \cdots - m_{1} = 0$$

$$A_{2}(x_{1} + Ax) + B_{1}(y_{1} + Ay) + C_{1}(z_{1} + Az) + \cdots - m_{2} = 0$$

ovvero

$$\{ A_1 x_1 + B_1 y_1 + C_1 z_1 + \cdots - m_1 \} + A_1 \Delta x + B_1 \Delta y + C_1 \Delta z + \cdots = 0$$

$$\{ A_2 x_1 + B_2 y_1 + C_2 z_1 + \cdots - m_1 \} + A_2 \Delta x + B_2 \Delta y + C_2 \Delta z + \cdots = 0$$

e le quantità fra parentesi, anzichè nulle, risulteranno uguali a dei residui ε_1 , ε_2 , ε_3 ... tanto più piccoli quanto più i valori x_1 , y_1 , z_1 ... sono approssimati ai veri; rimangono dunque le equazioni

$$A_1 \Delta x + B_1 \Delta y + C_1 \Delta z + \cdots + \varepsilon_1 = 0$$

$$A_2 \Delta x + B_2 \Delta y + C_2 \Delta z + \cdots + \varepsilon_2 = 0$$

che differiscono solo nei termini noti dalle equazioni proposte (5) e che ci determinano le correzioni Δx , Δy , Δz ...

Questi termini noti ε_1 , ε_2 ..., ottenuti colla effettiva sostituzione dei valori approssimati dati da una prima risoluzione, possono venire ingranditi moltiplicandoli tutti per un certo numero n, possibilmente multiplo di dieci, e risolvendo coll'apparecchio le nuove equazioni, avremo colla stessa precedente approssimazione, i valori di $n \mathcal{A}_{\mathcal{X}}$, $n \mathcal{A}_{\mathcal{Y}}$, $n \mathcal{A}_{\mathcal{Z}}$... dai quali potremo dedurre i valori delle correzioni $\mathcal{A}_{\mathcal{X}}$, $\mathcal{A}_{\mathcal{Y}}$, $\mathcal{A}_{\mathcal{Z}}$... con una approssimazione n volte maggiore di quella che comporta lo strumento, e, mediante successive sostituzioni, potremo spingere le approssimazioni a quel grado che ci piacerà.

Vengo finalmente a descrivere l'ultimo apparato, quello cioè che ci dà meccanicamente i valori y della funzione

(6)
$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

corrispondenti a dei valori assegnati per x; e, viceversa, i valori di x che corrispondono ad un valore dato di y, ossia le radici della equazione

(7)
$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 - y = 0$$

la quale comprende come caso particolare, per y=0, la equazione di grado n sotto la forma ordinaria

(8)
$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0.$$

Osservando che nella (6) i valori di y che corrispondono ai valori negativi di x sono quelli che corrispondono ai valori positivi nella trasformata risultante dal cambiamento di x in -x, e parimente nelle (7) e (8) le radici negative sono le positive della trasformata stessa, potremo limitarci a considerare il caso dei valori positivi di x.

L'apparecchio in parola risulta dei dischi D_1 , D_2 ... (Vedi tav. III) in numero uguale al grado della equazione, e di altrettante viti di precisione e rotelle micrometriche analoghe a quelle già descritte nel primo apparecchio per la risoluzione di un sistema di equazioni lineari, colla sola differenza che quì le viti sono fisse nelle rotelle e subiscono per conseguenza degli spostamenti longitudinali quando le rotelle ruotano; di più, mentre il disco D_1 ruota di un certo angolo, gli altri dischi D_2 , D_3 ... invece di ruotare dello stesso angolo come nell'altro apparecchio, ruotano di un'angolo respettivamente doppio, triplo, quadruplo, ecc. Il disco D_0 , che è solidale e di moto identico a quello del disco D_1 , serve ad imprimere la rotazione a tutti gli altri e nello stesso tempo a misurare questa rotazione. Inoltre delle puleggie p_1 , p_2 , p_3 ... sono fissate follemente alle estremità delle viti in modo da subire lo spostamento longitudinale di queste e non la rotazione, e finalmente una cordicella inestendibile parte da un punto fisso o, e dopo essersi avvolta sulle puleggie p_1 , p_2 , p_3 ... q_1 , q_2 , q_3 ... e sull'asse dell'indice di un quadrante Q, come mostra la figura, termina in un contrappeso K.

Ciò posto, disponiamo le rotelle dei dischi D_1 , D_2 ... in posizione tale da rappresentare in valore ed in segno respettivamente i coefficienti a_1 , a_2 , a_3 ... e facciamo ruotare il disco D_0 di un'angolo qualunque. Per quello che abbiamo detto il disco D_1 ruoterà come il disco D_0 , e gli altri dischi D_2 , D_3 ... ruoteranno di un'angolo respettivamente doppio, triplo, ecc.; le rotelle che vi sono a contatto ruoteranno pure, e le viti si sposteranno longitudinalmente unitamente alle puleggie p_1 , p_2 , p_3 ...

Per analizzare questi movimenti indichiamo con R il raggio della rotella, con r la distanza variabile a cui essa si trova dal centro del disco in una posizione qualunque, con dr la variazione di questa distanza, con $d\theta$ la rotazione elementare dei dischi D_0 e D_1 , con $d\omega$ quella della rotella e con P il passo della vite. Abbiamo anche qui le relazioni differenziali

(9)
$$rd\theta = Rd\omega$$

(10)
$$\frac{2\pi}{P} = \frac{d\omega}{dr}$$

dalle quali eliminando $d\omega$ si deduce

$$d\theta = \frac{2\pi \mathbf{R}}{\mathbf{P}} \cdot \frac{dr}{r}$$

la quale integrata fra 0 e θ ci dà pel disco D₁

(11)
$$\theta = \frac{2\pi R}{P} \log. \text{ nep. } \frac{r_1}{a_1}$$

avendo indicato con r_1 il valore che assume r dopo la rotazione θ del disco D_1 .

Dalla (11) si deduce

$$r_1 = a_1 \frac{\frac{P}{2\pi R} \cdot \theta}{e}.$$

Pel disco D2, che ruota di un'angolo doppio, avremo analogamente

$$(13) r_2 = a_2 e^{\frac{P}{2\pi R}, 2\theta}$$

e così di seguito per gli altri dischi.

Ponendo

$$e^{\frac{P}{2\pi R}\cdot \theta} = x$$

abbiamo

(14)

$$(15) r_1 = a_1 x, r_2 = a_2 x^2, r_3 = a_3 x^3 \dots$$

e si vede perciò che le distanze delle rotelle dai centri dei respettivi dischi risultano uguali in valore ed in segno ai termini del polinomio dato. Il semplice esame della figura mostra chiaramente che se prima di far ruotare i dischi, (ossia per $\theta = 0$), facciamo segnare all'indice del quadrante Q il numero esprimente la somma algebrica dei coefficienti (ossia il valore di y per x=1), dopo una rotazione qualunque del disco D_0 esso indice segnerà la somma algebrica dei termini (15), ossia il valore di y della (6) corrispondente ad un valore di x che ha con θ la relazione espressa dalla (14). In particolare, quando la lettura sul quadrante Q è zero, il valore di x, corrispondente secondo la (14) a quello che si ha per θ , è una radice della (8); per cui facendo sufficientemente ruotare il disco D_0 incontreremo tutte le radici positive della equazione (8) ciascuna delle quali sarà accusata dal passaggio dell'indice per lo zero del quadrante.

Dalla (14) si deduce

(16)
$$\theta = \frac{2\pi R}{P} \log_{x} \text{ nep. } x = \frac{2\pi R}{MP} \log_{x} x$$

essendo M il modulo dei logaritmi volgari.

La quantità θ ha rappresentato finora un arco espresso in parti del raggio; se imaginiamo divisa la intera circonferenza in q parti uguali ed esprimiamo θ con un certo numero n di queste parti, avremo

$$\theta = n \cdot \frac{2\pi}{q}$$

e la (16) diviene

$$(17) n = \frac{qR}{MP} \log x$$

e per facilitare le operazioni potremo regolare le parti dell'apparecchio in modo che il numero n delle divisioni lette sulla circonferenza del disco D_0 rappresenti precisamente il logaritmo volgare di x. Per questo dovremo avere

$$\frac{qR}{MP} = 1$$

ovvero

$$q = \frac{\text{MP}}{\text{R}}$$
.

Per particolarizzare assumiamo il passo della vite uguale ad un millimetro; avremo, essendo $\mathbf{M} = 0.43429...$

$$q = \frac{0.000434...}{R}$$

e per rendere semplice e comodo questo rapporto potremo prendere

$$R = 0^{m}.0434...$$

ed avremo

$$q = \frac{1}{100}$$

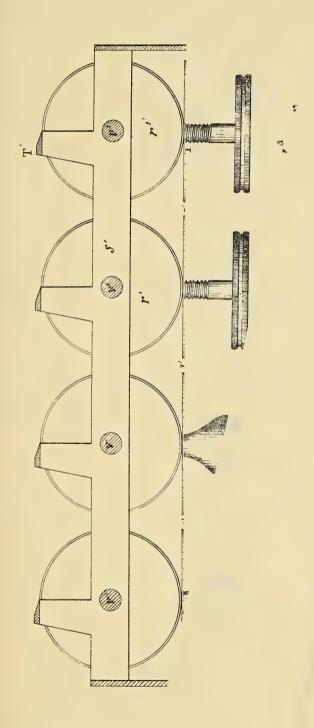
il qual valore frazionario ci dice, che l'unità di suddivisione q, anzichè una aliquota della circonferenza, risulta di un certo numero di circonferenze, nel nostro caso di cento. Per un giro del disco D_0 dovremo dunque leggere per θ , 0,01; per due giri, 0,02; per cento giri 1.00 ecc. Dividendo in cento parti la circonferenza di D_0 ed apprezzando i decimi di ognuna di queste parti, potremo leggere θ , ossia il logaritmo volgare della radice x, con cinque decimali, e da esso risalire con buona approssimazione al valore di x. Se il polinomio è di natura tale che i suoi termini non sono rappresentabili nei limiti consentiti dall'istrumento, è ovvio il riconoscere che si può facilmente supplire dividendo tutta la equazione per una costante ovvero, se ciò non basta, cambiando la variabile in un'altra submultipla (p. e. dieci volte o cento volte più piccola).

Senza entrare in dettagli pratici di pertinenza speciale del costruttore mi limiterò a far notare come non risulti errore di sorta pel fatto del non trovarsi le viti in perfetta corrispondenza dei centri dei dischi; in altri termini le viti possono trovarsi spostate parallelamente a loro stesse, in modo cioè che il luogo geometrico dei punti di contatto delle rotelle coi dischi sia una corda anzichè un diametro dei dischi stessi, senza che per questo il funzionamento dell'apparecchio perda il suo rigore. In tal caso infatti, indicando con r' la nuova distanza del punto di contatto della rotella dal centro del disco, la r che figura nella (9) è la proiezione di r' sotto un angolo va-

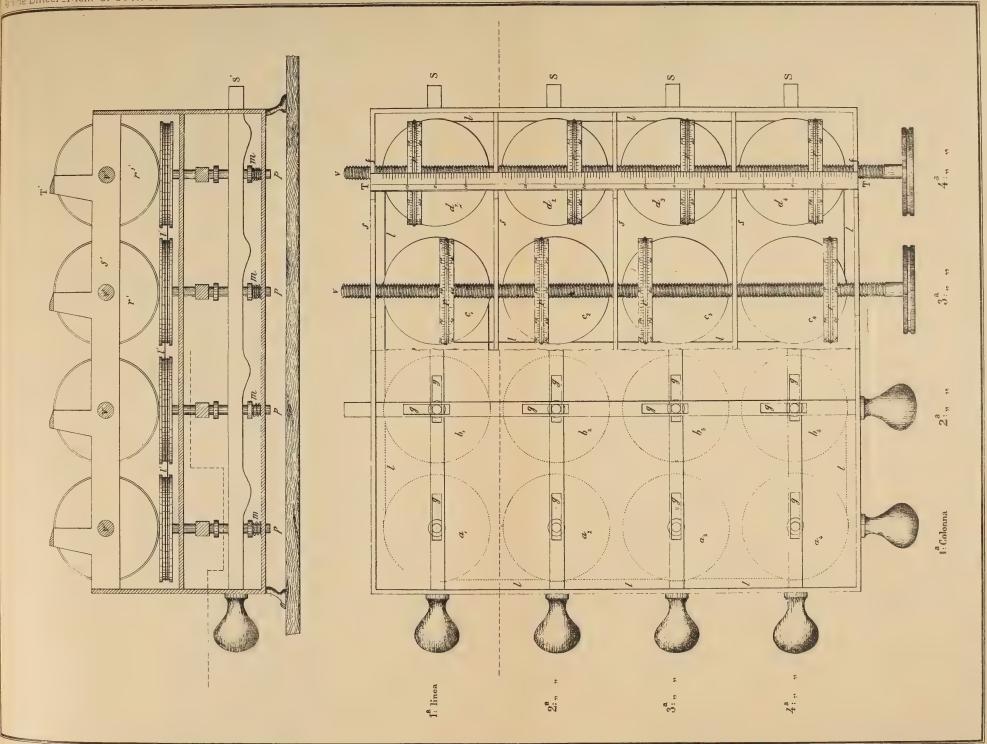
riabile il cui coseno è uguale a $\frac{r}{r'}$; il disco agisce dunque col raggio r' > r ma la rotella non ne risente tutto il moto, giacchè il moto della circonferenza di questa nel punto di contatto non ha luogo nella stessa direzione di quello del disco, e viene invece ridotto appunto nel rapporto di r ad r'. Le formole (9) e (10) rimangono perciò inalterate e tutto procede con piena esattezza.

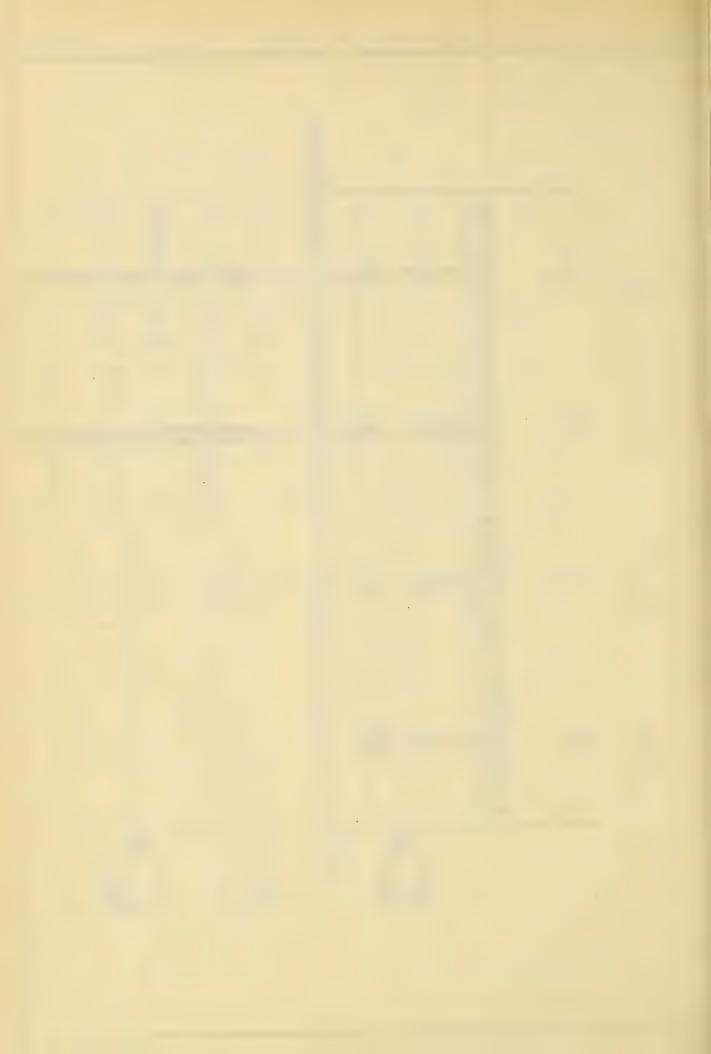
Come ho già detto, mi astengo da ogni apprezzamento riguardo al grado di approssimazione che da questo e dagli altri apparati precedentemente descritti possiamo attenderci, ritenendo che la sola esperienza può a tal proposito rispondere in modo attendibile.







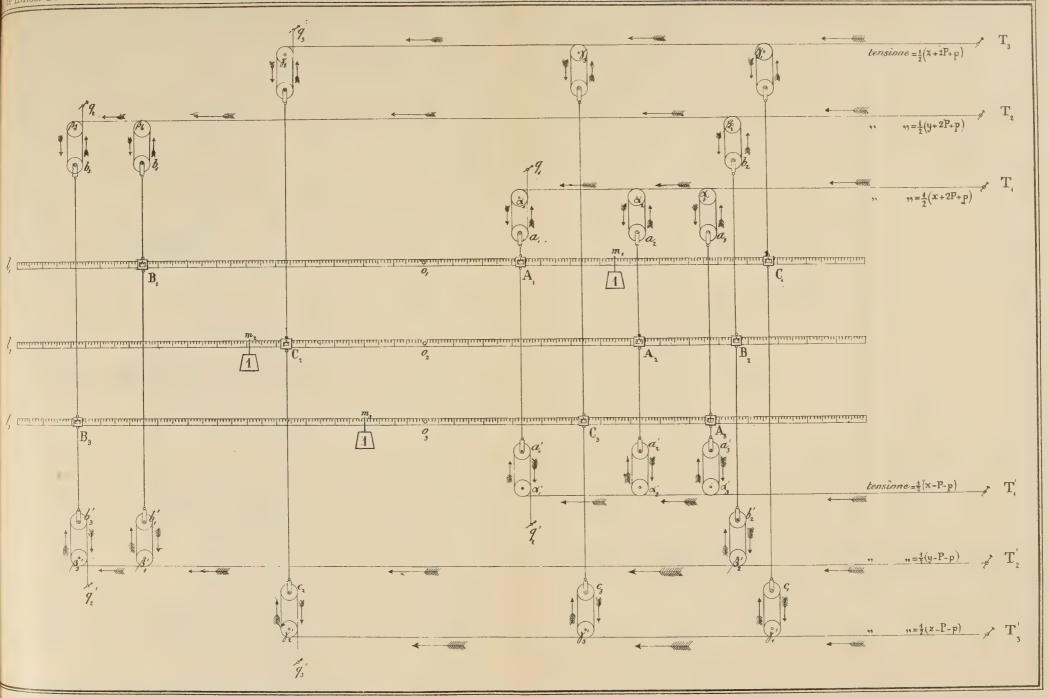


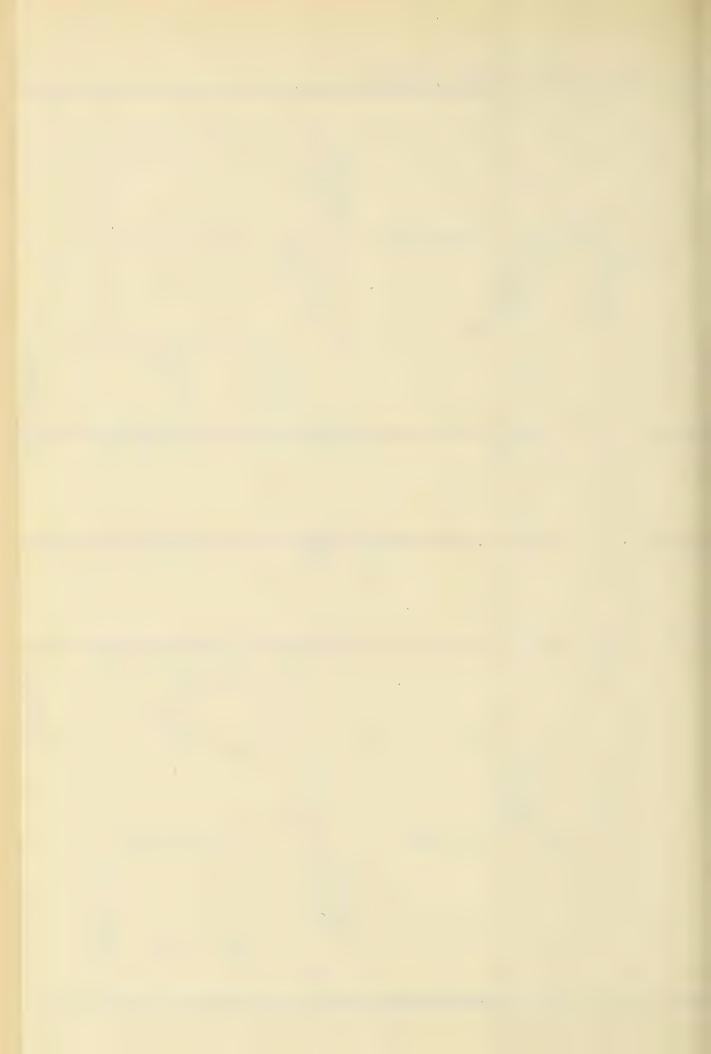


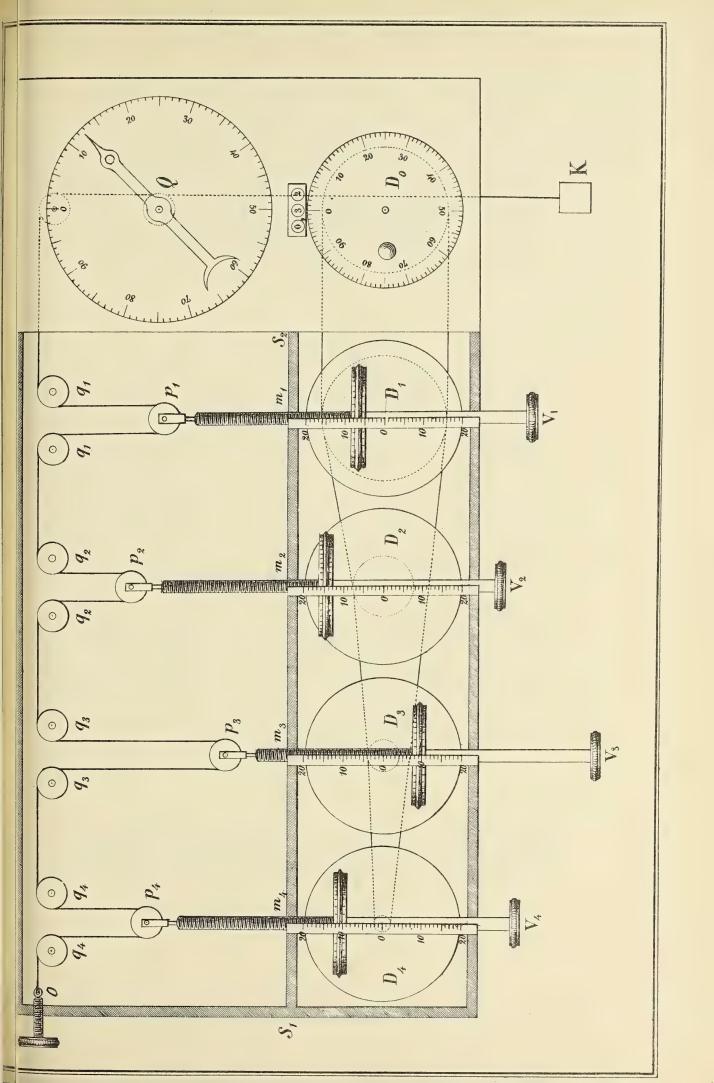
Prisione =
$$\frac{1}{2}(x+2P+p)$$

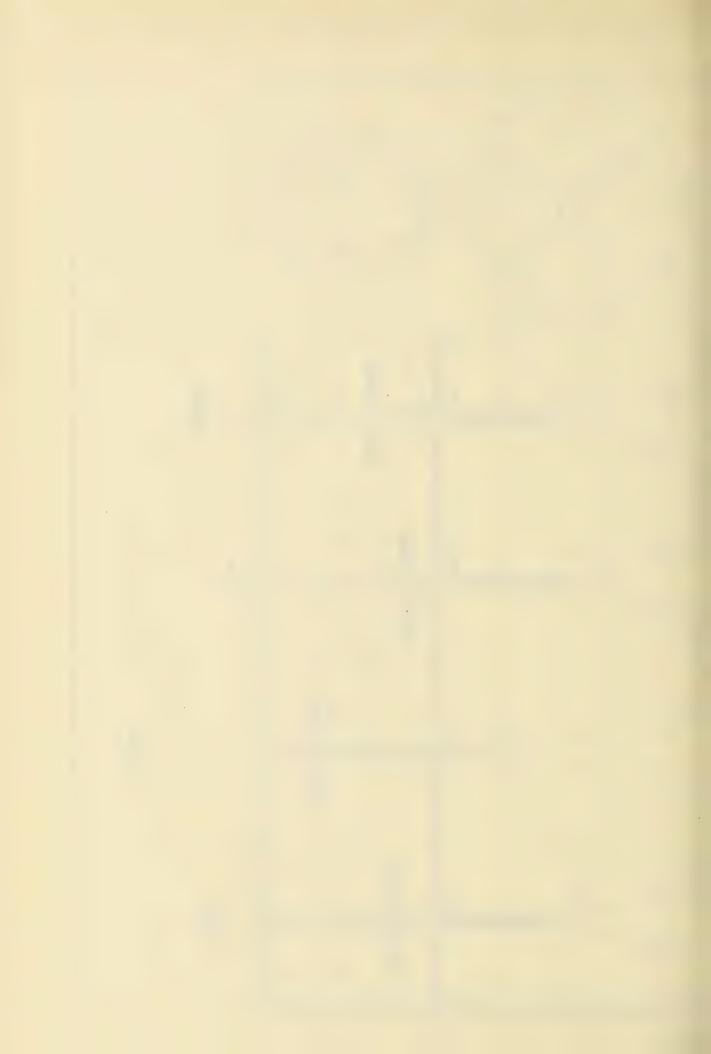
To the state of the state











Sopra lo sviluppo della Seps chalcides. Memoria del Socio FRANCESCO TODARO

letta nella seduta del 19 giugno 1892.

(Con una tavola)

I.

Maturazione e fecondazione.

Dopo una breve comunicazione fatta all'Accademia (¹) nel dicembre dell'anno decorso, ho continuato a studiare tanto la struttura, lo sviluppo e l'accrescimento, quanto la maturazione, la fecondazione e la segmentazione dell'ovo e la formazione dei foglietti germinativi della Seps chalcides.

La struttura, lo sviluppo e l'accrescimento sono stati da me ricercati negli embrioni, e negli adulti in tutto il decorso dell'anno, nel periodo estivo ed invernale, e nel periodo primaverile in cui questi animali vanno in amore.

Eliminati i fenomeni abnormi, causati dalla degenerazione alla quale soggiacciono la massima parte delle ova dei Rettili e degli altri vertebrati, ho potuto notare il differenziamento del protoplasma dell'ovo in strato corticale, strato intermedio e massa centrale o centro di irradiazione; ed osservare la formazione della membrana vitellina o chorion, della zona radiata, del vitello formativo e quindi anche del disco proligero.

Farò conoscere più tardi i risultati delle mie ricerche sopra questi ed altri argomenti che si riferiscono allo sviluppo di questa specie di Rettile placentato. Ora voglio esporre quelli concernenti la maturazione e la fecondazione dell'ovo, i quali da un canto mi fanno modificare taluni apprezzamenti espressi in quella comunicazione, dall'altro mi portano a stabilire che: tanto la maturazione quanto la fecondazione delle ova dei Sauropsidi, non ostante le variazioni causate dall'abbondante vitello nutritivo, non differiscono da ciò che in proposito abbiamo imparato a conoscere in quest'ultimo ventennio nelle ova di molti altri animali.

1. Maturazione dell'ovo.

Nello stadio che precede immediatamente la maturazione dell'ovo, la quale si compie nell'ultimo momento della dimora d'esso nel follicolo, la vescicola germinativa, circondata dal plasma formativo, occupa già il centro della parte superficiale del disco

⁽¹⁾ Rend. Accad. Lincei, (4) vol. VII, fasc. 12, 1891.

proligero (Tav. I, fig. 1, vg). Ha la forma sferica un po' schiacciata esternamente, ove è appena ricoperta da un sottile strato del predetto plasma, dal quale nelle sezioni si mostra scostata; essendosi formato all'intorno uno spazio vuoto, più o meno grande, prodotto dall'azione del liquido fissatore tanto sul mentovato plasma, quanto sulla vescicola stessa, che in questo momento hanno fra loro poca aderenza, laddove nel seguito aderiscono fortemente.

Il corpo della vescicola germinativa è chiuso in una membrana anista, e sembra fatto di una massa finamente punteggiata (Tav. I, fig. 1, mp) che si colora più o meno debolmente coll'ematossilina; cioè si colorano i piccolissimi granuli cromatici che si trovano disseminati in questa sostanza, meno della parte centrale la quale resta ialina e contiene un piccolissimo gomitolo cromatico (Tav. I, fig. 1, si, gc). Questa parte dell'ovo, nella Lacerta muralis allo stesso stadio, è molto più grande e di forma più regolare. In quest'ultima specie infatti la parte centrale ialina, contenente il piccolo gomitolo cromatico, ha limiti così nettamente delineati, che appare come una piccola vescicola inclusa nella grande massa punteggiata.

Il gomitolo cromatico e i granuli cromatici, disseminati nella grande massa punteggiata, derivano entrambi dal reticolo cromatico relativamente assai grande dell'ovo primordiale. In seguito ad una serie di trasformazioni, che ora tralascio di descrivere, una parte della sostanza cromatica di questo reticolo si dissolve in granuli cromatici che verranno espulsi dall'ovo insieme alla massa punteggiata, ed un'altra parte forma il gomitolo cromatico in discorso.

Nello stadio che descriviamo, la superficie libera del disco proligero presenta taluni infossamenti (Tav. I, figg. 1 e 2, i), i quali fanno corona alla vescicola germinativa, verso i lati della quale dirigono il loro fondo cieco. La formazione di questi infossamenti coincide colla sparizione della zona radiata; e quindi, esaminando le varie sezioni in questo stadio e nel successivo (Tav. I, figg. 1, e 3, zr), si vede, sulla superficie libera del disco proligero, un orlo radiato in procinto di disfarsi, anzi in alcuni tratti è sparito interamente, sotto del quale il plasma si ispessisce, e fa qua e là (Tav. I, fig. 1, np) dei nodi che si colorano intensamente tanto col carminio, quanto sopratutto coll'ematossilina. Quest'orlo fu notato la prima volta nell'ovo di trota da J. Oellacher (1) che lo apprezzò erroneamente; ritenendo non essere altro che la membrana stessa della vescicola germinativa ispessita e distesa, dopo il suo scoppio, sopra del germe o disco proligero; e quindi significando i mentovati nodi plasmatici come macule germinative distese in superficie insieme alla suddetta membrana. Anch'io nella sopracitata nota preliminare sono caduto in inganno, interpretando, come bastoncini spermatici, taluni prolungamenti, coloriti intensamente coll'ematossilina, dei nodi plasmatici che si trovano a lato o sotto il fondo degli infossamenti ora descritti.

Nello stadio che segue mentre il gomitolo cromatico si è ingrossato e si presenta nettamente diviso in corte anse, la massa punteggiata della vescicola germinativa comincia a disgregarsi perifericamente in un detritus granuloso (Tav. I, fig. 3, d). Intanto la vescicola germinativa è ora enormemente ingrandita e più schiacciata;

⁽¹⁾ J. Oellacher, Beiträge zur Geschichte des Keimbläschens im Wirbelthiereie. Arch. Mikr. Anat. 8 Bd. 1872.

la sua membrana manda lateralmente (Tay. I, fig. 3, emv) varie estroflessioni più o meno lunghe le quali, colla loro estremità a zig-zag, vanno a congiungersi col fondo degli infossamenti descritti sopra, e quindi a comunicare colla cavità loro. Si formano in tal modo degli infundibuli imbutiformi che, dalla superficie libera del disco proligero, vanno a pescare nella cavità della vescicola germinativa. Io chiamo questi infundiboli evasati esternamente Sifoni escretori (Tav. I, fig. 3, 4, se); poichè servono ad espellere, via via che va disgregandosi, tutta la massa punteggiata della vescicola germinativa. Il liquido granuloso (Tav I, fig. 4, d), che risulta da tale disgregazione, si accumula nello spazio perivitellino, fra il disco proligero e la membrana vitellina. La figura 3 rappresenta la sezione mediana di un disco proligero nello stadio che descriviamo; nella figura 4 è disegnata invece una sezione laterale. La prima di queste due sezioni, si trova nel momento in cui le estroflessioni della membrana della vescicola germinativa stanno per congiungersi agli infossamenti del disco proligero. Nella seconda sezione tale unione è già avvenuta e quindi si sono formati i sifoni escretori che già cominciano a funzionare per espellere il detrito della massa punteggiata dalla vescicola germinativa.

Espulsa in tal modo dall'ovo tutta la mentovata massa, sparisce la membrana della vescicola germinativa, e quindi con essa sparisce anche la parte interna dei sifoni escretori. Ultima a sparire è la parte esterna di questi; cioè gli ultimi a sparire sono gli infossamenti del disco proligero (Tav. I, fig. 5, i) che si veggono tuttavia, ma divenuti larghi e superficiali benchè contengano ancora il detrito della massa punteggia predetta.

In questo momento la zona radiata (Tav. I, fig. 5, zr) riappare su tutta la superficie libera del disco proligero nel modo più chiaro; ed intanto, nella sezione mediana di un disco che si trova in questa fase, accosto al lato mediale di un larghissimo e superficiale infossamento, si nota superficialmente un piccolo fuso con l'asse perpendicolare alla superficie.

Questo (Tav. I, fig. 5, fd), come insegna il suo ulteriore destino, è il fuso direzionale e probabilmente il secondo; giacchè al primo fuso direzionale si può comparare la massa punteggiata, carica dei granuli cromatici, espulsa prima. Comunque ciò sia, il fuso direzionale, che ora descrivo, è fatto di grossi fili acromatici non molto numerosi ma ben delimitati, lungo i quali si trovano a diversa altezza vari bastoncelli cromatici diretti d'ambo le estremità verso l'equatore ove convergono per formare, in una seconda fase, (Tav. I, fig. 6, fd) la figura cromatica composta di una serie orizzontale di corti e grossi cromosomi. I fili acromatici si riuniscono, nei due poli del fuso, ai centri d'attrazione; ma, nè in questa nè in altra fase ho potuto veder mai la doppia irradiazione polare, nè al polo esterno nè a quello interno, come invece ho veduto chiaramente in questa stessa specie, ai poli del fuso di segmentazione, che descriverò nel seguito.

I fili acromatici del fuso direzionale derivano dalla sostanza ialina, che abbiamo veduto negli stadi precedenti contenere il gomitolo cromatico, dalle anse del quale deriva la figura cromatica del fuso in discorso.

Nella fase che ora succede, spariscono gli infossamenti del disco proligero, sparisce per sempre la zona radiata, sparisce per ora anche il liquido perivitellino e la

superficie esterna del predetto disco viene a mettersi a contatto con la superficie interna della membrana vitellina.

Contemporaneamente alla completa sparizione della zona radiata, si accresce il numero dei nodi plasmatici notati dianzi, i quali fondendosi insieme formano sotto la superficie esterna del mentovato disco uno strato compatto (Tav. I, fig. 6, sp), che si colora intensamente coll'ematossilina, meno della parte centrale (polo formativo), occupata prima dalla vescicola germinativa, ove mancano i predetti nodi, ed il plasma, rimasto scolorito, si presenta come una macchia biancastra che io chiamo "area polare" (Tav. I, fig. 6, ap).

Nel centro di quest'area, come dimostra la fig. 6, che rappresenta la sezione mediana di essa, si vede il piccolo fuso direzionale coll'asse perpendicolare alla superficie, allo stesso modo preciso nel quale lo ha trovato O. Schultze (¹) nella fovea germinativa della Rana fusca. Nelle ova meroblastiche dei vertebrati, la presenza del fuso direzionale era stata già costatata dall'Hoffmann (²) che lo scoprì nei teleostei, nei quali venne confermata dall'Agassiz e Whitman (³) e quindi nei Selaci da Kastschenko (⁴) e dal Rückert (⁵). Il trovarsi anche nei Sauropsidi, dimostra che il fuso direzionale e rispettivamente la formarione di uno o più corpi direttori è un fatto generale della maturazione dell'ovo di tutti i vertebrati.

L'area polare che, da quanto ora si è detto, si può comparare alla fovea germinativa degli anfibi, ha una breve durata. Sparisce infatti nello stadio successivo, nel tempo istesso in cui il fuso direzionale si trasforma nel pronucleo femminile che rimane nell'ovo, e nel corpo direttore che viene espulso.

A proposito della zona radiata, F. Sarasin (6) ha notato nella Lacerta agilis che tale zona non si vede in tutta la circonferenza dell'ovo, ma qua e là è nascosta dalle granulazioni. Non solo confermo nella Seps quest'osservazione, ma aggiungo che, durante il processo della maturazione dell'ovo, essa sparisce e riappare più volte sul disco proligero. Così, sparisce nel momento della formazione degli infossamenti del mentovato disco innanzi descritti (Tav. I, fig. 1), ma quando questi si congiungono con le estroflessioni della vescicola germinativa per formare i sifoni escretori, riappare sulla parete dei predetti infossamenti (Tav. I, figg. 4, 5, zr); e si mostra nuovamente su tutto il margine libero del disco in parola immediatamente dopo la scomparsa dei sifoni escretori (Tav. I, fig. 6, zr). Finalmente, formatasi l'area polare, della zona radiata non si vede più traccia alcuna.

⁽¹⁾ O. Schultze, Untersuchungen über die Reifung und Befruchtung des Amphibieneies. I. Zeit. Wiss. Z. XLV Bd. pag. 177, 1887.

⁽²⁾ C. K. Hoffmann Zur Ontogenie der Knochenfische. Verh. Akad. Amsterdam, 1881.

⁽³⁾ Agassiz A. e C. O. Whilman. The developpement of osseous fishes. The pre-embryonic stages of developpement. Mem. Mus. Harvard Coll. Vol. 14, n. 1, 1889.

⁽⁴⁾ V. Kaktschenko Zur Eutwicklungs geschichte des Selachievembryc. Anat. Anz., 1888, n. 16. Id. — Ueber den Reifung process des Selachiereies. Zeit. Wiss. Z. 50. Bd., 1890.

⁽⁵⁾ Rückert, Zur Befruchtung des Selachiercies. Anat. Anz., 1891, n. 11.

⁽⁶⁾ C. F. Sarasin, Reifung und Furchung des Reptilieneies Arbeiten Z. Inst. Würzburg, VI Bd., 1883.

Secondo il Waldeyer (¹) la zona radiata, nella lucertola, sarebbe composta di bastoncelli separati da lacune. Questi bastoncelli, o strie che vogliam dire, sono come impiantati nei nodi della sottostante rete plasmatica. Via via che quelli spariscono, questi si ingrossano e possono assumere la forma di corpi plasmatici ramificati (Tav. I, fig. 2, np).

Alla stessa alternanza va soggetto il liquido perivitellino che, ora si accumula fra il disco proligero e la membrana vitellina, ed ora sparisce, per quindi accumularsi nuovamente. I momenti nei quali si trova accumulato in questa parte il liquido perivitellino sono: nel momento dell'escrezione della massa punteggiata della vescicola germinativa, la quale massa si versa in esso via via che degenera in un detrito granuloso (Tav. I, figg. 3 e 4, d); nel momento dell'arrivo in esso degli zoospermi (Tav. I, fig. 8, lp, z); e finalmente, durante la formazione dei primi solchi di segmentazione come si può anche rilevare facilmente da una figura data da F. Sarasin (opera cit. taf. XIII, fig. 19), ed anche dalle varie figure che ne ha date ora A. Oppel (2) per rappre sentare le sue Delle o Gruben mit fimmeràhlichen Besatz; le quali non sono altro che i primi accenni dei solchi di segmentazione contenenti il liquido perivitellino coagulato dall'azione del liquido fissatore, invece che le traccie delle vie percorse dagli zoospermi, come egli ha erroneamente interpretato.

Ma già mutamenti molto più importanti accadono nella vescicola germinativa e nel corpo dell'ovo, durante il periodo del suo accrescimento, i quali descriverò in altra parte. Intanto è bene fermare l'attenzione, fin da questo momento, sui mutamenti cui soggiace il disco proligero nel tempo della maturazione, della fecondazione e della segmentazione dell'ovo, per l'azione del vitello nutritivo, azione che questo esercita dopo anche sulle sfere di segmentazione.

Il disco proligero appare nelle sezioni come composto di una fine rete plasmatica, le maglie della quale contengono numerose particelle, che hanno la stessa natura delle sfere di vitello nutritivo e si colorano, come loro, molto intensamente coll'ematossilina. È stata distinta in esso la sostanza molecolare (Gegenbaur), e la sostanza grossolanamente granulosa o meglio globosa: la prima costituisce la massa principale del disco in discorso; laddove la seconda si presenta come uno strato più o meno spesso, intercalato fra questa e la massa vitellina dell'ovo.

Le maglie plasmatiche della sostanza molecolare sono strette, ed il vitello nutritivo, in esse contenuto, è sotto forma di granuli vitellini, di varia grandezza, che si colorano intensamente coll'ematossilina. I granuli vitellini più grossi sono molto scarsi e distribuiti qua e là, hanno forma sferica e possono simulare l'aspetto di piccoli nuclei. Di questi non tutti si colorano intensamente, ma alcuni rimangono risplendenti come gocciole grassose a doppio contorno.

Nello strato globoso la rete plasmatica è a larghe maglie, ciascuna delle quali contiene una sfera o zolla vitellina. Tutte le zolle di vitello nutritivo di questo strato derivano dalle grandi sfere della massa vitellina dell'ovo, sulla quale riposa il disco proligero e colla quale esso si continua. Infatti vi passa la rete plasmatica la quale si

⁽¹⁾ Waldeyer, Eierstock und Ei, Leipzig, 1870.

⁽²⁾ A. Oppel, Die Befruchtung des Reptilieneies. Arch. Mikr. Anat., 39 Bd., 1892.

assottiglia forma maglie più larghe che abbracciano le grosse sfere vitelline. Quindi (Tav. I, fig. 7, sm, sg e vn) fra la massa di vitello giallo dell'ovo, lo strato globoso e la sostanza molecolare del disco proligero, vi è solo una differenza di gradazione; vale a dire, in tutte e tre si trova vitello formativo o protoplasma, e vitello nutritivo, ma in proporzioni molto diverse: il vitello formativo costituisce preponderantemente la sostanza molecolare del disco proligero; laddove esso è scarsissimo e soltanto visibile negli strati superficiali della massa vitellina gialla dell'ovo, che perciò è prevalentemente composta di sfere vitelline; lo strato globoso stabilisce il passaggio fra l'una e l'altra.

Sotto il centro del disco proligero (Tav. I, fig. 7, np) si trova un corpo, che ha presso a poco la forma di un cono tronco, e che si può comparare al cosidetto nucleo del Pander dell'ovo di gallina. Dirò più tardi la mia opinione su questo corpo, ma escludo fin d'ora l'opinione del Sarasin (Mem. cit.) il quale lo considera come il focolaio del vitello nutritivo (Dotterheerde); poichè, come dimostrerò, questo viene segregato sotto forma liquida dalle cellule del follicolo, donde penetra nel corpo dell'ovo ed appare daprima sotto forma di gocciole che riempiono le maglie della rete plasmatica nella parte profonda dello strato corticale di esso. Queste gocciole poi, mano mano che accrescono in numero e volume ed invadano tutto il plasma dell'ovo, prendono consistenza solida e forma poligonale comprimendosi reciprocamente. Così divengono le grosse sfere vitelline che costituiscono la massa di vitello giallo.

Il nucleo del Pander nella Seps non si colora nè col carminio nè coll'ematossilina. È composto di una rete plasmatica a larghe maglie contenenti una sostanza chiara; rete che da un canto si continua con la rete plasmatica dello strato globoso e quindi del disco proligero, e dall'altro con la rete più sottile e a maglie anche più larghe la quale circonda le vicine grosse sfere della massa di vitello giallo.

Ritornando a considerare le grosse sfere di vitello giallo, si vede chiaramente come esse servono alla nutrizione del plasma dell'ovo. Durante il tempo della maturazione e della fecondazione, servono a nutrire la rete plasmatica del disco proligero la quale perciò si accresce anche in volume; nel tempo della segmentazione, servono a nutrire ed a far crescere ancora la sostanza del disco proligero, ed inoltre a nutrire i nuclei che da lui prendono gli elementi nutritivi per accrescere la loro sostanza cromatica. Più tardi il vitello giallo esercita la sua azione sulla nutrizione delle sfere di segmentazione come avrò occasione di dimostrare.

Ora io richiamo l'attenzione sulle sezioni rappresentate dalle figure 7, 8, 10 e 11. In esse si vede: a) come le zolle vitelline dello strato globoso si continuano gradatamente con le vicine sfere della massa vitellina su cui riposa il disco proligero; b) come queste zolle si rammolliscono, si vacualizzano e si disciolgono; e finalmente come da esse si passa gradatamente nelle granulazioni di varia grandezza della sostanza molecolare del disco. Si vede inoltre come in questa stessa sostanza passano anche zolle di vitello giallo, le quali ordinariamente sono scarse e disseminate qua o là, ma in certi momenti possono invadere tutte le maglie della rete plasmatica di questa sostanza e arrivare fino alla superficie esterna, come si vede nella figura 11, che rappresenta la sezione mediana di un disco contenente il primo fuso di segmentazione in via di divisione.

2. Fecondazione dell'ovo.

Avvenuta la maturazione, l'ovo abbandona il follicolo; ma, prima di penetrare nell'ovidutto, dimora per qualche momento in quella fossetta peritoneale che nella Seps si forma d'ambo i lati fra l'ovario e l'ovidutto, coll'interno del quale comunica lateralmente per mezzo del largo orificio peritoneale di quest'ultimo. In tale fossetta accade la fecondazione dell'ovo. In una stessa madre ho raccolto infatti sei ova, tre datale fossetta peritoneale destra e tre da quella sinistra, le quali erano tutte e sei fecondate.

Ho fissato queste ova secondo il modo descritto nella mia comunicazione preliminare (v. loc. cit.), e staccati gli emisferi rispettivi, contenenti il disco proligero, li ho coloriti con la doppia colorazione di ematossilina e carminio. Ad eccezione di un solo, appartenente alle tre ova della fossetta peritoneale sinistra, del quale ho asportato circolarmente la parte polare del mentovato emisfero per esaminarla nell'aspetto superficiale, di tutti gli altri cinque ho fatto sezioni verticali che ho disposte in serie.

In tutte queste ova era avvenuta la formazione del pronucleo maschile; ciò non ostante in tutte si trovava nell'area germinativa, cioè corrispondentemente al disco proligero, sopra e sotto la membrana vitellina, un numero ragguardevole di zoospermi, ma in due fasi successive: nelle tre ova della fossetta sinistra erano allo stato normale; e nelle tre ova della fossetta destra erano invece in via di degenerazione.

Le tre ova della fossetta sinistra, così nell'aspetto superficiale come nelle sezioni verticali, mostravano in tutta l'area germinativa numerosi zoospermi, i quali avevano la medesima forma in cui si veggono in una sezione del canale deferente nella stessa specie, colorito coll'ematossilina e carminio; val quanto dire, avevano la coda pallida e sottile, e la testa allungata a bastoncello, colorita intensamente e ora, rettilinea, ora ripiegata un po' su se stessa, ed ora eccezionalmente contorta a spira. Le sezioni verticali di tali ova facevano poi riconoscere (Tav. I, fig. 8, z) che: alcuni di questi zoospermi stavano attaccati alla superficie esterna della membrana vitellina, alcuni si trovavano nel momento di traversarla, ed altri erano arrivati sotto di essa, nel liquido perivitellino che in questo momento è piuttosto abbondante.

Nel liquido perivitellino di una sezione prossima a quella mediana di uno delle due ova sezionate verticalmente della fossetta sinistra, oltre i zoospermi ora descritti, ho trovato due corpuscoli vescicolosi, contenenti piccoli granuli cromatici, che avevano la forma ovale e si toccavano in modo che io giudicai essere derivati dalla divisione di un corpo direttore. Nella parte profonda del disco proligero della sezione mediana di entrambi le due ova sezionate verticalmente della fossetta in discorso, ho trovato due formazioni nucleari (Tav. I, fig. 7 e 8, pf, pm) che, per le conoscenze acquisite negli altri animali, credo potere definirle: l'una come il pronucleo femminile, e l'altra come il pronucleo maschile. Avevano press'a poco la forma rotonda e la medesima struttura, essendo entrambi fatti di un reticolo cromatico con grossi nodi di cromatina. Il pronucleo femminile un po' più grande occupava il centro; il pronucleo maschile stava lateralmente, alquanto discosto da questo e meno profondamente.

Esaminate diligentemente e coi più forti ingrandimenti tutte le sezioni seriali delle due ova innanzi cennate, oltre i due pronuclei descritti, in tutta la sostanza

del disco proligero non ho potuto scorgere altre formazioni nucleari o teste di zoosperma. Ho veduto, egli è vero, alcuni degli zoospermi, che si trovano nel liquido perivitellino, con la testa rivolta verso la superficie libera del disco proligero in atto di penetrarvi, anzi taluno pareva essere in parte penetrato. Ma un esame più diligente mi ha fatto riconoscere trattarsi in tal caso di semplice insenatura della superficie del disco, nella quale si prolungava naturalmente il liquido perivitellino insieme al zoosperma in esso contenuto, come ho rappresentato nella figura 8, i; epperò un tale zoosperma si trova sempre fuori del disco proligero. Adunque dalle osservazioni fatte in queste ova si può inferire che, nello stato normale, non penetra nel disco proligero altro zoosperma all'infuori di quello che si trasforma nel pronucleo maschile.

Questo risultato viene riconfermato anche dalle osservazioni fatte nelle serie delle sezioni verticali delle altre tre ova trovate nella fossetta peritoneale del lato destro.

In tutte le sezioni di queste tre ova si vede: che il liquido perivitellino fra la membrana vitellina ed il disco proligero, non è più abbondante come nella fase precedente, anzi è divenuto così scarso che nella periferia sembra mancare; e che gli zoospermi, rimasti fuori del predetto disco, sono in via di degenerazione. Di essi non si distingue più nè coda nè testa, ma rimangono ancora soltanto, come reliquati, piccoli tratti di sostanza cromatica, di varia grandezza e di forma irregolare, che si veggono (Tav. I, fig. 9, z) qua e là, tanto nel liquido perivitellino, quanto sopra la membrana vitellina. La degenerazione di questi zoospermi, e la assoluta mancanza di qualunque traccia di zoosperma od altra formazione nucleare, eccettuati i due pronuclei, anche nel disco proligero di queste tre ultime ova, confermano la predetta induzione; la quale viene inoltre riconfermata dalle osservazioni fatte nelle ova che si trovano nello studio successivo, in cui i due pronuclei hanno formato il primo fuso di segmentazione, come di leggieri si rileverà da quello che fra non guari esporrò sul prosito.

Intanto le osservazioni, ora esposte delle tre ova, dimostrano che non solo non sono penetrati nel disco proligero gli zoospermi che nella fase precedente si trovavano nel liquido perivitellino, ma che neppure sono più penetrati in questo liquido quelli che prima stavano attaccati alla superficie esterna della membrana vitellina. E ciò mi fa pensare che questa membrana, la quale è omogenea e non ha micropili, si lascia solamente traversare dagli zoospermi nel momento che l'ovo esce dal follicolo; essendochè, essa, che viene segregata dalle cellule follicolari, è in quel momento molle o semiliquida. Ma non appena l'ovo arriva nella fossetta peritoneale della quale abbiamo discorso sopra, la predetta membrana si indurisce talmente da non permettere più il passaggio agli zoospermi.

Questo mio modo di vedere viene pure confortato dal fatto che l'arrivo degli zoospermi, nella mentovata fossetta peritoneale, precede quello dell'ovo. Io conservo la serie delle sezioni longitudinali dell'apparecchio genitale femminile di una Seps, serie nella quale si vede che, il primo ovo maturante, il quale aveva raggiunto la fase dell'area polare, era ancora chiuso nel suo follicolo; laddove già nel canale dell'ovidutto, nel lume delle numerose glandule tubolari che sboccano in esso, e quind'anche nella fossetta peritoneale in parola vi era un'enorme quantità di zoospermi che attendeva le ova per fecondarle.

Avvertirò che in queste due fasi dello stadio di fecondazione in cui si trovavano

le sei ova di cui parliamo, i due pronuclei sono difficilmente reperibili non solo per la loro piccolezza, ma benanco e sopratutto perchè, avendo immigrato profondamente sui confini di quella parte del disco proligero carica di zolle di vitello giallo, vengono da queste nascosti: motivo per cui, ricercate diligentemente cinque di queste sei ova, sezionate verticalmente, ho potuto vederli tutte e due solamente in tre; cioè nelle due ova sezionate verticalmente della fossetta peritoneale sinistra, nelle quali gli zoospermi si trovavano nello stato normale; ed in uno solo delle tre ova della fossetta destra, nelle quali gli zoospermi erano in degenerazione. Nelle altre due ova in cui gli zoospermi si trovavano in questa fase, ho potuto vedere un solo dei due pronuclei. E ciò fortunatamente perchè la rispettiva sfera di vitello giallo, cui ciascuno di loro aderisce per prendervi nutrizione, si trovava in via di riassorbimento. Aggiungo che anche in tale fortunata circostanza, per scoprire questi due pronuclei, è uopo prestare la massima attenzione servendosi, nei preparati ben riusciti colla doppia colorazione d'ematossilina e carminio, dell'obbiettivo apocromatico 4,0 millim. combinato cogli oculari apocromatici 4, 6, 8 del microscopio Zeiss, e quindi esaminarli cogli obbiettivi apocromatici ad immersione.

Le figure 7 e 8 rappresentano la sezione mediana di due delle tre ova raccolte nella fossetta peritoneale sinistra, nelle quali, come abbiamo detto, gli zoospermi erano nello stato normale. La figura 7 è stata disegnata con l'obbiettivo apocromatico 16,0 millim. combinato all'oculare apocromatico 4, che danno un ingrandimento col quale non si possono vedere nè gli zoospermi nè molto meno i due pronuclei il posto dei quali è segnato perciò con due asterischi. La figura 8 invece, essendo stata rilevata coll'obbiettivo apocromatico 2,0 millim. ad immersione omogenea e l'oculare apocromatico 6, dimostra tanto i zoospermi (z) sopra, a traverso e sotto la membrana vitellina nel liquido perivitellino, quanto i due pronuclei (pf, pm) nella parte profonda del disco proligero. Ho voluto aggiungere in questa figura i due corpuscoli derivati dalla divisione del corpo direttore (cp), benchè non si trovavano nella sezione mediana, ma, come ho detto, in una sezione prossima a qesta. Nella figura 9 ho disegnato a tale ingrandimento la parte esterna della sezione mediana di uno delle tre ova della fossetta peritoneale destra, per dimostrare lo stato di degenerazione degli zoospermi (rz) rimasti fuori del disco proligero dopo la fecondazione.

Passiamo ora ad esaminare altre due ova che stavano sole nell'interno dell'ovidutto di un'altra femmina, in prossimità del suo ostio peritoneale. In queste due ova la fecondazione era giunta al suo termine. Nella sostanza del disco germinativo non v'erano più nè pronucleo maschile, nè pronucleo femminile; ma al posto di quest'ultimo, cioè profondamente nella sezione mediana del disco germinativo (Tav. I, fig. 10 e 11, pfs), v'era invece il primo fuso di segmentazione disposto trasversalmente all'asse dell'ovo. In entrambi i casi, il predetto fuso era composto di fili acromatici numerosi e sottilissimi, riuniti nei due poli ai centri di attrazione dai quali si partiva l'irradiazione polare. La figura cromatica occupava l'equatore del fuso ed era fatta, corrispondentemente al gran numero di fili acromatici, da piccoli bastoncini cromatici disposti circolarmente in numero assai grande, quasi del doppio, di quelli che abbiamo veduto formare la piastra equatoriale cromatica del fuso direzionale, dal quale tutto il fuso di segmeniazione si distingue inoltre per la sua estrema palidezza. Ma in queste due

ova tale fuso si trovava in due fasi successive, e quindi: in uno di queste due ova (Tav. I, fig. 10, pfs) la figura cromatica di esso era fatta da una sola serie di cromosomi; e nell'altro (Tav. I, fig. 11, pfs) i cromosomi s'erano scissi in due file che accennavano alla sua divisione.

Anche la ricerca del fuso di segmentazione non è facile, tanto per la sua pallidezza, quanto perchè si trova in mezzo alle zolle di vitello nutritivo che difficilmente lo lasciano scorgere. Quindi anche in questo caso bisogna fare grande attenzione e servirsi, per rintracciarlo, dell'obbiettivo apocromatico 4,0 millim., il quale unitamente all'oculare apocromatico 4, mentre ha una potenza sufficiente, dà una immagine netta e abbraccia un campo non molto ristretto che ne facilita la ricerca. Poi lo si esaminerà con gli obbiettivi apocromatici ad immersione omogenea.

Ora, nelle sezioni di queste due ova, che si trovano nello stadio del primo fuso di segmentazione, nelle quali la conservazione e la doppia colorazione d'ematossilina e carminio erano riuscite in un modo eccellente e non s'era perduta alcuna sezione, esaminate reiteratamente e colla massima attenzione, facendo uso anche degli obbiettivi apocromatici ad immersione omogenea, nè fuori nè dentro del disco proligero ho potuto mai scorgere teste di zoospermi od altra formazione nucleare, ad eccezione del solo ed unico fuso di segmentazione già notato. Gli zoospermi, che nella seconda fase dello stadio precedente abbiamo veduto in via di degenerazione nel liquido perivitellino e nella membrana vitellina, erano scomparsi totalmente.

Anche A. Oppel, il quale ha veduto e rappresentato unico e solo il primo fuso di segmentazione in via di divisione nella parte profonda e mediana di un disco germinativo dell' Anguis fragilis, nello stesso posto dove l'ho trovato io nelle due ova ora descritte della Seps Chalcides, dice: "weitere Kern fand ich in dieser Keimscheibe nicht vor".

Adunque da tutto quanto ho qui esposto si può legittimamente inferire che: "degli zoospermi, i quali nel primo stadio della fecondazione si trovano nel liquido perivitellino, uno solo penetra nel plasma del disco proligero o almeno, se in qualche caso ve ne penetrano parecchi, uno solo si trasforma nel nucleo spermatico, cioè nel pronucleo maschile il quale si coniuga col pronucleo femminile, formando tutti e due insieme il primo fuso di segmentazione: tutti gli altri zoospermi degenerano e spariscono".

Questa conclusione, che scaturisce dalle mie ricerche sopra la fecondazione delle ova meroblastiche della *Seps chalcides*, è conforme alla legge che regola la fecondazione delle ova oloblastiche, come è stata trovata nel maggior numero di animali; e per ciò stesso contraddice la teoria della polispermia fisiologica delle ova meroblastiche dei vertebrati, messa innanzi da J. Rückert e sostenuta dopo anche da A. Oppel.

Il Rückert e l'Oppel, il primo nei Selacî ed il secondo nei Rettili, ammettono che durante la fecondazione molti zoospermi penetrino nell'interno del disco proligero ove, uno di essi si trasforma nel pronucleo maschile, e tutti gli altri diverrebbero nuclei merocitici (Merocytenkerne Rückert) o nuclei spermatici accessori (Nebenspermakerne Oppel). Esaminiamo i fatti sui quali questi due osservatori poggiano tale opinione.

Nella primavera del 1890, il Rückert (¹) ebbe occasione di osservare, nella Stazione zoologica di Napoli, due ova giovanissime di *Pristiurus melanostomus*, provenienti dalla stessa madre. L'ovo più giovane mostrava due corpi direttori di grandezza diversa, posti a poca distanza l'un dall'altro sopra del disco proligero; e direttamente sotto del più piccolo di essi, da lui ritenuto come il secondo corpo direttore, vi era, posto superficialmente nell'interno del mentovato disco, un nucleo moruliforme e rotondo, composto di piccole sferule (*meriti* di Böhm), colorite intensamente. Non avendo trovato altro nucleo nel disco in discorso, e avendo riguardo alla sua immediata posizione sotto del secondo corpo direttore e alla quantità di cromosomi che erano circa la metà di quelli dei nuclei di segmentazione, il Rückert lo ritenne per il pronucleo femminile. In questo stesso disco proligero, egli rinvenne inoltre tre formazioni a bastoncello costituite parimente di piccole sferule colorite molto intensamente. Tali formazioni, che stavano al fondo del disco ed abbastanza discoste le une dall'altre, sono state ritenute dal Rückert per teste di zoosperma in via di trasformazione.

Nell'ovo più vecchio di *Pristiurus* studiato dal Rückert, egli non vide più traccia dei bastoncelli cromatici che aveva trovato nell'ovo precedente; invece trovò nell'interno del disco proligero, accanto al margine inferiore di questo, un nucleo rotondo, composto di piccole sferule colorite, il quale egli ritenne come corrispondente al pronucleo femminile dell'ovo precedente, quantunque fosse più grande e schiacciato; e scoprì inoltre, sparsi in tutta la sostanza dello stesso disco, una quantità di nuclei più piccoli e più intensamente coloriti, i quali avevano la figura di nuclei doppî. Il Rückert crede che questi ultimi nuclei derivino dai bastoncelli cromatici predetti epperò dalla trasformazione delle teste di zoospermi; e che uno di essi sarebbe il pronucleo maschile e tutti gli altri i nuclei merocitici.

A mio avviso invece questi nuclei, tanto quello grande e rotondo, quanto quelli piccoli e aventi la figura di nuclei doppi, sono tutti nuclei di segmentazione, come dimostrerò chiaramente nella seconda parte di questa mia Memoria trattando della segmentazione dell'ovo. Aggiungo che probabilmente era nucleo di segmentazione anche quello che il Rückert ha trovato solo nel più giovane delle due ova di *Pristiurus* descritteci; avvegnachè non posso ammettere che, nello stato normale, due ova, le quali stanno l'uno a canto all'altro nella medesima parte dell'ovidutto della stessa madre, possano trovarsi in stadi così diversi. Epperò io penso che pure quest'ultimo ovo era nello stadio della segmentazione, cioè in principio, immediatamente dopo la divisione del primo fuso di segmentazione in due nuclei, uno dei quali sfuggì all'osservazione del Rückert: la qual cosa non sorprenderà certamente quelli che conoscono le difficoltà di ogni genere che presenta la ricerca di questi nuclei. Altrimenti bisognerà ammettere che quest'ovo si era arrestato nel suo sviluppo.

In quanto alle tre formazioni a bastoncello, colorite molte intensamente e poste a distanza fra loro nel fondo del disco proligero dell'ovo in discorso, ritenute dal Rückert per teste di zoosperma in via di trasformazione, se veramente fossero tali, si dovrebbero dire invece, a mio avviso, in via di degenerazione; essendo che il fatto doveva essere patologico od abnorme. Ma per apprezzare il significato di queste tre forma-

⁽¹⁾ J. Rückert, Befruchtung des Selachiereies. Anat. Auz. VI, n. 11, 1891.

zioni, non basta la descrizione per quanto minuziosa del Rückert, bisogna aspettare le figure che egli ne darà nella Memoria che ha promesso pubblicare quanto prima.

Anche A. Oppel annunziò fin dal decorso anno (1), di avere trovato nel disco proligero di un ovo di *Tropidonotus natrix* nello stadio di segmentazione, corpi a bastoncello il cui " Aussehen immerhin dem eines Spermatozoons des Ringelnatter mehr ähnelt als dem eines Nebenspermakernes ". Ma in questo caso possiamo dire subito trattarsi di una interpretazione erronea; poichè dalla descrizione particolareggiata e dalla figura, che egli ne ha dato dopo nella sua recentissima Memoria (2), appare manifesto trattarsi, o di un nodo protoplasmatico simile a quelli che io ho trovato nello stadio della maturazione dell'ovo, ovvero di un nucleo di segmentazione in via di divisione, come quello disignato nel senso longitudinale dallo stesso Oppel nella sua figura precedente (Mem. cit. tav. XII, fig. 47), tagliato invece nel senso trasverso; ma certo giammai di formazione che possa avere la più lontana corrispondenza con un zoosperma, anche in via di degenerazione.

Aggiungasi che la penetrazione ritardata, cioè nel tempo della segmentazione, non si potrebbe capire che come fatto abnorme; ed A. Oppel stesso, nell'ultima sua pubblicazione, dubita se al riguardo non si avesse avuto da fare con un caso in parte patologico. Epperò egli, per sostenere la polispermia fisiologica nelle ova dei Rettili, non si fonda sopra questo fatto, ma sul rapporto, che per lui sarebbe costante, fra la posizione dei piccoli nuclei di segmentazione, da lui ritenuti per nuclei spermatici accessorî, con i rispettivi infossamenti della superficie libera del disco proligero.

Gli infossamenti (Gruben, Dellen, Trichter) del disco proligero, descritti da A. Oppel, non corrispondono a quelli che io vi ho trovato nella Seps, un momento prima della maturazione dell'ovo, e che innanzi ho descritto. Questi, come ho dimostrato, si riuniscono colle estroflessioni della vescicola germinativa per formare i sifoni che servono ad espellere la massa punteggiata di essa, via via che va disfacendosi. Gli infossamenti descritti da Oppel invece si trovano nello stadio di segmentazione dell'ovo e sono: o insenature prodotte dalle contrazioni del protoplasma (3) alle quali succedono i solchi di segmentazione; o sono veri solchi di segmentazione com'è, per esempio, indubbiamente quello che lo stesso Oppel ha disegnato nella figura 51 della tavola XII dell'ultima sua Memoria citata, e come sono stati descritti in tutte le ova. Quindi gli infossamenti descritti dall'Oppel non hanno alcun valore per la tesi da lui propugnata. Lo stesso Rückert, il quale li aveva veduti prima nei Selacî, dice: Ich habe sie bisher nich erwähnt, weil sie für die Herkunft der Kerne, nicht beweiskräftig sind. Quest'ultimo osservatore, in sostegno della polispermia fisiologica invoca piuttosto la completa corrispondenza di struttura fra i nuclei cosidetti merocitici ed il pronucleo maschile. Dimostrerò più tardi l'erroneità di questa comparazione; per ova mi basta affermare che sulla corrispondenza della struttura non si può stabilire l'omologia la quale trova nella comune discendenza il suo vero fondamento.

⁽¹⁾ Oppel, Die Befruchtung des Reptilieneies. Anat. Anz. VI. Bd., n. 19, 1891.

⁽²⁾ A. Oppel, Die Befruchtung des Reptililieneies. Arch. Mick. Anat. 39 Bd.; s. 215 Taf. XII, fig. 48 m, H, 15 marz 1892.

⁽³⁾ J. Rückert, Ueber physiologische Polyspermie bei meroblastischen Wirbelthiereiern. Anat. Anz. VII. Bd. 1892, n. 11, s. 320.

E la sola presenza di teste di zoospermi, durante la fecondazione, nel posto occupato successivamente dai nuclei merocitici, presenza che per lui darebbe la prova definitiva, e insufficiente; poichè queste teste di zoospermi, quand'anche fossero state realmente tali, cosa della quale io dubito, possono essersi distrutte e quindi sparite, ed i nuclei in quistione avere tutt'altra origine.

Ma già lo stesso Rückert non deve averne una grande fiducia, giacchè va in cerca di un altro criterio per stabilire la derivazione dei nuclei merocitici dalle teste degli zoospermi. Infatti, nell'ultima sua comunicazione, egli dice: Da vielleicht noch einige Zeit vergehen könnte, bis bei Selachiern jenes jüngste, entscheidende Stadium wieder gefunden wird, welches anstatt der Kerne nur Spermaköpfe und Uebergangsformen von diesen zu den Merocytenkernen enthält, so muss mann sich die Frage vorlegen, ob es nicht am Ende möglich ist, an den Kernen des späteren Stadien Merkmale zu finden die ihre Herkunft beweisen. Questa caratteristica starebbe nel numero diverso dei cromosomi delle varie specie di nuclei; per cui, secondo una serie di considerazioni fatte dall'autore, si verrebbe nella conclusione che: 4 tutti i nuclei merocitici dei giovani stadi di segmentazione, che posseggono un numero ridotto di cromosomi sono discendenti da teste di zoospermi ».

Io tratterò dei nuclei in quistione nella seconda parte di questa Memoria, e dimostrerò che essi, qualunque sia la forma e grandezza loro, e qualunque sia il numero dei cromosomi che posseggono, discendono tutti dal primo fuso di segmentazione, secondo la regola generale, come già avevano ammesso lo stesso Rückert (¹) ed il Kastschenko (²). Intanto fo notare che la ricerca del numero dei cromosomi dei nuclei merocitici dirà anche poco o nulla riguardo alla provenienza loro; e quindi il risultato di tale ricerca, qualunque esso si sia, non può dare forza alla teoria della polispermia fisiologica delle ova meroblastiche dei vertebrati, alla quale teoria tolgono ogni fondamento le osservazioni che io ho comunicato in questo scritto, e quella che innanzi ho citato dello stesso Oppel, il quale nel disco proligero di un ovo di Anguis fragilis, allo stadio del primo fuso di segmentazione, non ha trovato altri nuclei.

Invero dalle mie osservazioni nella Seps chalcides risulta: che la fecondazione accade nella fossetta peritoneale esistente fra l'ovario e l'ovidutto, all'ultimo momento della maturazione dell'ovo, cioè al momento della trasformazione del fuso direzionale in corpo direttore (probabilmente secondo) e in pronucleo femminile; che dei numerosi zoospermi trovati in questo momento nel liquido perivitellino uno solo, penetra nell'ovo e si trasforma in nucleo spermatico o pronucleo maschile, che tutti gli altri degenerano e spariscono; e che nello stadio del primo fuso di segmentazione, nel disco germinativo non vi sono nè altri nuclei nè teste di zoosperma.

⁽¹⁾ Rückert, Zur Keimblattbildung bei Selachiern. München 1885. — Weitere Beiträge zur Keimblattbildung bei Selachiern. Anz. 1889, n. 12.

⁽²⁾ Kastschenko, Zur Frage über die Herkunft der Dotterkerne im Selachierei. Anat. Anz. 1888, n. 16. — Zur Entwickelungsgeschichte des Selachierembryos. Anat. Anz. 1889, n. 12.

TAVOLA I.

AVVERTENZA

Le ova sono state fissate in un liquido composto di 2 volumi di soluzione satura di sublimato in acqua, 1 vol. di acido acetico glaciale, 1 vol. di alcool assoluto, nel quale sono state tenute per 10-15 minuti. L'eccesso del sublimato è stato tolto con alcool a 70° iodato, e quiudi conservate con alcool a 90°. I dischi asportati, sono stati coloriti in toto sia colla sola ematossolina Delafield, sia con la doppia colorazione di ematossilina e carminio boracico, e le sezioni sono state montate in balsamo.

In questa tavola sono raffigurate le sezioni del disco proligero delle ova di seps chalcides nello stadio della maturazione e della fecondazione.

INDICAZIONI GENERALI

ap Area polare.

d Detritus della sostanza punteggiata della vescicola germinativa.

ef Epitelio follicolare.

emv Estroflessioni della membrana della vescicola germinativa.

fd Fuso direzionale.

gc Gomitolo cromatico.

i Infundiboli imbutiformi della superficie libera del disco proligero.

mp Massa punteggiata della vescicola germinativa.

mr Zona radiata.

mo Membrana vitellina.

mvm Massa di vitello nutritivo.

nP Nucleo del Pander (porzione superiore).

np Nodi potoplasmatici del disco proligero.

npi Nodi protoplasmatici che stanno al fondo degli infundibuli del disco proligero.

pf Pronucleo femminile.

pfs Primo fuso di segmentazione.

pm Pronucleo maschile.

rz Avanzi degli zoospermi in degenerazione.

se Sifoni escretori.

sq Strato globoso del disco proligero.

si Sostanza ialina della vescicola germinativa.

sm Sostanza molecolare del disco proligero.

smp Strato risultante dalla fusione dei nodi protoplasmatici.

vg Vescicola germinativa.

z Zoospermi.

zr Zona radiata.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Sezione verticale del disco proligero nello stadio della formazione degli infundibuli. Zeiss, apocrom. oculare 4, obbiettivo 16,0, lungh. tubo 116.

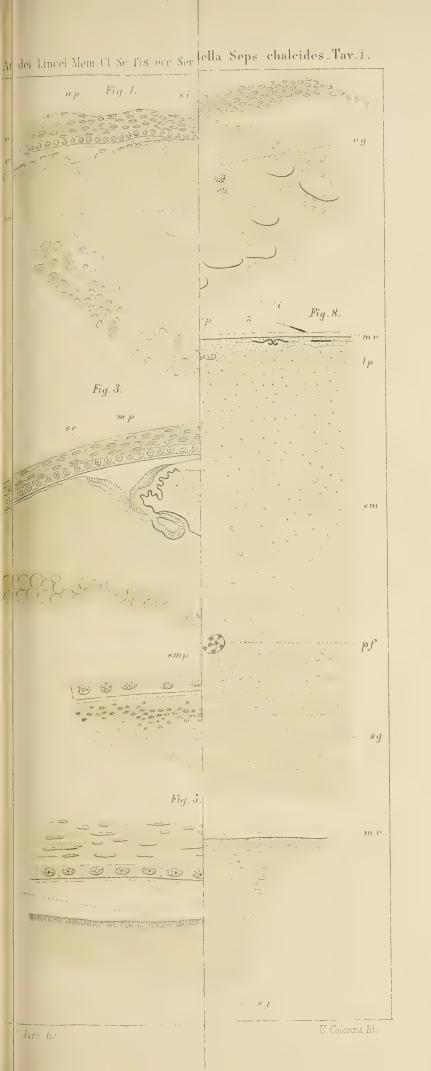
Fig. 2. Sezione orizzontale alquanto obliqua dello stesso stadio della fig. 1. Uguale ingrandimento. Mostra la corona dei suddetti infundibuli attorno alla vescicola germinativa.

Fig. 3. Sezione verticale nello stadio delle estroflessioni della membrana della vescicola germinativa. Ingrandimento uguale a quello della fig. 1.

Fig. 4. Sezione verticale di un disco in cui le estroflessioni della membrana della vescicola germinativa si sono aperte nel fondo degli infundibuli, e quindi si sono formati i sifoni escretori. Ingrandimento uguale a quello della fig. 1.

- Fig. 5. Sezione verticale mediana di un disco maturo con fuso direzionale. Zeiss, apocrom. oculare 4, obbiettivo 4,0 lungh, tubo 116.
- Fig. 6. Sezione uguale alla precedente mostrante l'area polare. Ingrandimento uguale a quello della fig. 5.
- Fig. 7. Ovo fecondato con i due pronuclei e gli zoospermi sopra, dentro e sotto della membrana vitellina. Ingrandimento uguale a quello della fig. 5. Il luogo, ove si trovano i due pronuclei, è segnato con asterischi, non essendo a questo ingrandimento visibili; per lo stesso motivo non sono disegnati gli zoospermi.
- Fig. 8. Sezione verticale di un altro disco nella stessa fase di quello della fig. 7. Zeiss, apocrom. Oculare 6, obbiettivo imm. omog. 2,0 lungh. tubo 116.
- Fig. 9. Porzione superficiale di un disco che si trova nella seconda fase di questo stadio e mostra la degenerazione degli zoospermi. Ingrandimento uguale a quello della fig. 8.
- Fig. 10. Sezione verticale di un disco col primo fuso di segmentazione. Ingrandimento uguale a quello della fig. 8.
- Fig. 11. Sezione verticale di un disco col primo fuso di segmentazione in via di divisione. Il primo fuso mostra le sue anse divise in due metà convergenti verso i due poli. Ingrandimento uguale a quello della fig. 8.









RELAZIONE

presentata al Presidente dal Socio Todaro, relatore, a nome anche del Corrisp. G. B. Grassi, nelle ferie accademiche del 1892, sulla Memoria del dott. Carlo de Filippi, intitolata: Ricerche istologiche ed anatomiche sulla Taenia bothrioplitis Piana.

- "Il dott. C. de Filippi ha fatto ricerche minuziose e, a nostro parere, molto accurate sull'organizzazione della *Taenia bothrioplitis* Piana, che è parassita degli uccelli. Queste ricerche portano un contributo alla conoscenza d'un gruppo di tenie finora poco studiato.
- « Particolari interessanti si leggono nel capitolo riguardante l'apparato riproduttore (formazione delle capsule ovigere).
- « Non manca qua e là qualche concetto discutibile (per es. la natura epiteliale della subcuticula). In complesso il lavoro sottoposto al nostro giudizio, ci sembra lodevole e merita di esser pubblicato ».

Ricerche istologiche ed anatomiche sulla Taenia Bothrioplitis Piana. Memoria del dott. CARLO de FILIPPI.

(Con dieci tavole)

Allorquando mi prefissi di trattare l'istologia e l'anatomia della Taenia bothrioplitis Piana credetti di aver rinvenuto questo parassita anche nell'intestino della
Coturnia communis. Ma ulteriori osservazioni e da ultimo il lavoro del dott. Crety (¹)
mi distolsero assolutamente da cotesto giudizio. Ho quindi tutte le ragioni di ritenere,
almeno fino ad oggi, che questo parassita sia ospite del solo Gallus domesticus e
che l'altra forma, affine alla T. bothrioplitis, che si rinviene nella Coturnia, sia la
T. pluriuncinata recentemente scoperta e descritta dal dott. Crety. Le prime notizie
sulla T. botrioplitis ei vengono comunicate dal prof. Piana in una Memoria (²) pubblicata l'anno 1884. A questa nuova specie di tenia impose il nome di bothrioplitis perchè come carattere saliente portava i botri armati da parecchie corone d'uncini.
Intorno a questo cestode altre memorie fino ad oggi non rinvenni, eccezione fatta di un
piccolo lavoro di Grassi e Rovelli (³) sui cisticerchi, già dal Piana menzionati. Nella
Memoria (²) dunque di quest'ultimo abbiamo le uniche notizie sino ad ora conosciute
sulla T. bothrioplitis; notizie molto esatte sui caratteri esterni del parassita e molto
generali del ciclo di sviluppo.

Niente dice dell'interna disposizione degli organi, niente di fina anatomia, d'istologia.

Tecnica.

Mi accinsi dunque a queste ricerche cercando con i metodi consueti di fissare convenientemente l'animale. Ma con mia grande maraviglia mi accorsi che trattando il parassita con i soliti reagenti esso subiva delle forti alterazioni che seguitavano a ripetersi in tutte le specie di manipolazioni alle quali lo sottoponevo. Dirò qui brevemente dei vari metodi che adoprai e dei risultati. Tentai da prima di fissare l'animale col sublimato variandone l'immersione da 1 minuto a 3 ore, lasciando successivamente i pezzi in alcool iodato per un dato spazio di tempo, da me sempre tenuto in rapporto diretto alle ore d'immersione nel sublimato. I pezzi erano alterati, non fissati, gremiti di corpuscoli neri. Dubitai della purezza dell'alcool e dello scellak; ma, avendo per più volte saggiato l'alcool e attaccato i pezzi con albumina glicerinata, mi persuasi che per nulla influivano e l'alcool e lo scellak. Una corrente di

iodio sul portaoggetti non distruggeva i corpuscoli nè dava al preparato colorazione alcuna. Era quindi eliminato il caso degli aghi di sublimato e dei granuli d'amido. Una corrente di acido cloridrico mi distruggeva in parte i corpuscoli ma alterava anche il parenchima. Potevo dunque sospettare che in parte concorressero a questa alterazione del preparato i corpuscoli calcarei che in grande quantità si trovano nel parassita. Trattai allora i pezzi con decalcificatori (acido cromico, acetico, picrico-solforico); ma nulla ottenni di meglio. Passai quindi ad altri fissatori: liquido del Peremy, alcool a 90, liquido del Kleinenberg, sublimato alcoolico a freddo e a caldo, liquido del Merkel, liquido del Delage, ecc.

Variai le sostanze coloranti, trattando successivamente la tenia con carminio borico, carminio allumico, carminio litico, picrolitiocarminio, ematosellina Sanfelice, ematosellina Herlik, ematosellina Böhemer, ematosellina alcoolica di Kleinenberg.

Dubitai che il calore dell'imparaffinazione potesse alterare l'animale e imparaffinai nel vuoto, inclusi in celoidina. Ottenni sempre il medesimo resultato. Variai successivamente la durata del tempo d'immersione ed i liquidi sopprimendone talora uno talora un altro; ma sempre senza nulla ottenere. Però da tutti questi tentativi potei convincermi che il lungo soggiorno nell'alcool ed un prolungato trattamento con sostanze acide alterava decisamente i pezzi. M'accorsi ancora che fra tutti i miei preparati, i mediocri erano sempre quelli fissati con acido picrico-solforico. Mi fermai allora sopra questo reagente variando successivamente ed alternativamente le singole unità che lo componevano ottenendo migliori risultati prevalente l'acido picrico. Eliminai allora definitivamente l'acido solforico fissando col solo acido picrico in soluzione acquosa satura ottenendo così dei pezzi fissati perfettamente adattabili a tutte le colorazioni prima tentate. Fatte quindi varie prove con l'acido picrico ho ottenuto i migliori risultati col seguente metodo: tolto il parassita dall'intestino lo immergo vivo nell'acido picrico; sciacquatolo dal mucco intestinale lo passo di nuovo in acido picrico pulito dove resta per 7 ore. Da qui in alcool a 70 fino a che lo strobila della tenia prende una tinta di un giallo pallido. Coloro i pezzi a preferenza con l'ematossellina Sanfelice lasciandoveli per 5 ore, quindi in alcool acidulato con acido acetico per un'ora circa. Li passo quindi successivamente negli alcool a 70, a 90 ed assoluto. Ma come ho detto di sopra, alterando l'alcool i pezzi se lasciativili per molto tempo, lascio il parassita 6 ore in alcool a 70, 6 in alcool a 90 e non più di 12 ore in alcool assoluto; da qui per il cloroformio (minuti 10) in paraffina e col metodo solito sezionando chiudo le sezioni in balsamo del canadà sciolto in xilol attaccandole sul portaoggetti con lo scellak. Con questo metodo mi è riuscito di ottenere delle buone preparazioni tanto da permettermi di continuare nelle mie ricerche.

Descrizione del parassita.

La Taenia bothrioplitis Piana è parassita del gallus domesticus. Sulla parete esterna del tubo intestinale, nel punto corrispondente a quello interno d'inserzione del parassita, si formano, secondo il Piana, dei piccoli tubercoli di diametro variabile fino ad 1 millimetro, e di color giallo grigio. Queste durezze avvertite dal tatto nel percorso del tubo intestinale, rivelerebbero la presenza del parassita. Non sempre

però, da quanto ho potuto osservare, questo fatto si verifica come vorrebbe il Piana. Io stesso ho trovato delle *T. bothrioplitis* saldamente infitte nella mucosa, senza i corrispondenti tubercoli e tubercoli senza traccia di tenia. La *T. bothrioplitis* non abita a preferenza una parte dell'intestino, ma se ne possono trovare sia in vicinanza del cingolo pilorico, sia nell'ultima porzione del retto, mai però nei ciechi intestinali; sono sempre saldamente infitte nella mucosa intestinale; ed è per questo motivo che il distacco dello scolice non riesce senza qualche difficoltà; anzi il più delle volte lo scolice perde nella mucosa la propria proboscide. Le dimensioni di questa tenia sono variabilissime, sia per il diverso grado di contrazione dell'animale, sia per numerose variazioni individuali.

Le dimensioni che qui sotto riporto sono state prese sopra individui in uno stato di media contrazione: lunghezza mm. 260; questa però è variabilissima. Mi è occorso più volte di misurare tenie aventi una lunghezza di mm. 142, 210, 243; la massima lunghezza che ho rinvenuto è stata di mm. 357 però sopra un esemplare poco contratto.

Lo scolice (tav. I, fig. 1) è piriforme e piccolissimo; nel diametro maggiore (tav. I, fig. 2) misura mm. 0.41 e nel minore o trasverso soli mm. 0.31. Sullo scolice sono quattro ventose (tav. I, fig. 2v), ed una proboscide armata, retrattile nella porzione apicale di essa (tav. I, fig. 2pb). Le ventose hanno forma ovale e misurano nel diametro maggiore mm. 0.14 e nel minore o trasverso mm. 0.08. Esse sono ad uguale distanza fra loro e poste un po' al di sopra della linea mediana trasversa dello scolice.

Prolungando schematicamente con due linee i margini dello strobila quelle passano ad uguale distanza dalle ventose. I margini sono poco sporgenti e portano 7 od 8 ordini concentrici d'uncini. Questi (tav. I, fig. 3) sono di grandezza variabile e ci presentano distintamente tre porzioni una esterna acuminata e leggermente curva, un'altra pure esterna ma rotonda, e la terza porzione piatta e infitta fortemente nel bordo della ventosa.

La proboscide (tav. I, fig. 2 p b) misura in lunghezza mm. 0,0635. Si estroflette a forma di pera rovesciandosi come un dito di guanto al di fuori del poro apicale piccolissimo posto nel centro dello scolice, visto di sopra. Retratta nella guaina ha forma ovale e porta nel suo centro posta a traverso una sola corona d'uncini tutti d'ugual grandezza (tav. I, fig. 4). Differiscono da quelli delle ventose per avere la parte infitta più piccola ed assottigliata. Ad una certa distanza dalla guaina, (tav. I, fig. 2 cts) appare un canale trasverso che congiunge a corona i quattro canaletti che si attorcigliano a due a due e che l'occhio perde nella prima metà del collo. Sullo sviluppo e funzione di questi parleremo in speciale capitolo. La porzione anteriore della tenia (tav. I, fig. 1), circa $^{1}/_{3}$ dell'animale, ha un aspetto filiforme.

Allo scolice segue un collo sottilissimo misurante subito dopo quello mm. 0,18; in lunghezza occupa 12 mm. circa. E solo dopo 12 mm. dallo scolice appaiono nello strobila le prime striature delle prime proglottidi. Queste a completo sviluppo hanno forma di trapezio di cui il lato maggiore guarda la proglottide seguente. I margini di questa convergendo s'invaginano per poco nella porzione terminale della proglottide anteriore (tav. III, fig. 1). In sezione trasversa hanno forma ovoide allungata

variabile in dimensioni variandone lo stato di contrazione (tav. III, fig. 3). La massima larghezza che ho trovato nelle proglottidi è di mm. 3,57, però presso l'estremità posteriore; la larghezza della proglottidi mediane è in media di mm. 1,97. Le proglottidi sono dunque progressivamente più grandi (tav. I, fig. 1) ad eccezione dell'ultimo articolo. Le variazioni sono però innumerevoli essendo le dimensioni più piccole negli esemplari più piccoli. L'ultimo articolo di tutti gli esemplari interi è molto più piccolo dei precedenti e foggiato a calotta allungata. Le ultime due o tre proglottidi acquistano una forma speciale che è termine di passaggio dalla forma tipica trapezoidea alla forma di calotta dell'ultimo articolo. Il numero delle proglottidi può superare il 500. I tronchi discendenti del sistema escretore sono in questo parassita sviluppatissimi restando così visibili ad occhio nudo.

I corpuscoli calcarei sono numerosi nella porzione anteriore e visibili anche con piccolissimi ingrandimenti; ma vanno gradatamente diminuendo negli altri segmenti più avanzati dello strobila così che nelle ultime proglottidi sono, salvo eccezioni, completamente scomparsi. Le aperture esterne degli organi genitali sono sempre unilaterali e nei molti esemplari da me osservati (oltre 250) non ho mai riscontrato l'alternanza regolare od irregolare. Queste aperture (tav. III, fig. 1 tdc, vg) si rinvengono fra il terzo anteriore ed i due terzi posteriori nel margine delle proglottidi.

Il distacco delle proglottidi avviene solo a completa maturazione ossia quando le capsule ovigere invadano e sostituiscono il parenchima della proglottide.

Cuticula.

Il tegumento della *Taenia bothrioplitis* è costituito, come del resto in tutti gli altri cestodi, da una sottile cuticula che si stende su tutto il corpo del parassita. Per le aperture del poro apicale, dei seni genitali e della vescicola pulsante s'insinua la cuticula per tappezzarne le singole cavità. Nel fondo di queste ultime due si apre in soluzioni di continuo onde lasciare libero sbocco ai canali degli organi interni che si mettono così in relazione con l'esterno. Altre aperture non trovai per quanto portassi le mie osservazioni anche sopra esemplari a fresco.

I pori canali che il Leuckart (4) il Sommer ed il Landois (5) ammettono nella cuticula delle tenie non furono da me constatati nella Taenia bothrioplitis. Portando i preparati sotto forti obbiettivi ed osservando attentamente quelle fenditure della cuticula che potevano interpretarsi come pori canali mi sono persuaso che questi non erano che il prodotto dell'azione dei reagenti sul tegumento del parassita. Il fatto che questi canali non attraversavano mai tutto lo spessore della cuticula, che l'apertura di questi era sempre esterna e che il diametro di questo canale era costantemente decrescente verso l'interno mi confermarono nell'opinione suaccennata. Così non ho potuto mai constatare que' certi filamenti protoplasmatici che lo Schiefferdecker (6) ammette e che rappresenterebbero, percorrendo il lume de' pori canali ed uscendo all'esterno, quelle ciglia vibratili che il suddetto autore vide ne' cestodi. Allo Schiefferdecker si associa lo Steudner (7) per il Triaenophorus e per la Taenia mediocannellata. Ma come bene osserva il Monticelli (8) le opinioni dello Schiefferdecker e dello Steudner sui filamenti e sulle ciglia sono state dimostrate false dal Leuckart (4)

e sono da attribuirsi alla divisione in fibrille dello strato superficiale della cuticula. Per quanto poi riguarda l'esistenza dei pori canali mi trovo d'accordo con le opinioni del Moniez (9) del Hamann (10) del Pintner (11) del Monticelli (8) del Crety (12).

Per formarsi un chiaro concetto sulla costituzione della cuticula noi non dobbiamo considerare un taglio qualunque in sezione trasversa; il più delle volte accade, come osserva il Moniez (9) di constatare, sia per lo spessore del taglio, sia per l'intensità della colorazione. una struttura omogenea che in realtà non esiste. Ma ciò (tav. III, fig. 3 ct) non avverrà se noi invece di esaminare un taglio in sezione trasversa esamineremo un taglio speciale trasverso leggermente obliquo, debolmente colorato e di uno spessore sottilissimo (tav. X, fig. 3 ct). Essa ci appare costituita da due strati uno interno e l'altro esterno. Questo è più intensamente colorato e di uno spessore più forte dell'altro. Al di sotto dello strato interno (al di dentro) abbiamo una serie regolare di punti (fig. citata: fms) che rappresentano i capi delle fibrille muscolari che vanno ad insinuarsi nello strato più sottile della cuticula. Queste fibrille constatate dallo Stieda (13) descritte dal Sommer (5), Landois (5), Leuckart (4), sono, come lo si può vedere nella tav. X, fig. 1 fml, dipendenze del sistema muscolare longitudinale.

Al di quà di codesti punti (tav. X, fig. 3 csc) vediamo le cellule della subcuticula. Lo spessore della cuticula nelle proglottidi medie varia fra mm. 0,004 e mm. 0,005. Se noi invece portiamo la nostra osservazione in un taglio sempre in sezione trasversa ma molto obliqua e sottile, vedremo sempre meno accentuata la differenza fra i due strati sopra accennati (tav. IX, fig. 5 ct).

Questo fatto unitamente a quello, sempre in questo taglio obliquo, di vedere la parte più esterna della cuticula come in via di desquamazione, meno compatta e quindi più imbibile e più colorata ci dice come la porzione più esterna di questa cuticula ci si mostri in metamorfosi regressiva.

Non credo dunque ad una differenza sostanziale fra le due porzioni differentemente colorate della cuticula ma piuttosto ad una differenza di stadio e di connessione della medesima sostanza.

Le opinioni dei diversi scienziati sul numero degli strati nella cuticula sono svariatissime. Zschokke (14) nella *Taenia mamillana* ne conta quattro. Schiefferdecker (6) quattro. Kahane (15) e Zograf (16) due. Crety (12) due. Anche a me sembra, come ho già detto, costituita da due strati fra loro però non del tutto nettamente separati; e ciò con forti ingrandimenti ed in sezioni molto oblique.

Ambedue gli strati sono costituiti da piccolissime fibrille che decorrono trasverse; nello strato superficiale queste fibrille si possono malamente distinguere e quindi l'insieme di questo acquista un aspetto vitreo.

In una sezione sottilissima, quale fu da me disegnata nella tavola IX, figura 5, la differenza dei colori de' due strati è talmente piccola da rendersi quasi impercettibile. Quelle fibrille che noi vediamo (tav. IX, fig. 5 fms) insinuarsi ortogonalmente alle fibrille cuticulari fin quasi al centro della cuticola, sono le fibrille musculari che noi abbiamo veduto disporsi (tav. X, fig. 3 fms) subito al di qua della cuticula e che obliquamente penetrano in essa. Le cellule subcuticulari che io ho rappresentato in ese (tav. IX, fig. 5) ci si presentano in parecchi strati. Ciò sarà facilmente

spiegato se si pensa alla grande inclinazione che ho dato al pezzo nel tglaiarlo e quindi alla grande obliquità della sezione.

La cuticula dunque per quello che ho detto di sopra è di natura fibrillare; queste fibrille sono fra loro legate da poca sostanza cementante omogenea. Le fibrille decorrono ondulate; visibilissime nello strato più interno. Al di sotto della cuticula, fra questa e le cellule subcuticulari appare uno strato di finissime granulazioni molto rifrangenti che si addensano verso la parete interna della cuticula. Pensando adesso allo sfaldamento di questa cuticula, per la vita che questi parassiti menano continuamente immersi nei liquidi elaborati e segregati dall'espite, s'impone per naturale conseguenza un continuo e non interrotto rinnovamento. Questo ufficio di rinnovamento e quello primo di formazione lo attribuisco alle cellule della subcuticula. Ed in questo mi associo completamente alle idee dell'illustre Moniez (9). Noi abbiamo veduto delle fibre muscolari spingersi nell'interno della cuticula e contemporaneamente vedemmo al di sotto subito della cuticula uno strato di granuli finissimi extracellulari e molto rifrangenti. La conclusione che nasce da questi fatti, visto anche e considerato il fenomeno per il quale si sviluppano i grandi corpuscoli calcarei (V. pag. 14) della zona centrale, è che gli elementi subcuticulari subiscono progressivamente una degenerazione granulosa nella loro estremità volta verso la cuticula. Questi granuli divenuti liberi avvolgono le fibre che finiscono col subire la medesima trasformazione ma meno facilmente poichè talora ci è dato di vederle conservate con i loro caratteri.

Questo fatto, come bene osserva il Moniez (9) non è del tutto nuovo nel campo istologico: ci basterà di ricordare quel fatto per il quale le membrane delaminate dell'uovo subiscono un'analoga trasformazione.

Questo strato, dunque, di corpuscoli finissimi, rifrangenti, interposto fra la cuticola e lo strato delle cellule subcuticulari marcherebbe la zona in via di trasformazione di quest'ultimo. Non bisogna quindi ritenere che la costituzione ed il rinnovamento della cuticula si debba alla secrezione delle cellule subcuticulari ma ad una
loro dirette trasformazione. E questo fatto io lo vedo convalidato nell'assenza di cellule subcuticulari che noto nelle ultime proglottidi, in quelle mature, in quelle prossime a staccarsi dal resto dello strobila, dove per certo il rinnovamento cuticulare
non è più necessario.

Subcuticula.

Al di qua della linea punteggiata (tav. X, fig. 3 fms) che rappresenta le fibrille muscolari si stende lo strato delle cellule subcuticulari. Se questo strato sia formato da uno o più ordini di cellule non possiamo dire con certezza; la poca distanza che corre fra le singole unità e la loro irregolare disposizione c'impedisce di darne con sicurezza un giudizio. La loro forma è generalmente allungata poichè nel diametro maggiore misurano le più grandi mm. 0,021 e le più piccole mm. 0,012 mentre nel trasverso solo mm. 0,002. Delle due estremità disuguali la più stretta guarda la cuticula e l'altra l'interno della proglottide. Hanno dunque queste cellule una forma di clava allungata e la loro posizione è sempre ortogonale alla cuticula. Anche a me non riuscì, per quanto forte adoprassi l'ingrandimento, di stabilire con certezza una membrana a queste cellule subcuticulari. Il contenuto protoplasmatico è granuloso,

ialino; struttura e forma che ci ricorda quella de'granuli che compongono lo strato da noi osservato subito dopo la cuticula. Questo contenuto si colora bene con l'ematosellina Sanfelice ciò che ci permette di farne risaltare l'insieme dal resto degli elementi.

Il nucleo è rotondeggiante, si colora fortemente ed occupa ora l'uno ora l'altro dei due poli della cellula; più raramente il centro di essa.

Al di sotto di queste cellule talora si notano delle cavità che sembrano avere una parete propria ed un contenuto granuloso e molto fine; il nucleo manca. La loro forma è rotonda ma possono anche mostrarsi ampolliformi. In questo caso la porzione allungata della figura si volge verso la cuticula; talora anzi mi parve che a questa si appoggiasse. Come osserva giustamente il dott. Crety (12 pag. 10) intorno a queste cavità scorrono in vario senso le fibrille del tessuto connettivo che intrecciandosi fra loro danno a codesto contorno l'apparenza di una membrana che realmente non esiste. Negata dunque a questa cavità la membrana, vista la continua assenza del nucleo, vista la sua vicinanza con la cuticula, anzi talora quasi a contatto, siamo portati a credere doversi codeste cavità all'azione dei reagenti che endosmoticamente penetrano per la cuticola nel parenchima animale.

Intorno alla significazione di questo strato cellulare molte e svariate sono le opinioni degli scenziati.

Certo è che riflettendo da prima alle proprietà fisiologiche dei tessuti uno è portato a ritenere di natura epiteliale lo strato subcuticulare e la sovrastante cuticula come una diretta produzione di esso. Il fatto, da alcuni autori rilevato, della poca sostanza intercellulare convaliderebbe sempre più l'opinione sovraesposta. Così anche la disposizione stessa di queste cellule, come dice Hamann, (10 pag. 722) che sostiene l'origine connettivale, ci ricorda quella di un epitelio stratificato. Il prof. Hamann sostiene l'origine connettivale basandosi sopra un fenomeno di pura tecnica. Egli attribuisce all'azione dell'alcool quell'apparenza di massa protoplasmatica nucleata, senza spazi intercellulari che acquistano le cellule della subcuticula, mentre le stesse trattate con acido cromico o sublimato e colorate con ematosellina appaiono distinte e con spazi intercellulari; quindi con un carattere spiccatamente connettivale. Aggiunge poi che questo strato cellulare è sempre a contatto con la cuticula. Ciò non è; e lo si può vedere chiaramente dai miei preparati (tav. X, fig. 3).

In quanto poi agli spazi intercellulari che l'alcool oblitera e solo un buon fissatore conserva, è in realtà esatto. Anzi dirò di più: nei miei preparati (acido picrico-ematosellina Sanfelice) le unità cellulari sono ben distinte e separate fra loro e non da poca ma da una mediocre quantità di sostanza intercellulare. Ma qui bisogna pensare a due fatti; primo: abbiamo da fare con animali in continua metamorfosi regressiva; e quindi, come tutte le altre parti dell'animale, anche l'epitelio non conserverebbe più severamente, tutti i suoi primitivi caratteri; secondo: riflettendo a quanto dissi a pag. 9 di questo lavoro sulla possibilità della trasformazione dello strato subcuticulare in cuticula, piuttosto che ritenere questa segregata da quella, dovremo concludere che questi elementi cellulari sono, come del resto tutto il parassita, in continua trasformazione.

Le opinioni del Kahane (15) per quanto sostenga la natura epiteliale di questo

strato non sono qui, almeno per la Tuenia bothrioplitis, affatto utilizzabili. Egli sostiene due dati; primo: la presenza della cuticula, che in generale viene attribuita all'epitelio; secondo: i processi protoplasmatici che solo vengono ascritti alle cellule epiteliali come mezzo di presa dell'alimento. Aggiungerebbe così ai caratteri istologici già conosciuti un carattere a base fisiologica. Mi associo in parte al primo di questi due dati e non al secondo. Noi abbiamo già detto quale sia la nostra ipotesi sui processi protoplasmatici in generale e quale in particolare la nostra opinione sulla Taenia bothrioplitis. È quindi inutile di rammentare qui quanto lo Schiefferdecker (6) espone per combattere codesto attributo delle cellule epiteliali non essendo alla nostra opinione di nessun vantaggio il comma secondo del Kahane.

Contro la natura epiteliale di questo strato si schierano lo Schneider (17) ed il Rindfleisch (18). Lo Schneider dice che queste cellule non si possono ritenere come epiteliali perchè esternamente ad esse vi è un altro tessuto, i muscoli della subcuticula; ma questa difficoltà non ha un grande valore se si pensa che questi muscoli non costituiscono uno strato continuo ma, come nota lo Schiefferdecker (6), passano a traverso le punte delle cellule come fibrille, senza costituire uno strato continuo. Ma, ammessa anche l'opinione dello Schneider, noi per spiegare la formazione della cuticula saremmo obbligati a ritenere le cellule muscolari o quelle del tessuto connettivo atte a secernere simili membrane. Secondo il Rindfleisch (18) poi sarebbero di natura connettivale perchè congiunte fra loro per mezzo di una sostanza intermedia finamente granulosa che passerebbe poi nelle fibrille vibranti, le quali appartengono al tessuto di sostegno che attraversa tutto il parenchima. Questa opinione che per noi non avrebbe valore per ciò che dicemmo a pag. 239 è brillantemente combattuta dal Kahane (15). Esso nega la discontinuità del tessuto cellulare, associandosi al Leuckart (4), che lo chiama strato cellulare continuo, oppure con altri autori che lo ritengono un sincizio. Ciò che dice il Griesbach (19) pel Solenophorus di non poter ritenere le cellule subcuticulari nè come una matrice nè come cellule di tessuto connettivo, ma come uno strato di protoplasma paragonabile a quello di alcuni protozoi, lo ritengo erroneo, associandomi al Hamann (10 pag. 736), che attribuisce ciò all'azione dell'alcool sui tessuti. Così anche giudicano Roboz (20), Moniez (9), Kahane (15), Crety (12).

Il Zograf (21) in un recente lavoro sulle forme embrionali del *Triaenophorus* ci comunica dei fatti importantissimi a favore della natura epiteliale di questo strato. Egli dimostra che sull'embrione exacante uscito dall'involucro ciliato rimane uno strato cellulare il quale era unito al rivestimento ciliato per mezzo di speciali fili protoplasmatici. Cade perciò la congettura per la quale si riteneva che l'embrione nel rigettare il rivestimento ciliato si spogliasse anche di tutto l'ectoderma.

È certo, ora, che l'involucro ciliato del *Triaenophorus*, *Bothriocephalus* ecc. è realmente omologo alla membrana chitinogena delle tenie. Il Van Beneden (²³) studiando la *Taenia Bacillaris* Goeze dimostra come le cellule che provengono dalla segmentazione della cellula uovo non son tutte impiegate alla formazione dell'embrione exacante, ma che uno strato superficiale cellulare costituisce all'embrione un inviluppo provvisorio che genera poi una membrana; questa pur non essendo ciliata non è però meno omologa alla tunica ciliata del *Bothriocephalus*. Questo fatto dunque riunito coll'ultimo resultato dei lavori del Zograf (²¹) porta una gran luce in questa

tenebrosa questione. Io non dico, nè voglio sostenere che il fenomeno che avviene ne' trienofori ecc. si debba ripetere nelle tenie: ulteriori studi embriologici potranno solo definire la questione. Ma certo è, per le relazioni che corrono fra questi gruppi di cestodi, molto probabile.

Per ora, in tanto, ci è solo concesso, sia per le osservazioni da noi precedentemente fatte, sia per quest'ultimo lavoro del Zograf, di ritenere d'origine ectodermica e quindi di natura epiteliale lo strato subcuticulare, e la cuticula una trasformazione di questo.

Parenchima.

La divisione del corpo de' cestodi in più zone, come bene osserva il Moniez (9 pag. 217) fu stabilita dagli elmintologi per sola comodità d'esposizione e senza alcun valore morfologico. Da un punto all'altro della cuticula si stende senza interruzione un tessuto che noi chiamiamo parenchima. Nella *Taenia bothrioplitis*, come del resto in tutti gli altri cestodi è questo tessuto costituito da tre elementi fra loro nettamente distinti: 1.º da fibrille connettivali delicatissime che fra loro intrecciandosi in modi differenti formano maglie di varia grandezza; 2.º da una sostanza fondamentale finamente granulosa; 3.º da elementi cellulari di varia forma e grandezza (tav. IV, fig. 1 p).

Le fibrille connettivali sono molto sottili e trattate con l'ematosellina Sanfelice si colorano di un viola pallido; esse hanno a preferenza una direzione longitudinale orizzontale. Fra queste fibrille corre una sostanza cementante finamente granulosa. Sulla natura di questa mi unisco all'opinione del dott. Crety (12 pag. 13) che la ritiene quale sostanza muccosa così modificata in seguito all'azione dei liquidi conservatori.

Le cellule hanno una forma variabile; possono essere rotonde, triangolari, poligonali, con o senza filamenti. Il decifrare esattamente il percorso di questi filamenti è cosa molto difficile, chè appena distaccati dal corpo della cellula, inoltrandosi nel circostante parenchima, si anastomizzano con le fibrille connettivali di questo così da non permettere di seguirli con esattezza.

Il nucleo sufficientemente voluminoso occupa il centro del corpo cellulare; il protoplasma che lo circonda è trasparente pallidamente colorato dall'ematosellina Sanfelice; non così il nucleo che di una tinta più forte spicca con sufficiente chiarezza dagli elementi circostanti.

Le cellule più grandi misurano mm. 0,010 di diametro e le più piccole mm. 0,004; il nucleo non più di mm. 0,003.

Non tutti però gli elementi cellulari del parenchima sono tali quali noi li abbiamo descritti: vi si possono incontrare anche de'nuclei liberi circondati da una piccolissima quantità di protoplasma.

Queste cellule non sono egualmente sparse in tutto il parenchima della proglottide nè egualmente in tutti i segmenti dello strobila. Abbondano nel centro della proglottide ed in vicinanza degli organi centrali; scarse nella zona corticale. Numerosissime nelle giovani proglottidi e numerose nelle medie, scarse e mancanti del tutto nelle ultime porzioni dello strobila. Numerose intorno ai nervi longitudinali ed ai vasi longitudinali del sistema escretore, così da palesarne chiaramente la direzione là dove per l'obliquità del taglio venga o l'uno o l'altro a mancare.

In altra parte di questo lavoro ho detto come gli organi tutti di questo parassita si formino a spese delle cellule parenchimatose, cellule che il Moniez (9) chiama embrionali.

Non credo possa cadere dubbio intorno alla identità di questi elementi cellulari con quelli che ancora inattivi, rispetto alla genesi dell'organo, permangono nel parenchima della tenia. Dall'esame microscopico comparativo e graduale nessuna differenza sorge a colpire il nostro occhio fra questi due elementi nelle diverse proglottidi; essi ci sembrano perfettamente eguali fra loro.

Viene quindi, per conseguenza naturale, l'altro fatto da noi già ricordato, che il tessuto da prima compatto si trasformi in un tessuto lasso, se si pensa che tutti gli organi si formano a spese del circostante parenchima; una diminuzione dunque, nelle proglottidi avanzate dell'elemento cellulare ed una prevalenza dell'elemento fibrillare.

Per Stieda (13) la sostanza cellulare è una sostanza congiuntiva cellulare formata da cellule serrate le une contro le altre solidamente saldate fra loro, così da non potersi isolare. Per Sommer e Landois (5) il tessuto fondamentale comincia contro la zona subcuticulare ed è formato da grosse cellule tonde ed ovali sprovviste di filamenti, molto numerose a piccolo nucleo con una sostanza intercellulare scarsissima prodotte di secrezione delle suddette cellule. Questa teoria è brillantemente combattuta dal Moniez (9). Questo autore riportando un disegno del Sommer e Landois ci fa vedere come questi giudicando così il parenchima delle tenie abbiano scambiato le maglie di questo tessuto con elementi cellulari; e questo sia per l'assenza frequente del nucleo, sia per la costante assenza dei filamenti.

Il Griesbach (19) trattando del Solenophorus dice esistere una sola specie di sostanza connettiva ed esser questa il tessuto muccoso nel quale si trovano spazi lacunari che fra loro si anastomizzano, e che gli organi del corpo sono vestiti da membrane aniste derivate da questo tessuto muccoso. Io credo che il Griesbach (19) sia caduto in errore; ed in ciò mi associo al Hamann (10) che severamente criticandolo attribuisce questo modo di vedere all'azione dell'alcool che, come sappiamo, altera i tessuti.

Unendomi dunque alle opinioni del Moniez (9), del Hamann (10), dello Schiefferdecker (6), del Crety (12) ritengo che questo parenchima sia costituito da un tessuto connettivo compatto nelle giovani proglottidi, lasso nelle mature; ricco di elementi cellulari e di fibrille nelle prime porzioni dello strobila; povero e di quelli e di queste nelle ultime, dove sola una piccola quantità di sostanza muccosa resta a rappresentare il tessuto una volta esistente.

Corpuscoli calcarei.

Nei miei preparati, sottoposti all'azione dell'acido picrico, non è possibile studiare la forma e la struttura dei corpuscoli calcarei. Essi sono o del tutto scomparsi o ridotti talmente dal vero da non rendere sicure le osservazioni tratte dallo studio di simili esemplari.

Gli altri reagenti o malamente fissavano i tessuti della Taenia bothrioplitis o li

alteravano in modo tale da impedire ogni ulteriore osservazione. Ho già detto in altra parte di questo mio lavoro a chi doversi attribuire la presenza di tutti que' corpuscoli neri nelle sezioni dei miei preparati.

Quello che è certo, ed in questo concordo con l'opinione di Fraipont (²⁴) che i corpuscoli calcarei contengono una certa quantità di sostanza organica poichè sempre assorbono parte della sostanza colorante nella quale s'immerge il pezzo.

Nelle mie prime manipolazioni facevo seguire alla colorazione un trattamento con sostanza acida per togliere alle parti l'eccesso di colore; è chiaro adesso che adoprando a preferenza l'acido cloridrico per questo processo, esso mi dissolvesse senza distruggere, perchè in debole soluzione, i corpuscoli calcarei già colorati e che i residui di questa disgregazione si spargessero per tutto il parenchima coprendolo di punti neri.

Questo inconveniente io l'ho eliminato con un decalcificatore preposto all'azione della sostanza colorante. Ho ottenuto con ciò dei buoni preparati con l'acido picrico il quale è un buon fissatore e contemporaneamente un decalcificatore energico senza essere violento come l'acido cromico e acetico in soluzioni che avrei dovuto adoperare troppo concentrate.

Con tutto ciò però i corpuscoli calcarei vengono o eliminati o modificati e così reso quasi impossibile il loro studio sui pezzi preparati.

Le mie osservazioni, per ciò, sono portate sopra esemplari a fresco. Nella *Taenia bothrioplitis* i corpuscoli calcarei sono numerosi, di forma e grandezza variabile ed a parecchi strati concentrici. La forma predominante (tav. IX, fig. 6) è l'ovalare; vi si trova ancora la forma di fuso e quella a biscotto caratterizzata da una depressione che costantemente appare sopra uno dei due lati.

La grandezza di quelli ovalari oscilla fra un diametro massimo di mm. 0,008 ed un minimo di mm. 0,003; quelli a biscotto fra un massimo di mm. 0,006 ed un minimo di mm. 0,004.

Non posso designare con sicurezza la porzione dello strobila dove i corpuscoli calcarei più grandi si localizzano. Posso dire solamente che il loro numero è scarso nelle proglottidi del segmento posteriore del terzo medio, grande nelle proglottidi del terzo anteriore. Essi sono irregolarmente sparsi nel parenchima.

Non posso ammettere quanto dice il Donnadieu (25) che pone questi corpuscoli in uno strato sotto la cuticula spiegando la loro presenza all'interno sia per un fenomeno puramente meccanico, causato dalla compressione, sia per l'azione del liquido nel quale li osserviamo. Come bene osserva il Moniez (9 pag. 89) l'origine stessa di questi corpuscoli, il modo come le maglie connettivali fissano questi corpuscoli ci dispensa di combattere a lungo questa opinione del Donnadieu. Noi sappiamo infatti che la cellula connettivale destinata a trasformarsi in corpuscolo muta solamente la sostanza centrale in corpuscolo mentre la parte periferica della cellula permane sotto forma di maglia nella quale resta incistato il corpuscolo. All'infuori di questi corpuscoli niente altro rinvenni che mi facesse in qualche modo pensare a quelle speciali formazioni che il Crety (12 pag. 15) rinvenne nel limite fra lo strato corticale e lo strato centrale del Solenophorus Creplin.

In quanto alla loro funzione niente possiamo dire con sicurezza.

Il Griesbach (19) vorrebbe attribuir loro una funzione di protezione. Dell'opinione del Griesbach è anche lo Zschokke (14) chè parlando della speciale disposizione de' corpuscoli intorno all'unico testicolo della *Taenia argentina* Zschokke vi vuol vedere un ufficio di protezione e di sostegno.

Ciò sarebbe sempre discutibile: in ogni modo però il caso della Taenia argentina è unico e quindi, almeno fino ad ora, eccezionale. Il Roboz (20) ed il Fraipont (24) combattono questa opinione e propendono più per la natura escrementizia di questi corpuscoli. Il Fraipont (24 pag. 436) dice: "Aujourd'hui la nature escrementielle de ses corpuscules est extrêmement problable, étant donnée leur analogie avec les éléments produits par les reins d'autres animaux inférieurs; leur composition chimique du reste est bien connue; ils sont formés des carbonates et renferment de la guanine".

Ciò mi sembra più probabile visto che il Claparede (26) studiando il *Disto-mum volvens* fra i nematodi vide relazioni fra corpuscoli calcarei e canali escretori, come anche il Monticelli (8) che, studiando i tronchi discendenti dello *Scolex poli-morphus*, li trovò pieni di corpuscoli calcarei; nella fig. 28 della tav. XXVIII del suo lavoro li pone in vicinanza degl'imbuti.

Il Roboz (20) non ammette le vedute del Claparede e le dichiara infondate pel fatto che malgrado buonissime sezioni mai non riuscì a vedere relazione fra quelli ed i fini rami del sistema vascolare. Ma il Fraipont (24) combatte il Roboz dicendo che è molto difficile vedere questa relazione essendo il sistema vascolare sottilissimo e delicatissimo in molte sue parti, così che le sue osservazioni portate solamente sopra delle sezioni sarebbero insufficienti; e ciò mi sembra giustissimo.

Intorno a questa questione niente posso dire con sicurezza, chè a me mai, per quanto tentassi riuscì di scorgere nella *Taenia bothrioplitis* le terminazioni ad imbuto del sistema escretore.

Relativamente all'origine di questi corpuscoli l'opinione del Wircow (27), che ne studiò la formazione in giovanissimi echinococchi è la più attendibile. Sia anche per la conferma ricevuta dalle osservazioni del Sommer e Landois (5) come da quelle del Moniez (9). Essi proverrebbero da una metamorfosi delle cellule del parenchima.

La cellula destinata a dare origine ad un corpuscolo perde il proprio nucleo e le proprie granulazioni, acquistando un aspetto vitreo ed un volume maggiore. Nel centro di questo contenuto nasce un piccolo corpo ovalare più denso e meno vitreo della sostanza circostante; questo è il futuro corpuscolo calcareo. Così questo seguitando a sviluppare finisce col sostituire il contenuto cellulare mentre la membrana di essa cellula perdurando viene a formare una maglia del tessuto reticolare circostante. Così entro questa capsula resterà limitato il corpuscolo. Talora la cellula può scindersi in due parti ed allora abbiamo due corpuscoli calcarei. Il Griesbach (19) vorrebbe attribuire al sistema escretore anche una funzione renale ed al secreto di speciali ghiandole di questo sistema un potente contributo alla formazione de' corpuscoli calcarei. Questa opinione non ha nessun valore, sia per la mancanza di conferma di altri elmintologi, sia per mancanza di ghiandole nel sistema escretore di altri parassiti dove pur tuttavia abbondano i corpuscoli calcarei.

Sistema muscolare.

Per la piccolezza dello scolice e per i diversi fasci muscolari che s'intersecano fra le quattro ventose la struttura locale di questo sistema resta difficilissima a definirsi. Non volendo perciò emettere delle opinioni che non potrei confortare con delle osservazioni comparate ad altre forme consimili, mi riservo in questo lavoro di trattare la sola parte longitudinale sia del sistema muscolare come del nervoso e dell'escretore.

La muscolatura dello strobila è composta di tre specie di fibre ordinarie: le longitudinali, le circolari e le dorsoventrali.

Immediatamente al di sotto (al di dentro) delle cellule della subcuticula noi troviamo un potente strato muscolare di fibre longitudinali non egualmente spesso per tutto lo strobila (tav. X, fig. 4 fm l).

La posizione di questo è interstiziale fra la zona centrale parenchimatosa e la marginale.

Anche in queste due zone abbiamo presenza di sistema muscolare.

Dalle fibre longitudinali della zona interstiziale partono delle diramazioni (tav. X, fig. 1 fml) che insinuandosi fra le cellule della subcuticula vanno ad attaccarsi alla parete interna della cuticola. Sono queste quelle tali fibrille di cui parlai a pag. 240 trattando della cuticula. Esse sono come chiaramente si può vedere dalla figura succitata dipendenze delle fibre muscolari longitudinali.

Nella zona centrale non ho mai trovato fibre dipendenti da cotesto strato interstiziale. Le fibre che v'incontriamo dipendono o meglio costituiscono le altre due specie di fibre quelle circolari e quelle dorsoventrali. Le dorsoventrali sono fibre sottili raramente unite in fascetti che partendo da un punto qualunque della faccia interna della cuticula vanno quasi dirette a raggiungere la faccia opposta. Queste fibre sono in generale più numerose nelle parti laterali dello strobila che non nel centro.

Le fibre circolari (tav. II, fig. 1) sono le meno sviluppate. Esse si trovano al di dentro delle fibre longitudinali, limitanti così la zona parenchimatosa centrale. Noi le chiamammo circolari per conservare così un termine precedentemente adoprato, ma non attribuiamo loro quel valore che la parola vorrebbe. Esse sono semplicemente oblique in un piano parallelo a quello normale trasverso di sezione.

Sarà facile il comprendere come le terminazioni di queste fibre oblique fra loro incontrandosi dieno nell'insieme un aspetto circolare al loro intreccio. Esse sono più numerose agli angoli che non nelle altre parti della sezione.

La lunghezza delle fibre muscolari è variabilissima; il loro diametro oscilla intorno ai mm. 0,0011. Sono perfettamente liscie e senza una struttura apprezzabile; in tutti e due gli estremi possono dicotomizzarsi.

Da quanto abbiamo detto risulta dunque che l'insieme più sviluppato e potente di questo sistema è quello delle fibre longitudinali (tav. X, fig. 4 fm l).

Queste fibre non sono sparse indifferentemente nella zona che occupano ma riunite fra loro in fascetti (tav. IV, fig. 4 fm l). Da ciascuno di questi fasci partono diramazioni che vanno alla superficie interna della cuticula e diramazioni fra loro anastomizzantesi. Il numero delle diverse fibre raccolte in fascetti è variabile; ne ho

contate da 5 a 12; la loro sezione trasversa, per l'apparenza, non differisce dalla longitudinale; esse si presentano perfettamente trasparenti e di un colore viola pallidissimo se trattate con l'ematosellina Sanfelice. Il numero di questi fasci è grande nel
collo e nelle giovani proglottidi; ma con lo sviluppo degli organi centrali queste fibre
si riducono al punto che nelle ultime proglottidi, la dove le capsule ovigere hanno
quasi del tutto sostituito il parenchima, poco resta del primitivo strato.

Il Hamann (10) parlando delle fibre muscolari dorsoventrali nella *Taenia lineata* Göeze dice che ciascuna di queste possiede una grande cellula e ne dà la descrizione accompagnando questa con delle bellissime tavole rappresentanti appunto coteste fibre che portano sopra un lato (verso il centro) la cellula muscolare; una stessa struttura mostrerebbero quelle che decorrono circolarmente. Anche nella *Taenia bothrioplitis* mi fu dato di rinvenire tali cellule però sempre con forti ingrandimenti (Zeis immers. ad acq. k) essendo esse sempre molto pallide e mai numerose.

Dalla presenza o no di questa cellula il Hamann (10) classifica le fibre muscolari ponendo nel primo gruppo le circolari e le dorsoventrali e nel secondo le longitudinali; nè io mi allontano da questi due dati stabiliti dal Hamann, avendo sempre notato l'assenza di queste cellule, che egli chiama formative, nelle fibre muscolari longitudinali.

Ed ora è facile comprendere a quale specie delle diverse fibre sieno dovute le singole contrazioni delle proglottidi ed i singoli movimenti e come dalla loro simultaneità la totale contrazione dello strobila.

Sistema escretore.

In una sezione longitudinale orizzontale (tav. VI, fig. 3 ca) dove il coltello abbia tagliati i grandi tronchi del sistema escretore, potremo con facilità riconoscere la posizione e l'andamento di questi canali.

I grandi vasi di questo sistema sono sempre vicini agli angoli della zona centrale e al di dentro dei grandi cordoni longitudinali del sistema nervoso.

Il numero di quei vasi nelle giovani proglottidi è di due per lato e per loro reciproca posizione, ricordando quanto dico a pag. 279 circa la faccia ventrale e dorsale (tav. II, fig. 2 c a), l'uno (il più grande) è ventrale e l'altro dorsale.

Il lume dei quattro canali è nel collo e nelle primissime proglottidi su per giù eguale misurando mm. 0,008. Ma là dove i rudimenti degli organi cominciano a delinearsi, la differenza aumenta fra i lumi de' quattro canali e finisce con l'essere grandissima nelle prime proglottidi del 3° medio (tav. II, fig. 2 c a).

Qui non mi trovo d'accordo con quanto lo Zschokke (14 pag. 23) dice parlando della Taenia mamillana, cioè che il canale longitudinale dorsale coll'avanzarsi nello strobila rimpiccolisce di molto ma resta sempre anche nelle ultime proglottidi; io, nella Taenia bothrioplitis, ho trovato assenza completa del vaso dorsale al di là delle ultime proglottidi del 3º medio (tav. II, fig. 1 c a) e nelle proglottidi medie del 3º medio riduzione massima di uno dei due dorsali con l'assenza dell'altro. Così anche lo Steudner (7), concordando con il Vagener (28), osserva nelle tenie e d'ambo i lati, due vasi; ma nota che il lume di uno di essi va continuamente restringendosi e che in fine sparisce senza che si possa dire se finisca cieco o sbocchi nel più largo.

Questo secondo caso io lo ritengo quasi impossibile. Io ho potuto osservare (tav. IV, fig. 1 ca) l'assenza di uno dei due dorsali, come ho già detto, pur l'altro restando visibilissimo; ed a poche sezioni d'intervallo da questa, la rapida scomparsa dell'altro, senza che l'andamento del canale cambiasse per nulla la sua direzione; ciò mi pare sufficientemente eloquente visto l'intervallo o distanza che corre fra i singoli tronchi ascendenti e discendenti.

I tronchi, dunque, di questo sistema che noi vediamo gradatamente aumentare di diametro e perdurare in tutte le proglottidi sono nella Taenia bothrioplitis i canali ventrali. Noi sappiamo che l'ultima proglottide di questa tenia ha una forma caratteristica di calotta; è precisamente in questa ultima proglottide (tav. IX, fig. 2 e 3) che i due grandi tronchi ravvicinati finiscono col fondersi in una unica cavità terminale (medes. fig.: ca) che viene a costituire con una successiva cavità (medes. fig.: vt) ampolliforme la così detta vescicola pulsante del sistema escretore.

Come si vede dunque (tav. IX, fig. 2 e 3) questa vescicola è costituita all'estremità posteriore dello strobila. Essa è costituita da due cavità separate da un piccolo strozzamento, comunicando così l'anteriore più grande con la posteriore più piccola: questa per un piccolo foro comunica con l'esterno. Le pareti delle due cavità sono egualmente spesse; solo intorno alla cavità posteriore terminale parvemi notare la presenza di fibre muscolari, facendomi così concordare col Fraipont (24 pag. 439) che ritiene contrattile la sola parte posteriore nella vescicola del Caryophillœus mutabilis. Fra i moderni il solo Steudner (7) nega contrattilità alla vescicola pulsante: egli dice che lo sbocco avviene semplicemente per mezzo di un tronco che parte dall'ultima proglottide.

I foramina secundaria da molti autori rinvenuti lungo lo strobila de' cestodi non furono da me trovati nella Taenia bothrioplitis; così, fino a prova contraria, sono portato a credere che la comunicazione diretta con l'esterno, di questo sistema, sia solamente nell'ultima proglottide, nella vescicola pulsante.

Nel bordo posteriore di ciascuna proglottide esiste una grande anastomosi trasversa fra i due tronchi ventrali (tav. VI, fig. 1 c a t), (tav. III, fig. 3 c a t) e mai questa anastomosi vidi fra i tronchi dorsali, bensì una più sottile ed in altro punto della proglottide (tav. IX, fig. 1 c l a). Questa anastomosi de canali dorsali mi pare di una tale evidenza da non dover tenere in conto quanto dice lo Zschokke (14 pag. 24) per la Taenia mamillana, nel negare la presenza di queste anastomosi per i canali dorsali.

I canali longitudinali non percorrono lo strobila in linea retta ma a zig-zag. Questi sono più accentuati nelle giovani proglottidi in generale e nei canali dorsali a preferenza.

Le pareti de'canali principali si colorano intensamente con l'ematosellina Sanfelice. Esse sono costituite da una membrana d'apparenza omogenea, pellucida, a doppio contorno (tav. III, fig. 3 c a t). In questa figura, data da una sezione trasversa obliqua, la membrana della grande anastomosi trasversa ci appare con un diametro maggiore del reale.

Intorno al vaso vediamo quelle tali cellule, che somigliando a quelle del parenchima pure da esse si differenziano per una maggiore regolarità di forma.

Il Pintner (11), come pure il Fraipont (24), ritiene possibile che questo rivestimento

cellulare segreghi la membrana dei vasi; ossia attribuirebbe a queste cellule la funzionalità delle cellule subcuticulari. Certo è che queste cellule sono differenti da quelle del parenchima come bene osserva lo Zschokke (14) a pag. 27; ciò non sembra al Kahane (15). Noi sappiamo in generale che i vasi più grandi del sistema escretore costituiscono i tronchi discendenti ed i più piccoli i tronchi ascendenti. La Taenia bothrioplitis non fa eccezione a questa regola; e come per gli altri cestodi, la corrente linfatica sale per i piccoli tronchi nello scolice dove per un vaso a corona (tav. I, fig. 2 rts) e per una sottile rete di vasi passa nei grandi tronchi e cala sino all'ultima proglottide per uscire dalla vescicola pulsante. Non posso con sicurezza dire del modo come il tronco destro si metta in relazione col sinistro non avendo fatto accurate osservazioni intorno alla struttura dello scolice. Ma certo, per quello che mi fu permesso di osservare a fresco sono per la Taenia bothrioplitis d'opinione che oltre ad una sottile rete di capillari fra tronco e tronco del medesimo lato, vi sia ancora un'anastomosi circolare che tutti riunisce questi canali e del lato destro e del lato sinistro; così nella (tav. I, fig. 2 cts).

Concordo in questo modo con il Vagener (28) che ammette questa anastomosi nelle tenie, mentre la nega nel bothriocephalus e nel tetrarhynchus.

Abbiamo notato anastomosi fra i singoli tronchi ascendenti e anastomosi fra i discendenti; giammai però mi fu dato di notare delle anastomosi fra tronco e tronco ossia relazioni qualsiasi fra vasi ascendenti e discendenti. Così le mie osservazioni concordano con quelle del Pintner (11), mentre il Kahane (15) avrebbe trovato nella Taenia perfoliata Göoze un'anastomosi circolare.

Osservando attentamente una Taenia bothrioplitis a fresco mi fu dato (non sempre) d'intravedere una corrente linfatica secondaria; questa forma una rete a larghe maglie che in vari sensi percorre il parenchima del parassita. Non mi fu dato mai ritrovare alcuna di queste correnti secondarie terminare a fondo cieco, o come dice il Pintner (11) a cul di sacco; finiscono tutte col ritornare alle lacune principali del parenchima. Questo fatto unito a quello di non trovare nelle sezioni traccia alcuna di questa rete capillare mi fa dubitare col Kahane (15) non della sua esistenza ma delle pareti che a questa vorrebbero attribuire. Vagener (28), Van Beneden (22), Leuckart (4) la sosterrebbero. Potrebbe darsi invece che il succo nutritizio penetrato endosmoticamente nel parenchima del parassita si scavasse un passaggio in esso fino alle lacune e da qui per gl'imbuti ne grandi tronchi ascendenti. Bötcher (29) l'ammette, mentre Sommer e Landois (5) la combattono e Steudner (7) la critica.

Gl'imbuti ciliati scoperti dal Pintner (11) e dal Fraipont (24) e che pongono in comunicazione i canali principali con le lacune che si rinvengono nel parenchima de' cestodi non furono da me trovati nella *Taenia bothrioplitis*. Non voglio con ciò negare degli organi importanti di questo sistema alla *Taenia bothrioplitis*; organi che del resto ritengo non possano mancare; altrimenti non saprei spiegare la trasmissione della linfa dalle lacune ai grandi tronchi, che mai presentano in tutto il loro decorso alcuna soluzione di continuo: ma semplicemente osservo come non essendo cadute sotto il mio occhio in una minuziosa osservazione, debbano essere o molto piccoli od in numero molto esiguo.

Quelle striature che lo Zschokke (14 pag. 26) dice di aver veduto nella Taenia

mamillana Mehlis non furono da me vedute nella Taenia bohtrioplitis. Escludo dunque qui il caso che lo Zschokke cita per la Taenia mamillana cioè di una certa contrattilità speciale di essi tronchi. Così mai mi fu dato di constatare nella Taenia bothrioplitis quelle tali ciglia vibratili che alcuni autori ammettono nell'interno de' vasi.

Circa il sistema de canali plasmatici scoperto dal Sommer e Landois (5) e che Pintner (11) pone al di sotto della subcuticula nulla rinvenni, trovandomi così d'accordo con il Kahane che nulla rinviene di simile nella *Taenia perfoliata* Göeze.

Il Blumberg (30) attribuisce alle ventose una funzione di nutrizione ritenendoli come orifici boccali. Egli crede che il sangue ed il chilo dell'ospite passino a traverso de' piccoli canali delle ventose nei grandi tronchi. Non voglio discutere su quanto dice il Blumberg: noterò solamente che a me non riuscì mai di vedere relazione fra le ventose ed i canali del sistema escretore e che i corpuscoli sanguigni, che questo autore notò nelle ventose delle tenie possono essere, come bene osserva il Kahane (15), le sezioni di certe fibre musculari contenute nelle ventose stesse.

Sistema riproduttore.

Sul margine del terzo anteriore di ciascuna proglottide si forma per una introflessione della cuticula una piccola cavità ampolliforme nella quale sboccano i condotti dei due apparati maschile e femminile.

Queste piccole insenature sono costantemente unilaterali e costituiscono a completo sviluppo i pori genitali.

La cuticula introflessa poco si differenzia da quella che riveste il corpo del cestode; si assottiglia solamente e a preferenza nel fondo di essa cavità dove in seguito per due vere e proprie soluzioni di continuo si formeranno le aperture genitali.

Di queste due poi, l'anteriore verrà abbracciata dalla porzione terminale della tasca del cirro, e sarà l'apertura maschile, e la posteriore dalla porzione terminale della vagina e sarà l'apertura femminile.

Ambedue giacciono in fondo all'insenatura e diametralmente opposte al poro genitale.

Nella *Taenia bothrioplitis* non ho mai rinvenuto al fondo della cavità la papilla genitale, come intorno all'apertura del seno non ho mai potuto constatare sfinteri o cingoli muscolari. Solo, come del resto su tutta la cuticula, alcune fibre musculari del sistema muscolare longitudinale vanno ad inserirsi obliquamente su tutta la parte convessa dell'introflessione. La formazione di queste due aperture precede sempre il completo sviluppo dell'apparato maschile.

I pori genitali sono tutti situati sul medesimo margine e mai, come ho già detto, mi riuscì di constatare, per questa specie, sola una irregolarità a questa disposizione. Così non mi fu dato di constatare una faccia esclusivamente maschile ed una femminile. Ciò che vorrebbe il Kahane (15) per la *Taenia perfoliata* Goeze qui non è ammissibile. Abbiamo tutto al più un ravvicinamento dell'apparato maschile al bordo posteriore e di quello femminile al bordo anteriore della proglottide, restando tutti e due nel loro sviluppo equidistanti dall'asse longitudinale centrale.

A pparato maschile. — Rudimenti degli organi. — In una sezione trasversa di quel tratto dello strobila dove ancora le proglottidi non sono ben delineate possiamo facilmente scorgere una quantità considerevole di cellule a nucleo grande e distinto e facilmente colorabile. Se noi teniamo d'occhio queste cellule sparse prima indistintamente nel parenchima, le vedremo ben presto nelle successive proglottidi ammassarsi, proliferare e costituire gli organi tutti dell'apparato genitale.

L'ammassarsi e lo svilupparsi di queste cellule parenchimatose si effettua nello svolgersi di circa 150 proglottidi; così che nel primo terzo dello strobila potremo studiare lo sviluppo degli organi dai primissimi rudimenti alle parti costituite.

Con opportuni tagli longitudinali orizzontali possiamo mettere in evidenza il piano di proliferazione in ciascuna proglottide (tav. III, fig. 2). I primi aggruppamenti cellulari sono due; uno centrale ed uno marginale costantemente unilaterale (tav. III, fig. 2 rms-rcf); dei due è più marcato il marginale che come vedremo in seguito, darà origine alla tasca del cirro ed alla vagina; l'aggruppamento centrale (tav. III, fig. 2 rcf) invece darà origine esclusivamente agli organi centrali femminili.

Circa sei proglottidi dopo quella dove primo apparve l'aggruppamento marginale appaiono le prime cellule di due altri centri di proliferazione che chiamerò interstiziali perchè posti, l'uno fra i due primi e l'altro simmetricamente nell'altra metà della proglottide (tav. III, fig. 2 rt).

Questi elementi cellulari danno origine ad organi esclusivamente maschili, ai testicoli. Questi centri di proliferazione da prima posti sulla medesima linea di congiunzione degli aggruppamenti marginale e centrale, collo sviluppo ulteriore della proglottide vengono a scendere leggermente orientandosi un po' al di sotto di cotesta linea sempre però equidistanti dai due primi gruppi (tav. IV, fig. 2 fm t).

Gli elementi cellulari in generale che costituiscono questi gruppi di proliferazione sono di forma quasi rotonda e si colorano intensamente come tutte le cellule in via di proliferazione. Esse si sviluppano a spese del tessuto reticolare che costituisce il parenchima.

Delle fibre muscolari longitudinali (tav. III, fig. 2 fml) si spingono al di sopra e al di sotto di questi centri; il tessuto interposto a questi fasci, ossia il parenchima, è in questi anelli giovani sufficientemente compatto; esso ci si mostra come un reticolo finissimo formato da tante fibrille fra loro intrecciantesi mentre, oltre ai centri di proliferazione popolati d'elementi cellulari sparse in grande quantità vi notiamo cellule rotonde ed ovali a nucleo fortemente colorate ed a pallido protoplasma.

Numerosissimi i corpuscoli calcarei; questi sono visibili solo a fresco poichè col trattamento che io uso dell'acido picrico vengono quasi del tutto distrutti.

A poco a poco con l'ulteriore sviluppo delle proglottidi questi corpuscoli vanno a diminuire; gli elementi cellulari sparsi nel campo del parenchima scompaiono parzialmente e restano solo visibilissimi i centri di proliferazione che verranno poi a costituire gli organi interni del parassita.

Il tessuto centrale non è un tessuto compatto; qua e là vi notiamo delle cavità che nell'animale preparato ci si mostrano completamente vuote e non limitate da membrana qualsiasi; io però, avendo convalidato questo criterio da molte osservazioni a fresco, ritengo che il liquido che nell'esemplare vivente riempie codeste cavità debba

essere il liquido nutritizio. Ho detto che gli elementi cellulari raggruppati per costituire gli organi genitali si sviluppano e proliferano rapidamente; non bisogna però ritenere che tutti codesti elementi prendano parte alla formazione degli organi; molti (tav. VI, fig. 1 cp) restano al di fuori della membrana che si forma per limitare ciascun organo ed io li chiamo residui cellulari.

In tutta questa attività cellulare abbiamo dunque due fatti fra loro ben separati e distinti; primo: un'attività degli elementi primitivi che si traduce a spese del tessuto parenchimatoso in una proliferazione cellulare in determinate località; secondo: una graduale trasformazione di questi elementi in organi determinati.

Nel primo caso una neoformazione, nel secondo una trasformazione.

Noi abbiamo già veduto dove, come e quando si svolge il primo di questi due processi. Occupiamoci del secondo.

Ho detto più avanti che i centri di proliferazione sono quattro: uno marginale, due interstiziali ed uno centrale. Il centrale dà origine a soli organi femminili (ovaio, utero, ghiandole del guscio e dell'albume, ricettacolo del seme, canali di riunione), i due interstiziali a soli organi maschili (testicoli), ed il marginale ad organi maschili e femminili insieme (vagina e tasca del cirro).

Differenziamento degli organi. — I primi aggruppamenti che il nostro occhio osserva in un opportuno taglio longitudinale orizzontale (tav. III, fig. 2 rcf, rm) sono come già osservammo due, il marginale ed il centrale. Tralasciamo per ora di parlare del centrale che solo dà origine ad organi femminili e parliamo del marginale. La posizione di questo centro è fra i fasci longitudinali del sistema muscolare ed il nervo laterale principale. Dopo dodici proglottidi comincia leggermente a perdere la forma rotonda e subito dopo rapidamente in 3 o 4 proglottidi si allunga decisamente nei due punti corrispondenti alla linea parallela all'asse trasverso della proglottide (tav. III, fig. 2; tav. IV, fig. 3).

Contemporaneamente in quel tratto che chiamammo interstiziale si va accentuando una sottile linea di cellule parenchimatose, quale tratto di congiunzione fra questo centro di proliferazione e quello centrale già sufficientemente delimitato (tav. IV, fig. 2).

In questo centro ben presto appare una linea trasversa parallela all'asse trasverso della proglottide, una linea di separazione che divide il fuso in due parti non eguali fra loro (tav. IV, fig. 2 r d f - r v g). L'anteriore più voluminosa e di forma ovalare allungata, la posteriore molto più sottile e leggermente rigonfia nella porzione prossima al margine. Accennai di sopra ad una linea di cellule che serviva di congiunzione; anche in questa avviene una scissione che sempre più si accentua e che finisce col dividere nettamente la linea in due parti; queste si mettono in rapporto con le due porzioni già divise del centro marginale di proliferazione; l'anteriore con la parte anteriore del centro marginale e la posteriore con la posteriore (tav. IV, fig. 2 r d f - r v g). Abbiamo nel primo caso la tasca del cirro ed il deferente, nel secondo la vagina ed il canale vaginale.

Il Moniez (9 pag. 66) accenna ad una comunità di rapporto del deferente e del canale vaginale col rudimento centrale e ciò nella parte giovanissima dello strobila. Io non ho potuto mai constatare questo fatto per la *Taenia bothrioplitis* terminando il deferente sempre in modo molto vago nel parenchima centrale, mentre il canale

vaginale si riuniva al rudimento centrale assai chiaramente (tav. IV, fig. 2 ultime proglottidi; tav. VI, fig. 1).

Vedremo poi, venendo a parlare del deferente dove questo termina e come si metta in relazione coi testicoli per l'emissione dello sperma.

È dunque verso la 16^a proglottide dal primo apparire dei rudimenti, che l'ammasso cellulare marginale è completamente diviso e riunito con i due filamenti cellulari che daranno origine al canale deferente ed a quello afferente dello sperma. Da questo momento la vagina già bene designata (tav. IV, fig. 3) comincia gradatamente ad allontanarsi ed a disporsi obliquamente al deferente che, per la sua posizione resta inalterato; così che a noi, in un piano sempre longitudinale orizzontale, non ci sarà dato di vedere che il solo inizio del canale vaginale essendosi, il resto di esso, portato in un piano differente da quello nel quale si trova la porzione prima di esso. Gli elementi cellulari di questo rudimento seguitano a proliferare e ad avanzarsi sino al margine della proglottide.

Osservando attentamente questo margine e precisamente nel suo terzo anteriore vedremo, sino in quelle proglottidi dove i rudimenti cominciarono a differenziarsi, una leggera intaccatura causata da una lieve invaginazione della cuticula; questa invaginazione si accentua con lo sviluppo delle singole proglottidi e finisce col formare una cavità che è il seno genitale.

Seno genitale. — Dopo ventiquattro proglottidi, dal primo apparire di questa invaginazione il seno genitale è del tutto formato. A completo sviluppo, e se noi l'osserviamo in un taglio longitudinale orizzontale (tav. VI, fig. $7 \, s \, g$), questo ha l'aspetto di una piccola ampolla con la parte più stretta verso il margine e forma con questo, nel terzo anteriore della proglottide, un angolo molto ottuso.

Nel seno genitale della $Taenia\ bothrioplitis\ non\ vi\ è\ papilla\ genitale,\ ma\ piuttosto una leggera depressione nella quale appaiono vicinissime le aperture genitali maschile e femminile. La distanza di queste fra loro è il più delle volte inapprezzabile essendo costituita talora dalla semplice unione delle due pareti, della tasca, del cirro e della vagina. Spesse volte, anzi, per delle speciali condizioni nella meccanica del taglio, sembrano codesti canali fusi fra loro indipendentemente dalla cavità del seno genitale (tav. IV, fig. <math>2\ s\ g$; tav. V, fig. $3\ x$).

Questa cavità a completo sviluppo misura nel diametro maggiore parallelo all'asse trasverso della proglottide mm. 0,015 e nel minore mm. 0,010.

L'apertura esterna di questa cavità (tav. VIII, fig. 3 prg) misura nel suo diametro mm. 0,010. Speciali sfinteri non vi rinvenni. Solo un sistema di fibrille muscolari si diparte a raggiera intorno all'apertura formando così una zona circolare limitata da cellule parenchimatose residuarie.

La cuticula s'introflette nel seno; anzi è la causa prima di questa insenatura e ne tappezza la cavità. Nel fondo diametralmente opposto al poro esterno, si assottiglia la cuticula e per una vera e propria soluzione di continuo si formano le due aperture genitali: la maschile sempre anteriore e la femminile posteriore. Esse sono disposte, preso un terzo punto qualunque, in un piano che non è mai parallelo al grande piano longitudinalmente normale del parassita.

La cuticula si ferma nella cavità genitale e non si spinge al di là come vor-

rebbe il Kahane (15) per formare il cirro. Noi vedremo più innanzi a chi è dovuto e come si forma quest'organo importante dell'apparato maschile.

Nelle proglottidi maturissime prossime a distaccarsi, là dove cirro e vagina per quanto ridotti persistono ancora, il seno genitale è scomparso.

È dunque questa cavità che gli elementi cellulari del rudimento marginale raggiungono. La massa degli elementi cellulari comincia a differenziarsi appena viene in contatto deciso con la parete interna del margine.

Tasca del cirro. — Nella figura 4 della tav. IV abbiamo disegnato una tasca di cirro non ancora completamente formata, e nella figura 7 della tavola VI una tasca di cirro a completo sviluppo. La differenza che a prima vista colpisce il nostro occhio fra queste due tasche è la maggiore quantità di elementi cellulari, dentro e fuori la tasca che noi vediamo nella prima di queste due figure.

La presenza di codesti elementi cellulari non ci deve meravigliare se noi pensiamo alla prima origine di questa parte del rudimento marginale. Esse sono cellule parenchimatose residuarie.

Le pareti della tasca sono quindi formate da queste cellule gradatamente trasformate. A me non riuscì mai di sorprendere una relazione qualsiasi fra le fibre longitudinali del sistema muscolare e la tasca del cirro.

Le cellule che (tav. IV, fig. 4 cp) si trovano chiuse entro le pareti della tasca e che più non troviamo in tdc della figura 7 nella tav. VI si sono trasformate abbastanza rapidamente in un tessuto a maglie larghe, tessuto che s'interpone fra il cirro propriamente detto e la parete della tasca; non tutte però si trasformano, alcune di esse rimangono ancora sparse nel parenchima a larghe maglie (tav. IV, fig. 4 cp; tav. VI, fig. 7).

La tasca del cirro (tav. VI, fig. 7) ha una forma allungata di pera con la parte più stretta rivolta verso l'apertura genitale. Il suo diametro maggiore, parallelo all'asse trasverso della proglottide, misura mm. 0,087 ed il diametro minore mm. 0,044; è una tasca relativamente piccola se noi la confrontiamo con quella delle tenie fino ad ora conosciute.

Questa tasca persiste ancora nelle proglottidi maturissime e prossime a distaccarsi; l'ho rinvenuta anche nell'ultima proglottide che nella *Taenia bothrioplitis*, come già dissi, è a forma di calotta. La tasca ha due aperture; una anteriore o marginale, l'altra posteriore che guarda il centro della proglottide. Per questa apertura passa il deferente ed entra nel tessuto della tasca per raggiungere poi l'altra apertura che comunica col seno genitale.

Lo spessore della tasca del cirro misura mm. 0,005; essa è costituita da due strati di fibrille muscolari; l'esterno più spesso di fibre longitudinali (tav. VI, fig 7) e l'interno più sottile di fibre circolari (tav. VIII, fig. 7). Questi due strati si fondono con il seno genitale interno intorno all'apertura.

Nella figura 7 della tavola VIII si vede facilmente il rapporto d'orientamento fra la tasca del cirro e la vagina, mentre nella figura 7 della tavola VI si vede la maggiore distanza che via via divide i due organi. Così portando successivamente l'occhio su questi organi nel taglio sagittale della figura 1 nella tavola III $(td\,c,v\,g)$ dove abbiamo sezionato una serie di tasche e vagine ci persuaderemo facilmente di quanto dico a pag. 283 che il piano nel quale e cirro e vagina si trovano, non è

sempre parallelo al gran piano normale orizzontale del parassita. E questo ricorderò parlando dell'accoppiamento nella *Taenia bothrioplitis*.

Deferente. — Lo sviluppo della tasca del cirro è accompagnata dallo sviluppo del deferente. Poco fa dicemmo che verso la 15^a proglottide la linea degli elementi cellulari che congiungeva la tasca con il centro della proglottide, in modo assai vago, rappresentava il deferente. Infatti, seguitando gradatamente questo centro secondario d'attività, assisteremo ad una trasformazione di queste cellule in sottili fibrille che riunendosi poi costituiranno il deferente.

Queste cellule infatti cominciano da prima ad allungarsi, poi a prendere un aspetto filiforme, quindi a trasformarsi decisamente in fibrille. Queste fra loro riunite costituiscono un sottile cilindro nel quale a poco a poco si va scavando un lume per il quale scorrerà lo sperma (tav. IV, fig. 2 df).

In queste trasformazioni l'uno dei capi dello spermadutto si avvicina alla tasca del cirro, in via di formazione, e penetra per la parte convessa posteriore nell'interno della tasca (tav. IV, fig. 4 df).

Nel primo terzo di questa parte che penetra nella tasca notiamo qua e là dei piccoli rigonfiamenti di lume variabilissimo; mai però una grande e ben definita cavità che mi facesse pensare ad una vescicola seminale. Questa osservazione che io faccio per il tratto del deferente insinuatosi entro la tasca la ripeto per tutto il decorso del deferente stesso. Manca dunque nella Taenia bothrioplitis la vescicola seminale. Convalida per ciò questa mia osservazione quanto lo Zschokke (14 pag. 172) dice nel suo lavoro per il gruppo C delle tenie avicolari, dando egli come carattere di queste la mancanza di vescicola seminale. Nel secondo terzo il canale è semplicemente flessuoso e più stretto di lume, mentre nell'ultimo terzo si trasforma in un canalicolo sottilissimo, nel cirro, l'organo copulatore della tenia.

L'uno dei due capi del deferente penetra, dunque, nella tasca del cirro e vi si trasforma; l'altro capo invece si spinge nel centro della proglottide e sempre più delineandosi si piega verso questo formando, con un crescente aumento di diametro, un cul di sacco (tav. V, fig. $2\ df$).

In questo percorso il deferente non si mantiene rigido, nè direttamente percorre quel tratto di parenchima che dalla tasca si stende al centro: serpeggia, si piega, si avvolge in numerose anse che numerosissime in prossimità della tasca del cirro (tav. IV, fig. 1 df) vanno gradatamente diminuendo fino quasi a rendere perfettamente rigida, l'ultima porzione di esso, quella a cul di sacco (tav. V, fig. 2 df). Il diam. del deferente è a completo sviluppo di mm. 0,004, mentre quello del cul di sacco di mm. 0,011. Non posso con sicurezza determinare la lunghezza di quello, ma calcolando così dall'ampiezza delle anse come dal numero di esse, posso all'incirca stabilire essere il deferente il doppio circa del diametro trasverso della proglottide. Ora se noi riflettiamo che il percorso che necessariamente dovrebbe fare lo sperma dai testicoli al seno genitale è di solo mezzo diametro, avremo che gli zoospermi debbono percorrere uno spazio quasi quadruplo di quello che direttamente corre dai testicoli alla tasca del cirro.

In molte tenie questo deferente è rigido o quasi retto, ed allora abbiamo una vescicola seminale quale deposito dell'attività di testicoli; qui, avendo un percorso molto lungo e tante piccole espansioni, non è necessaria una cavità di riserva.

Il deferente è da me ritenuto contrattile e quindi di natura muscolare. Anzi a me parve che codeste fibrille che noi dicemmo prodotte dalla trasformazione delle cellule pasenchimatose abbiano una disposizione a strati: il primo esterno di fibrille longitudinali, il secondo interno di fibrille circolari; al di sotto di questo limitante il lume del vaso una sottile membrana di struttura inapprezzabile. Del resto non deve meravigliare che il deferente acquisti natura muscolare se noi riflettiamo che la tasca del cirro, originata anch' essa come il deferente dalla trasformazione di cellule parenchimatose, è formata esclusivamente da due ordini di fibre muscolari che per la loro disposizione ricordano quella del deferente.

D'altra parte il Leuckart (4), il Bötcher (29) ammettono la natura muscolare del deferente nel Bothriocephalus; Feuereisen (31) lo stesso per la Taenia setigera Frölich; il Kahane (15) per la Taenia perfoliata Goeze e lo Zschokke (14) per la Taenia mamillana Mehlis nella porzione anteriore. Il Moniez (9) invece parlando del differenziamento dei rudimenti nella Leuckartia dice che gli elementi cellulari s'ammucchiano e formano un rivestimento cellulare al canale che essi limitano; non accenna ad una trasformazione muscolare.

Il deferente completamente costituito sbocca per l'apertura maschile nel seno genitale anteriormente a quella femminile. La distanza fra le due aperture è, come ho già detto, quasi inapprezzabile: questa distanza fra deferente e vagina va sempre aumentando sino al di là dei fasci muscolari longitudinali; da questo punto fin quasi al centro della proglottide corrono paralleli nel parenchima; in prossimità del centro divergono nuovamente per mettersi in relazione con i rispettivi organi centrali.

Per quanto attentamente osservassi non mi riuscì mai di vedere quelle tali cellule a fiaschetto che lo Zschokke (32) vide sul deferente prossimo alla tasca nella *Taenia argentina* Zschokke ed alle quali vorrebbe attribuire una funzione non dissimile da quella del prostata.

Cirro. — L'ultimo pezzo del deferente penetrato nella tasca del cirro si trasforma, come già dissi, in un piccolo canale sottilissimo che rappresenta il cirro. Questo termina a punta e non ha, nella Taenia bothrioplitis, una struttura apprezzabile. Misura in lunghezza mm. 0,060 ed occupa sempre il centro della tasca (tav. VIII, fig. 7 c).

Per quanto adoprassi fortissimi obbiettivi non mi fu dato mai di vedere nel cirro della *Taenia bothrioplitis* i tre strati e gli uncini che Zschokke (¹⁴ pag. 37) vide nel cirro della *Taenia mamillana* Mehlis del cavallo.

Per sezioni fatte su proglottidi in vario grado di sviluppo ho potuto vedere chiaramente quale sia l'origine del cirro. Esso non è che una trasformazione del deferente, o meglio non è che lo stesso deferente privo della sua tonaca fibrillare, con la sola membrana jalina.

Nell'atto dell'eiaculazione il cirro s'irrigidisce; e per me i due coefficienti di codesta rigidità sono: lo sperma che per le diverse contrazioni del deferente, salendo, giunge nel cirro e ne gonfia il canale riempiendone il lume; la contrazione della parete muscolare della tasca che ne determina l'estroflessione e l'eiaculazione.

Come ho già detto nessuna relazione muscolare corre fra il sistema muscolare longitudinale e quello della tasca del cirro; come parimente non vidi muscoli speciali per l'estroflessione e retrazione del cirro.

Ritengo per ciò che i movimenti che compie il cirro si debbano tutti attribuire alla forza di contrazione della tasca muscolare. Questo mio modo di vedere si avvicina a quello del Leuckart (4), del Kahane (15), del Sommer e Landois (5), dello Stieda (13); anzi questi ultimi due riguardano i due strati di fibre nella tasca del cirro come due sistemi determinanti l'uno la proiezione, l'altro la retrazione del cirro.

I bordi dell'apertura genitale maschile nel senogenitale sono sempre a contatto con la porzione terminale del cirro.

Testicoli. — In quella porzione di deferente che denominammo cul di sacco sboccano una serie di piccoli canalicoli che sono gli efferenti dei testicoli.

Ogni testicolo è provvisto di questi piccoli canali costituiti da una sottilissima membrana jalina che ci ricorda perfettamente quella che circonda e veste il testicolo; anzi è quella stessa che continuandosi in sottile filamento pone in relazione i testicoli con l'ultima porzione del deferente (tav. V, fig. $2 \ ef$).

Questi canalicoli non sempre sboccano direttamente nel deferente; possono fra loro (tav. V, fig. 1 ef) riunirsi per formare un efferente maggiore che sbocca poi nel cul di sacco; non sono per ciò del medesimo avviso dello Zschokke (14 pag. 33) che nega l'anastomosi fra questi canalicoli.

È evidente dunque il mezzo per il quale lo sperma passa dal testicolo al deferente; non discuto, per ciò, al meno per la *Taenia bothrioplitis*, quanto il Moniez (9, 76) dice per la *Leuckartia*, di un transito dello sperma attraverso la parete del deferente senza il concorso dei piccoli efferenti.

A pag. 267 di questo lavoro dissi come 5 o 6 proglottidi dopo quella dove primo apparve il rudimento laterale, apparissero altri due rudimenti che chiamai interstiziali per la loro posizione rispetto ai rudimenti praesistenti.

Questi rudimenti, che nella *Leuckatia* il Moniez (9 pag. 65) pone nello spazio che divide le due linee cellulari, che come vedemmo davano origine al deferente ed alla vagina, questi rudimenti nella *Taenia bothrioplitis* hanno origine al di sotto della linea della vagina (tav. IV, fig. 2 rt).

A poco a poco nelle successive proglottidi sviluppandosi e crescendo in numero vengono questi testicoli ad occupare la porzione del parenchima che sta fra i cordoni longitudinali del sistema nervoso e gli organi centrali femminili avvicinandosi così alla porzione più larga della proglottide ma sempre equidistanti dalle due faccie (tav. II, fig. 2 t). Non possiamo quindi per la Taenia bothrioplitis ammettere quello che il Kahane (15) vorrebbe per la Taenia perfoliata Goeze ossia una faccia esclusivamente maschile e l'altra femminile, ma tutto al più un ravvicinamento degli organi maschili al bordo posteriore e dei femminili, come vedremo, a quello anteriore.

Le cellule che danno origine ai testicoli non subiscono una trasformazione come quelle che vedemmo concorrere alla formazione della tasca del cirro e del deferente; ossia non subiscono la trasformazione generale connettiva come bene osserva il Moniez (9).

Sin dal loro primo apparire queste cellule si mostrano colorate molto intensamente e con una marcata tendenza ad aumentare i diametri. Infatti a 3 o 4 proglottidi da quella nella quale primi vedemmo i rudimenti de' testicoli codeste cellule ci si presentano straordinariamente sviluppate.

Esse da principio misurano mm. 0,005 e sono quasi rotonde, essendo la differenza fra i due diametri inapprezzabile, a nucleo ben marcato e a protoplasma omogeneo. Confrontando queste con le altre cellule del parenchima che misurano mm. 0,002 mm. 0,003 ci persuaderemo della loro grandezza.

Procedendo ancora nell'osservazione delle successive proglottidi troveremo questi diametri aumentati; la differenza fra i due diametri è apprezzabile (μ 10.5 - μ 11.3) e quindi l'elemento è ovale.

Dalla prima misura a questa corre un tratto di strobila di 6 e 7 proglottidi. In questo tratto il nucleo, prima evidentissimo scompare ed il protoplasma omogeneo si cambia in granuloso. Contemporaneamente la cellula si divide in cellule figlie che seguitando a moltiplicarsi od a segmentarsi vengono a costituire una morula che poi darà origine, con il disfacimento degli elementi, al testicolo.

L'apparire di codeste cellule figlie, secondo il Moniez (9 pag. 57) nate per via endogena avviene repentinamente ciò che non ha potuto permettere, formandosene più alla volta, di sorprenderne i termini di passaggio. Queste poi aumentando di numero fanno ernia al di fuori e finiscono col ricuoprire la cellula madre. Ciò viene chiamato dal Moniez (9) elemento a rosetta; da questa poi i singoli elementi si staccano, rinnovano il fenomeno e finiscono col dare i veri spermatozoi.

Io non credo che nella Taenia bothrioplitis avvenga ciò.

La cellula ingrossata cambia come ho già detto il suo aspetto e poi si segmenta: non credo all'endogenia. Sia per il fatto che da principio moltissime volte l'elemento si mostra diviso a croce, chiuso in una membrana jalina ben delineata, sia per l'altro fatto di non aver mai rinvenuto de' termini di passaggio, ciò che non riuscì allo stesso Moniez (9 pag. 57) sono portato a credere quanto precedentemente ho detto.

Ho veduto spesso nella *Taenia bothrioplitis* degli elementi cellulari piccolissimi e numerosi raggruppati fra loro, elementi che ritengo in questa forma identici a quelli che il Moniez (9) denomina a rosetta; ma anche la segmentazione genera una morula che può avere il medesimo aspetto di quella data dall'endogenia.

In ogni modo è assai difficile di poter stabilire con certezza lo svolgimento di questo processo, sia per la difficoltà di determinare l'identità del medesimo elemento nel piano successivo della proglottide, sia per la differenza di sviluppo che i singoli elementi hanno nelle singole proglottidi, sia anche per la piccolezza dell'oggetto in osservazione.

Ritengo perciò molto probabile che gli elementi primitivi cellulari si segmentino qui assai rapidamente per costituire poi con il loro disfacimento gli spermatozoi.

Tutto il sistema genitale maschile si sviluppa e raggiunge la sua maturità alla 120^a proglottide circa in un individuo giunto a completo sviluppo.

I testicoli in questa proglottide misurano nei due diametri μ 43 e μ 27; sono dunque ovali; la loro cuticula è jalina. Nel loro interno ci presentano il protoplasma trasformato in elementi filiformi che sono gli spermatozoi e nuclei sparsi degli ultimi elementi segmentati e non ancora trasformati (tav. V, fig. 1 t).

Non può cader dubbio che qui nella *Taenia bothrioplitis* i testicoli abbiano o no la membrana che il Moniez (9) nega. Io stesso l'ho osservata fin dal primo ingrossarsi della cellula embrionale, e là appunto dove il nucleo primitivo scompare ed il protoplasma diventa granuloso.

Il numero de'testicoli è variabile ed oscilla fra i 20 ed i 40 essendo difficile di poterne stabilire il numero con precisione poichè il coltello tagliandoli a strati non li colpisce tutti nel medesimo piano essendo ammassati in più ordini; ciò potrebbe causare un errore, volendo di essi dare il numero con precisione poichè potremmo contare per testicolo un segmento di esso già enumerato e posto in altro piano.

Spermatozoi. — Gli spermatozoi sono piccolissimi ed hanno una piccola testa ed una coda molto sottile; camminano sempre con l'apice volto innanzi.

Per la loro forte rifrangenza si possono spesso sorprendere in parecchi gruppi lungo il decorso del deferente e della vagina.

L'esodo dello sperma avviene probabilmente fra la 150° e la 160° proglottide, dopo quella ove primi apparvero i rudimenti genitali.

Ricostituzione dell'apparato. — Per quanto abbiamo detto dunque ed osservato possiamo con sicurezza ricostituire nella fig. 4 della tav. V l'apparato genitale maschile.

L'insieme dell'apparato maschile è più vicino al bordo posteriore della proglottide a differenza del femminile che, come vedremo in seguito, è più vicino al bordo anteriore. Ambedue gli apparati però nel loro sviluppo si mantengono equidistanti dalle due faccie della proglottide così che non possiamo qui intravedere nè una faccia esclusivamente maschile nè una femminile.

Ai due lati del centro della proglottide e simmetricamente disposti (fig. cit.: t) si stendono in due masse a grappolo i testicoli. Il loro numero è variabile ma in generale non supera il 40; essi sono in relazione con la parte terminale, foggiata a cul di sacco, del deferente mediante sottilissimi canalicoli (fig. cit.: ef) che portano lo sperma dal centro d'elaborazione al cul di sacco. Moniez (9) nega l'anastomosi di questi efferenti; io invece l'ho riscontrata.

Il deferente (fig. cit.: df) nel suo primo terzo dal centro è da prima (ascendendo) leggermente ondulato, nel punto poi dove si piega per mettersi sulla linea della tasca del cirro è più marcatamente ondulato. Negli altri due terzi è assolutamente circonvoluto; e nella porzione vicina alla tasca si ritorce ed intreccia talmente da formare un grosso gomitolo imbrogliatissimo. La porzione di deferente (fig. cit.: tdc) che entra nella tasca del cirro segue nei primi due terzi ad essere ondulata, ma nel terzo terminale (fig. cit.: c) s'irrigidisce e forma così il cirro.

La tasca del cirro (fig. cit.: dtc) fusiforme sbocca (fig. cit.: sg) nel seno genitale dove, come vedremo in seguito, si apre anche la vagina.

Dal complesso di notizie che ho dato intorno a questo sistema ne consegue la mancanza di una vescicola seminale.

E questo convaliderebbe l'opinione dello Zschokke (14) emessa intorno ai caratteri sistematici per le tenie avicolari.

Apparato femminile. — Parlando, nell'apparato maschile, della proliferazione cellulare feci osservare (pag. 275) come per la disposizione di queste cellule apparissero quattro gruppi ben differenziati, uno marginale, due interstiziali, ed uno centrale. Ci occupammo dei due interstiziali, che come vedemmo originavano i testicoli e di una parte del marginale, l'anteriore, che si trasformava nella tasca del cirro;

e la linea di cellule parenchimatose (pag. 268) che riuniva il gruppo marginale al centro della proglottide vedemmo gradatamente dividersi e trasformarsi nella porzione anteriore, nel deferente.

Dissi chiaramente come le due porzioni residuarie e del gruppo marginale e del filamento interstiziale unitamente a tutto il gruppo centrale (tav. IV, fig. 2 rvg-rcf) si differenziassero gradatamente sino a costituire organi femminili.

Vagina. — Intorno della vagina e del canale vaginale in via di formazione ho già parlato (pag. 268) come pure parlai della posizione delle aperture (pag. 269) genitali nel seno e del rapporto fra canale vaginale e deferente nel loro decorso lungo la proglottide.

Consideriamo adesso vagina e canale vaginale completamente costituiti.

Come abbiamo già veduto (tav. III, fig. 2 ref-rt-rm) gli organi femminili cominciano a svilupparsi contemporaneamente agli organi maschili, ma la loro formazione procede più lentamente di modo che il completo sviluppo di queste parti avviene sempre nove o dieci proglottidi dopo quelle che contengono gli organi maschili già del tutto formati.

L'orificio femminile è sempre ventrale all'orificio maschile (tav. III, fig. 1 vg); da questa apertura si passa nella vagina, leggermente arcuata e sempre più vicina (tav. VI, fig. 7 v) al bordo posteriore che all'anteriore; la vagina corre quasi retta dall'apertura al centro della proglottide; ha un diametro di μ 10, ma può variare di grandezza dilatandosi per l'arrivo dello sperma come si può vedere in ev della fig. 2 nella tav. VI.

Subito dopo l'apertura genitale, la vagina ci presenta una piccola espansione (tav. VI, fig. 7 v; tav. V, fig. 3 v g). Essa è costituita, come del resto tutto il canale, sino al receptaculum seminis da uno strato di fibre (tav. VIII, fig. 7 v g - a) circolari, interposte fra uno strato esterno di fibrille longitudinali (tav. VIII, fig. 5 v g) ed una parete interna molto spessa e singolarmente frastagliata nella porzione curva iniziale (tav. VIII, fig. 7 v g - b), sottile e quasi jalina nel resto del canale. Veduta in sezione sagittale (fig. cit.) il lume di essa vagina ci ricorda una stella a cinque punte.

Allo Zschokke (14 pag. 59) sembra d'aver veduto qualche volta delle fibrille longitudinali nella vagina fra lo strato circolare e la parete. Anche io rinvenni tali fibre, ma al di sopra però delle circolari ed in tagli molto sottili (tav. VIII, fig. 5 v g).

Questa speciale muscolatura fu dallo Zschokke (14) ritrovata nell'*Idiogenes otidis* ospite dell'*Otis tarda* e quindi parassita avicolare.

La vagina è dunque per me di natura musculare così come il deferente. Del resto Kahane (15) vide fibre musculari nella vagina della *Taenia perfoliata* Goeze, e prima di lui Von Siebold (33) ammetteva la vagina muscolare in alcuni cestodi.

Sulla parete interna della vagina non mi è riuscito mai di ritrovare quelle ciglia vibratili che lo Zschokke (14) descrive per la *Taenia transversaria*. Nè sulla parete esterna rinvenni quelle altre che lo Zschokke (32) vide sulla parete esterna della vagina della *Taenia argentina* Zschokke simili a quelle che il suddetto autore descrive sul deferente di questo parassita.

Anche il Pintner (³⁴ pag. 16) studiando la vagina dell'*Anthobothrium musteli* Van Beneden rinviene delle cellule appoggiate sulla parete esterna di questo canale, che con uno strano connubio di parole chiama: *Epithelmuskelgewbe*.

Non voglio discutere qui del valore e dell'origine di queste cellule non avendo rinvenuto niente di simile sulla vagina del parassita da me studiato: ma aggiungerò soltanto che, molto probabilmente, e quelle viste dallo Zschokke (op. cit.) e quelle studiate dal Pintner (op. cit.) sono cellule simili fra loro e per origine e per funzione.

La vagina dunque è un semplice canale che quasi retto corre dal margine al centro della proglottide (tav. VI, fig. 5 v-rs); solo nell'ultimo terzo si piega leggermente verso il bordo posteriore della proglottide per imboccare nel receptaculum seminis.

Lungo il decorso della vagina ho incontrato spesso de'sottili filamenti d'aspetto jalino che si pongono a traverso il lume di essa. Sulla natura e sulla funzione di codesti filamenti non posso con sicurezza pronunziarmi. Non credo, come a prima vista parrebbe, che questi filamenti abbiano origine da una causa puramente artificiale.

Ritengo probabilmente che sieno dipendenze della membrana che limita il lume vaginale per impedire forse che lo sperma nelle contradizioni della vagina non possa retrocedere.

Quelle tali lamelle chitinose descritte dal Leuckart (4) e dal Sommer (35) non furono da me vedute nella vagina della *Taenia bothrioplitis*.

Receptaculum seminis. — Ho già detto che la vagina termina con l'apparire del receptaculum seminis. Questo dipartendosi dall'ultima porzione del canale vaginale si piega leggermente verso il bordo posteriore della proglottide per terminare restringendosi nel canale seminale fra le ghiandole centrali dell'apparato femminile.

È di forma ovalare (tav. VI, fig. 6 rs) e misura nel diametro trasverso parallelo all'asse trasverso della proglottide μ 52 e nel longituninale μ 22.

Le sue pareti, come del resto quelle della vagina sono formate da uno strato di fibre circolari interne e da uno esterno di fibre longitudinali.

La parete interna del ricettacolo (fig. cit.) ed in questo differisce dalla vagina, è formata da grosse cellule poligonali con nucleo chiaro e distinto.

Il receptaculum seminis persiste talvolta, modificando però la primitiva forma ovalare in quella di fuso, anche nelle proglottidi mature.

Canale seminale. — Dal fondo del ricettacolo, nella porzione più larga della figura (tav. VI, fig. 6 rs), nasce il canale seminale che mette appunto in comunicazione questa cavità con gli altri canali delle ghiandole centrali.

Questo canale di grosso calibro (tav. VIII, fig. 6 cs) e di spesse pareti uguali per costituzione a quelle del ricettacolo ha nella parete interna uno strato di cellule che ci ricordano quelle del ricettacolo, variando esse solo per dimensioni più piccole. Questo canale nel centro della proglottide si unisce agli sbocchi degli altri canali delle ghiandole centrali.

Ma per rendersi conto di questi rapporti e della funzionalità di essi ci converrà prima di studiare con diligenza la struttura e la posizione delle ghiandole centrali femminili.

Differenziamento degli organi centrali. — Il rudimento centrale che solo dà origine ad organi femminili, appare nel centro della proglottide contemporaneamente al rudimento marginale (tav. III, fig. 2 rcf). Questo centro si sviluppa nello svolgersi di circa 150 proglottidi.

Ne'suoi primissimi stadi (tav. III, fig. 2 rcf) è rappresentato da poche cellule del tutto simili a quelle che già considerammo studiando gli organi maschili.

Questo gruppo, dopo 20 proglottidi circa da quella dove primo ne apparve l'accenno, si mette in relazione col rudimento marginale, mediante quel filamento di cellule che vedemmo dare origine alla vagina (tav. IV, fig. 2 r v g).

A partire da questo punto il gruppo centrale già ben delineato e rotondeggiante comincia a subire delle trasformazioni.

L'ammasso cellulare prende un aspetto piriforme (tav. VI, fig. 1 ref) verso il quale la vagina s'inclina; ed in altre 10 proglottidi successive comincia gradatamente a scindersi sino a formare due ammassi uno anteriore e l'altro posteriore (tav. VI, fig. 3 ref = ae) divisi da una piccola porzione di parenchima.

Ma anche in questo interstizio prima piccolo e poi più grande per graduale sviluppo dei due segmenti sopra citati, nasce un terzo ammasso cellulare (tav. VI, fig. 3 ref - b); e da questo appunto noi vedremo svilupparsi i diversi canali che mettono in comunicazione le ghiandole del segmento posteriore ed il canale seminale con la porzione anteriore del rudimento centrale femminile.

Seguendo passo a passo questo sviluppo delle singoli porzioni centrali, come risulta dai miei preparati e come vedremo più innanzi, assisteremo alla genesi ed alla costituzione delle diverse parti genitali femminili.

Il segmento anteriore (tav. VI, fig. 3 a) genera l'ovaio, il segmento medio (tav. VI, fig. 3 b) i canali di riunione fra le diverse ghiandole, ed infine il segmento posteriore (tav. VI, fig. 3 c) la ghiandola dell'albume e quella del guscio.

Come si vede dall'enumerazione di queste parti l'utero manca.

Vedremo in seguito, parlando dell'ovaio, come una parte di questo sistema (ovaio) gradatamente si trasformi onde supplire, per l'equilibrio delle funzioni, alla necessità di un'altra (utero) che non esiste.

Ghiandola dell'albume. — La ghiandola dell'albume giunta a completo sviluppo è situata (tav. VII, fig. 1 g l) nel centro della proglottide e al di sotto dell'ovaio più vicina così al bordo posteriore che all'anteriore; ha una forma di sacco allungato a contorni irregolari. Il diametro trasverso parallelo al grande asse trasverso della proglottide misura mm. 0,111, il longitudinale mm. 0,038.

La ghiandola è limitata da una fine membrana omogenea; non concordo dunque col Moniez (9) che vorrebbe negare la membrana al vitellogeno.

Nell'interno di questa membrana stanno irregolarmente stivate tutte le primitive cellule embrionali trasformate in cellule dell'albume con nucleo pallido e protoplasma ripieno di corpuscoli rifrangenti, d'aspetto adiposo (tav. VIII, fig. 8 g l).

Questa ghiandola che raggiunge il suo massimo sviluppo verso la 150° proglottide non persiste lungo tutto lo strobila.

La sua presenza o meglio la sua grandezza è precisamente in ragione inversa a quella dell'ovaio.

E là dove l'ovaio con le sue clave sviluppate comincia ad invadere tutto il parenchima della proglottide (tav. VII, fig. 2 g l), la ghiandola dell'albume straordinariamente si riduce sino a scomparire del tutto nelle successive proglottidi (tav. VII, fig. 3).

Alcuni autori vollero vedere nella struttura di questa ghiandola due metà distinte

da un solco longitudinale. A me questo non parve; a meno che non si voglia tener conto di quella lieve depressione centrale che segna il punto d'inserzione del vitellodutto (tav. VIII, fig. 8 v d).

Se noi orientiamo il parassita perpendicolarmente a noi con lo scolice innanzi e le aperture genitali a sinistra, potremo stabilire che il vitellodutto penetra nella ghiandola dalla parte che guarda il suolo e che noi per il momento chiameremo ventrale senza però voler dare a ciò altro significato che quello di una momentanea comodità. È dunque dal centro della ghiandola dell'albume (tav. VIII, fig. 8 v d) che parte il vitellodutto; questo è rivestito da uno strato di cellule grandi, chiare e con nucleo che fortemente si colora limitate all'esterno ed all'interno da una sottile membrana omogenea; nella sua struttura ci ricorda una gastrula per delaminazione nel primo suo stadio. Il vitellodutto ha un diametro di μ 17.

Questo canale, il di cui lume nel centro della ghiandola misura μ 10, uscitone fuori (tav. IX, fig. 4 v d) misura solo mm. 0,008, come si vede è andato restringendosi.

Ghiandola del guscio. — Il vitellodutto uscito dalla ghiandola dell'albume viene ad attraversare un ammasso di cellule d'aspetto piriforme allungato, che tutte insieme sotto forma di grappolo sboccano in questa porzione del vitellodutto, versandovi e mescolando il loro secreto con quello del vitellogeno (tav. IX, fig. 4 v d). Sono appunto le cellule costituenti la ghiandola del guscio che Moniez (9) non ammette in alcune tenie.

Esse sono ghiandole monocellulari, fusiformi a grosso nucleo ed a protoplasma chiaro sboccanti tutte le une indipendentemente dalle altre, nel vitellodutto subito dopo che questo esce dal vitellogeno. Il loro insieme ha un diametro di μ 61.

L'insieme di queste ghiandole costituisce (tav. IX, fig. 4) l'apparato secretore del guscio, che si addossa così alla parte ventrale della ghiandola dell'albume.

Il vitellodutto uscito dall'ammasso di queste ghiandole si piega bruscamente a gomito e sale verso il centro della proglottide per riunirsi col canale seminale e con il dotto ovarico (tav. VIII, fig. 6 v d - c s - o v d).

Ovaio. — Come abbiamo veduto a pag. 278 il segmento superiore del rudimento centrale femminile sviluppandosi costituisce il germigeno od ovario.

L'ovario della Taenia bothrioplitis non si divide nel suo sviluppo in due metà come lo Zschokke (14 pag. 41) osserva, per poi suddividersi nelle singole ramificazioni, ma direttamente passa dalla forma rotonda del rudimento a quella raggiata delle clave. Ed è verso la 140^{a} proglottide che il rudimento centrale anteriore si è completamente trasformato nelle clave ovariche che si distendono nel centro della proglottide come le dita di una mano aperta (tav. VIII, fig. $5 \, o \, v - c \, o$). Così a differenza di quanto osserva lo Zschokke (14) per la Taenia mamillana, qui non abbiamo due collettori ovarici, ma soltanto uno nel quale le singole clave sboccano le une indipendentemente dalle altre (tav. VIII fig. $5 \, c \, l \, v$).

Questo canale (fig. cit.) che io chiamo collettore ovarico si stende nel centro della proglottide leggermente arcuato fra le due masse laterali de'testicoli e sopra il vitellogeno.

Da una parte e precisamente nel medesimo senso del percorso vaginale si distacca un corto canale (tav. VIII, fig. $5 \circ v d$), sù per giù del medesimo lume del

collettore che scende obliquamente verso il centro della proglottide per unirsi come vedremo con gli eduttori degli altri organi centrali femminili.

Per la struttura istologica questo canale ci ricorda perfettamente gli altri ossia il seminale ed il vitellodutto. È questa dunque una particolarità che noi troviamo comune a tutti i canali generati dalla porzione centrale del rudimento centrale femminile.

L'ovario dunque a completo sviluppo ed a fecondazione avvenuta (tav. VII, fig. 1 co) ha una forma raggiata limitante al centro la porzione superiore della ghiandola dell'albume.

L'ovaio è formato nella sua porzione raggiata da tanti canali dilatati a forma di clava (tav. VIII, fig. 5 co) che sboccano per un canalicolo nel comune collettore. Questo canale (tav. VI, fig. 4 co) costituito da una semplice membrana d'aspetto jalino, non è che la continuazione diretta della membrana che avvolge le stesse clave ovariche.

Considerando infatti attentamente de' tagli successivi di parecchie proglottidi in periodo giovane (1° terzo) noi potremo vedere come le cellule embrionali della porzione superiore del rudimento centrale vengano gradatamente ad orientarsi in quella posizione nella quale verso 140° proglottide vedemmo, del tutto costituito stendersi l'ovaio.

Tenendo d'occhio, ora, la periferia di questi campi secondari di sviluppo noi vedremo apparire la membrana che di sopra ho ricordato limitante parte di quelle cellule embrionali che si trasformeranno in uovo. Questa membrana sorta a spese degli elementi cellulari mi sembrò di una tale evidenza da escludere qui assolutamente quanto il Moniez (9) dice per le ghiandole dell'apparato femminile, che ritiene sprovviste di membrana, associandomi in vece a quanto lo Zschokke (14) conclude su ciò nel suo pregevole lavoro.

Gli elementi cellulari che si devono trasformare in uovo presto si differenziano dagli altri elementi. Essi, nella porzione dilatata della clava ovarica, sono molto vicini gli uni agli altri (tav. VI, fig. 4 ov).

Il numero delle clave è variabile, ne ho contate in alcuni esemplari sino a 22 ed in altri 11 solamente.

Le clave misurano in lunghezza mm. 0,055 ed in larghezza (porzione dilatata) mm. 0,013.

Rapporti de'canali centrali. — I rapporti delle diverse ghiandole centrali sono difficili a stabilirsi sia per la ristrettezza del campo nel quale i canali si svolgono, sia anche per le numerose anse che questi canali descrivono. In ogni modo dalla figura 6 della tavola VIII si può abbastanza chiaramente desumere quanto abbiamo riportato nella figura 7 della tavola IX.

Come abbiamo già detto il canale seminale si piega verso il centro della proglottide nel quale convergono e vitellodutto e condotto ovarico. Giunto verso la metà circa dello spazio che separa l'ovaio dal vitellogeno incontra (tav. VIII, fig. 6 cs) il vitellodutto (fig. cit. vd), e con questo si fonde nel segmento biforcuto che vediamo nella figura 6 della tavola VIII per costituire l'ovidutto (fig. cit.: ovd). Questo sale e s'insinua nel collettore ovarico come vediamo in ovd della figura 5 nella tavola VIII.

Il punto di riunione dei diversi vasi è tale quale noi l'abbiamo disegnato nella figura 6 della tavola VIII ma il decorso di questi canali non è semplicemente rigido ma molto circonvoluto come abbiamo già osservato.

È facile ora il comprendere da questa disposizione quale sia il percorso dei singoli secreti.

L'elaborato del vitellogeno e della ghiandola del guscio percorre il medesimo canale fino alla metà dello spazio che separa le ghiandole dall'ovario; qui si riunisce agli zoospermi che giungono dal ricettacolo per il canale seminale e passano così per il dotto ovarico ed il collettore nelle singole elave dell'ovario.

Capsule ovigere. — Per quanto attentamente esaminassi il sistema riproduttore femminile in proglottidi giovani e mature ed in sezioni portate su tutte e tre le direzioni mai mi fu dato di constatare la presenza dell'utero.

Le modificazioni che subisce l'ovario, l'aspetto diffuso delle capsule ovigere nelle proglottidi maturissime ed il modo stesso di riunione, dei rapporti in una parola, dei canali delle ghiandole centrali femminili mi confortano sempre più nella opinione già emessa intorno all'assenza dell'utero. Fatta anche astrazione della ricerca negativa dell'utero, noto, come fatto importantissimo e come coefficiente di primo ordine da unirsi a quelli già enumerati, la graduale obliterazione dell'ovaio e la neoformazione di tante cellette funzionanti da camere incubatrici.

Considerando ora attentamente la tavola VII potremo formarci un chiaro concetto del modo con il quale le uova da prima limitate nelle clave ovariche si trovino nelle proglottidi mature chiuse nelle capsule ovigere.

Le quattro figure, esattamente riportate dal vero, che io presento nella tavola VII sono i quattro punti salienti del processo da me prima accennato.

Nè si dovrà ritenere che da ognuno di codesti punti si possa scendere al successivo rapidamente e senza forme intermedie, se si penserà che per passare dalla forma della figura 1 (tav. VII) alla forma della figura 4 (tav. cit.) occorrono al processo evolutivo i ²/₃ circa del numero totale delle proglottidi.

Le trasformazioni dunque da segmento a segmento procedono con lentezza.

Nella figura 1 della tavola VII l'ovaio pieno di uova già fecondate ci ricorda ancora perfettamente la forma sua genuina.

I canalicoli delle clave ancora persistono e la ghiandola dell'albume, se non compatta e serrata come nelle forme precedenti, mantiene ancora le sue dimensioni e la sua posizione.

Fra questa forma e quella della figura 2 della tavola VII abbiamo una lunga serie di proglottidi.

In questa l'ovario perde gradatamente la forma primitiva. Le clave si allungano straordinariamente e si assottigliano; i canalicoli scompaiono. Tutti i rapporti con gli elementi centrali, già in via di riduzione, scompaiono e le uova ci si presentano in tanti piccoli sacchetti allungati sparsi senza simmetria per tutto il parenchima, chiuso dai cordoni longitudinali del sistema muscolare.

Nella figura 3 della medesima tavola le uova sono sparse nella proglottide in mezzo, mi sia permessa la frase, ai numerosi detriti degli elementi primitivi trasformati.

La ghiandola dell'albume è del tutto scomparsa.

Da questa forma alla successiva, che è l'ultima (tav. VII, fig. 4) corre circa ¹/₄ del numero totale delle proglottidi; qui le cellette, da noi chiamate capsule ovigere, sono completamente formate.

La capsula ovigera come noi la vediamo nella figura 4 della tavola VIII è completamente costituita e tagliata nel mezzo in senso longitudinale orizzontale.

La figura 4 della tavola VII ci rappresenta dunque una proglottide piena di capsule ovigere, tali quali noi le vediamo nella figura 4 della tavola VIII; queste capsule hanno invaso tutto il parenchima. Scompaiono per ciò tutti gli organi centrali; persistono soltanto, ma molto ridotte, la tasca del cirro e la vagina e talvolta il receptaculum seminis con qualche piccola porzione di canale vaginale.

Seguitando queste capsule nel loro sviluppo a sostituire tutta la zona limitata dalla cuticola, i legamenti fra le singole proglottidi diminuiscono tanto da permettere a questi segmenti maturissimi il distacco dal resto dello strobila. Il Piana (²) vuole attribuire questo distacco all'eccessivo dilatarsi delle grandi anastomosi trasverse del sistema escretore; potrebbe darsi che alla causa da me suaccennata si unisse anche questo fatto notato dal Piana.

Il parenchima delle proglottidi rappresentate dalla figura 4 della tavola VII è straordinariamente ridotto; sola e d'aspetto finamente granulosa resta una sostanza cementante fra le diverse capsule ovigere; queste si dispongono irregolarmente. Il loro ordine nel taglio trasverso è quasi rettilineo ammassandosi esse in un solo ordine per la poca altezza della proglottide; difficilissimo resta per ciò lo stabilire il numero di queste capsule: nè mi azzardo a metter qui delle cifre che per quanto severe sarebbero sempre ipotetiche. Queste capsule (tav. VIII, fig. 2-4) sono formate da una membrana esterna molto spessa e che fortemente si colora, nell'interno una sostanza parenchimatosa svariatissima nella quale si scavano tante piccole cavità: in ciascuna di queste è contenuta una larva. Ogni capsula può contenere 4, 6 larve.

La forma della capsula è variabile: ora rotonda, ovale; ora poliedrica, irregolare. In generale notai una dimensione predominante della quale do qui le misure: diametro maggiore mm. 0,147, diametro minore mm. 0,098.

Noi abbiamo veduto dunque, riassumendo qui brevemente quanto ho detto intorno alla formazione delle capsule, il graduale passaggio della cellula uovo dalla clave ovarica alla capsula ovigera, e ci siamo persuasi così dell'assenza completa dell'utero.

Certo è che la capsula ovigera in certo modo funziona da utero; vista quindi la reciprocità funzionale che corre fra l'utero delle altre tenie e queste capsule ovigere potremmo concludere che la capsula è un organo analogo all'utero delle tenie superiori. Nè questa potrà considerarsi un diretto derivato o meglio una diretta trasformazione dell'ovaio se si pensa che fra le forme ben determinate di questo e la costituzione delle capsule corre un periodo non breve di proglottidi nelle quali l'uovo non limitato da membrana qualsiasi permane in ordine sparso per tutto il parenchima della proglottide.

Le capsule ovigere, dunque, sono una conseguenza della obliterazione delle clave ovariche e non una trasformazione di queste.

Uovo. — Le cellule embrionali che vedemmo limitate (tav. VI, fig. 4 o v) nella membrana della clava ovarica sono quelle che danno origine alla larva, sono in una parola le uova.

Noi sappiamo che l'uovo giovane è sempre una cellula e che ne perde i caratteri solo quando giunge a completa maturazione. Tralascio quindi di parlare delle uova prima della loro fecondazione: esse sono del tutto simili alle cellule che abbiamo già studiate trattando degli altri organi.

Chiusa nel parenchima della capsula ovigera la cellula completamente differenziata ha in sè tutti i caratteri dell'elemento maturo.

L'uovo (tav. X, fig. 2a) presenta un guscio sottilissimo e trasparente (fig. cit. a), ed un secondo involucro all'interno (fig. cit. c). Fra il guscio (a) e la membrana (c) esiste un certo spazio nel quale corrono fra la faccia interna del primo e l'esterna del secondo de' sottili filamenti (fig. cit. b) d'aspetto jalino.

Sulla natura e sulla ragione di questi è difficile il potersi pronunziare.

Potrebbe darsi che funzionassero da organi di sostegno e che la loro natura fosse fibrillare; ma ciò con le dovute riserve.

Dentro la membrana sta la larva. Essa ha l'aspetto consueto cellulare (tav. X, fig. 2) ed è munita di 6 piccolissimi uncini, disposti a 3 a 3 ai due poli dell'asse maggiore. Solo con un forte ingrandimento (Zeiss ¹/₁₈ imm. omog.) ho potuto intravedere questi uncini (fig. cit.).

Le larve (tav. X, fig. 2) leggermente ellittiche misurano nel diametro maggiore mm. 0,012 e nel minore mm. 0,010.

Come si vede qui le uova non hanno nè un guscio spesso nè composto di parecchi strati, ma a ciò, come giustamente osserva il dott. Crety (¹) per la *T. circumvallata* Krabbe lo strato esterno della capsula ovigera, che è molto spesso, funziona certo come organo di protezione.

Ricostituzione dell'apparato. — Per quello che abbiamo veduto intorno all'apparato femminile possiamo dire che questo è più vicino al bordo posteriore, pur tuttavia restando equidistante dalle due faccie della proglottide. Escludiamo dunque per la Taenia bothrioplitis una faccia maschile e l'altra femminile.

Come si può vedere dalla figura 7 della tav. IX, dove l'apparato femminile è semischematicamente riprodotto, questo apparato è composto da una porzione centrale e da una marginale legate fra loro da un sottile canale, la vagina.

Al margine abbiamo il seno genitale (sg) nel fondo del quale si apre, rigonfia nell'inizio, la vagina (vg) che quasi rigida corre verso il centro; prima d'arrivare a questo punto una grossa dilatazione (rs) costituisce la riserva dello sperma ossia il receptaculum seminis.

Non concordo per ciò con lo Zschokke (14 pag. 172) che dà come carattere delle tenie avicolari l'assenza del receptaculum seminis.

Un corto canale (cs), il seminale, riunisce il ricettacolo a gli altri canali centrali. Al di sotto della linea mediana della proglottide, verso il centro, si stende il vitellogeno (gl) che porta, addossata, sulla faccia ventrale la ghiandola del guscio (gg), così che il vitellodutto uscendo dal centro dell'albuminogeno attraversa il complesso delle ghiandole unicellulari del guscio per risalire bruscamente (vd) e riunirsi col canale seminale (cs) per sboccare insieme nell'ovidutto (ovd).

Così il secreto delle due ghiandole centrali misto allo sperma che viene dal ricettacolo, passa per l'ovidutto nel collettore $(c \, l \, v)$ e da qui nelle clave ovariche $(c \, o)$.

L'ovaio (co) si stende al di sopra della riunione de'canali ed a forma di mezza luna (clv), portando sulla cresta della parte convessa del collettore le clave (co) che si distendono così a forma raggiata nel parenchima del parassita.

L'apparato femminile raggiunge il suo completo sviluppo verso la 150° proglottide, e di questo come del resto di quello maschile pochi ed indistinti residui rinveniamo nelle proglottidi maturissime.

Riproduzione.

La ripetuta ed alterata contrazione della musculatura longitudinale e trasversa del parassita agisce sul contenuto dei testicoli così come i moti peristaltici dell'intestino degli animali superiori sul contenuto intestinale; uscito così lo sperma dai testicoli e passato per gli efferenti nel deferente sia per le dette contrazioni sia per quelle speciali del deferente muscolare viene spinto nel cirro.

Intorno al modo di passaggio di questo sperma dall'apparato maschile al femminile molte sono le opinioni degli scienziati. Il Van Beneden (22) crede ad un autoaccoppiamento delle singole proglottidi e lo descrive su delle osservazioni fatte sul Phillobothrium lattuca (1850) ed in altre specie. Il Leuckart (4) dà sicura l'immissio penis pe' cestodi de' cani (1856). Il Pangestecher pretende di aver osservato nel Tetrabothrium auricula la fecondazione reciproca delle proglottidi (1858). Il Sommer ed il Landois (5) negano invece tutto ciò portando a vantaggio della loro teoria; 1.º la non mai constatata immissio penis, 2.º una corrente di sperma, senza erezione di cirro, passare dall'apertura maschile in quella femminile. Oltre a ciò essi tentarono di dedurre anche per via teoretica, basandosi sulla posizione delle due aperture genitali, la impossibilità di un coito nel Bothriocephalus latus. La stessa cosa risulta dagli studi del Sommer (35) sulla Taenia solium e mediocanellata; soltanto che in esse constata la chiusura della fossetta marginale per quanto neghi l'esistenza di muscoli speciali per ciò. Lo Stieda (13) come anche il Bötcher (29) ammettono il processo dell'erezione ma tacciono però sulla questione dell'accoppiamento. Lo Stieda soltanto dice (13) di non aver mai incontrato il cirro nella vagina. Qui però faccio osservare come, l'energica azione del reagente fissatore possa alterare e contrarre la naturale disposizione dei muscoli, e come il numero delle proglottidi, nelle quali l'immissio potrebbe avvenire, sia molto ristretto se si pensa alla coincidenza e durata di maturità dei due apparati maschile e femminile. Oerley (36) sopra questo argomento studiando il Canthobothrium coronatum Rudolphi dice, che le proglottidi di questo parassita non si staccano mai una ad una ma in piccole catene, le quali per lungo tempo rimangono nell'intestino dove reciprocamente si fecondano. Anche il Krubbe (37), il Moniez (9), lo Zschokke (14) si schierano in favore dell'autoaccoppiamento delle proglottidi senza però averlo mai direttamente osservato.

Il Pintner (11) nella dissezione di una valvola a spirale del *Mustelus laevis* rinvenne due proglottidi libere dell'*Anthobothrium musteli* Van Beneden in atto di reciproca fecondazione. Considerando e studiando questo fatto il Pintner (op. cit.) dice: « sembra stabilito, da questo caso fortuito, che l'incrociamento tipico dei cestodi sia come quello de' gasteropodi, confermando così le opinioni del Leuckart (4) e del Van Beneden » (22).

Io non credo che questo fatto osservato dal Pintner sia un fatto sufficiente per confermare una legge intorno all'accoppiamento dei cestodi.

Gli studi da me fatti sulla *Taenia bothrioplitis* m'inducono a ritenere molto differente l'atto d'accoppiamento fra i cestodi degli animali marini e quelli de' terrestri.

Noterò subito la differenza di grandezza fra il pene di quelli e di questi; e la possibilità quindi dei primi di estrofletterlo per un lungo tratto. Noterò inoltre che, nei cestodi parassiti d'animali terrestri, il pene non è stato mai rinvenuto estroflesso, pendente dal senogenitale, mentre nei marini in più esemplari ed in più proglottidi.

Il dott. Crety (1) in un recente lavoro sulla *Taenia circumvallata* Krabbe e pluriuncinata Crety ci annunzia un nuovo genere di copula da lui scoperto in questi parassiti e riportato nella figura 12 del suo lavoro. Qui non si tratterebbe più di estroflessione o no del cirro giacchè al di quà del seno genitale e indipendentemente da questo il cirro si continuerebbe, attraverso il parenchima, nel canale vaginale, ivi versando il secreto dei testicoli.

Certo è che le ricerche del dott. Crety, e specialmente la figura 12 della sua tavola darebbero termine a molte controversie se non potesse sorgere un dubbio.

Anche nelle mie tavole (tav. V, fig. 3x) ho figurato ciò che il dott. Crety rilevò per la Taenia pluriuncinata Crety. Ma severe indagini mi fanno dubitare circa l'interpretazione di codesto fenomeno.

Io ritengo che il fatto riportato dal dott. Crety (1) nella figura 12, non sia in realtà così come noi lo vediamo nella figura; non credo in una parola alla continuità dei due canali ma invece tutto il contrario.

Se noi pensiamo infatti alla distanza quasi inapprezzabile che corre fra le due aperture maschile e femminile, se unitamente a queste noi riflettiamo che, oltre ad essere l'apertura maschile sempre anteriore alla femminile, queste due non sono sempre in un piano, preso il terzo punto sull'asse centrale, parallelo al piano centrale della proglottide, ci spiegheremo come il coltello del microtomo possa, tagliando parte del canale superiore e parte dell'inferiore, darci precisamente la figura che noi abbiamo in x della figura 3 nella tav. V e che corrisponde alla 12 del dott. Crety (¹).

In ogni modo nel criterio del dott. Crety nessuna funzione avrebbe più il seno genitale, ed un'azione molto ridotta la potente corona muscolare della tasca del cirro.

Alle diverse forme di fecondazione fino a qui esposte possiamo aggiungerne un'altra: potrebbe darsi che il cirro debolmente estroflesso dal seno genitale affidasse al liquido intestinale dell'ambiente, nel quale il parassita si trova, gli spermatozoidi e che questi alla lor volta s'insinuassero nei seni genitali delle proglottidi, fecondandone le uova, così come gli nemaspermi d'altri individui della scala zoologica vengono affidati al liquido ambiente. Non voglio discutere questo ultimo modo che riporto, ritenendolo una divagazione senza ombra di realtà.

Nella lunga serie d'intestini di *Gallus domesticus* da me aperti, mai mi fu dato di rinvenire delle proglottidi staccate dal resto dello strobila in intimo rapporto di copula come il Pintner (³⁴) ha trovato per l'*Anthobothrium musteli* Van Beneden.

Notai anzi la frequente presenza dell'ultimo articolo a calotta sicuro indizio dell'integrità dello strobila. Ciò non ostante tutti gli ovuli erano regolarmente fecondati nelle singole clave ovariche e normalmente sviluppati.

Da questa riflessione nasce per conseguenza l'altra che le diverse proglottidi del medesimo strobila si sieno fecondate, indipendentemente dal modo d'accoppiamento, restando sempre fra loro concatenate. Ma a pag. 276 feci osservare che il numero delle proglottidi atte alla fecondazione, per la maturità degli apparati, non superava il numero di dieci (150^a a 160^a proglottide). In questo esiguo numero di segmenti dunque avviene l'accoppiamento.

Pensando ora a questo fatto importantissimo e riflettendo alla struttura dello strobila, alla esiguità del pene ed alla piccola porzione di deferente che è nella tasca del cirro e quindi alla poca lunghezza che esso può acquistare per quanto estroflesso, riflettendo anche che mai mi riuscì, per quanto dolcemente togliessi dall'intestino del Gallus un grande numero (250) di strobila (viventi), notare il più piccolo rapporto di connessione fra i diversi segmenti, ritengo qui, in questa forma, molto improbabile la reciproca fecondazione delle proglottidi e probabile l'autofecondazione. E ciò non deve ritenersi come impossibile; lo stesso Pintner (34) l'ammette come una necessità biologica, e qui sarebbe il caso, ed il Von Baer (39) l'ha riscontrata nei gasteropodi, come del resto anche il Braun (40) in questi ultimi tempi.

L'obbiezione che si potrebbe fare di non aver mai incontrato il pene estroflesso dal seno oppure immesso nella vagina è nulla, e per l'una e per l'altra delle due opinioni, sconturbando la violenta azione del reagente fissatore tutta la normale disposizione dei muscoli.

Abbiamo così dei fatti isolati, separati, differentissimi nelle loro modalità, Non possiamo quindi stabilire delle leggi che avrebbero troppo del fantastico, ma solamente citare dei casi.

Io ritengo che l'atto dell'accoppiamento possa variare da gruppo a gruppo dei singoli ordini e che per conseguenza i fatti notati dai diversi scenziati non si possano generalizzare come vorrebbe il Pintner (34).

Certo è che nell'Anthobothrium musteli Van Beneden l'accoppiamento è reciproco: ma è certo anche, per quello che di sopra ho detto, che in questo parassita da me studiato la reciproca fecondazione delle proglottidi è poco probabile, mentre ritengo possibile l'autofecondazione. Non ammetto per ciò la legge che il Pintner (34) vorrebbe stabilire su tutti i cestodi concordando così nella mia conclusione con i pregevoli studi del Moniez (9) e con i recentissimi dello Zschokke (14).

Conclusioni.

Riassumendo ora brevemente quanto ho esposto nei singoli capitoli di questo lavoro sulla *Taenia bothrioplitis* arrivo alle seguenti conclusioni:

a) La Taenia bothrioplitis Piana ospite del Gallus domesticus è da ascriversi al gruppo delle « tenie avicolari parassite dei gallinacei, piccioni, rampicanti, struzzi » stabilito dal Krabbe (38) corrispondendo perfettamente ai caratteri generali dati dal Krabbe « tromba emisferica guarnita di numerosi uncini, orifici genitali

quasi sempre unilaterali, piccola tasca del cirro molto marcata, uova che sembrano svilupparsi a gruppi (V. pag. 281 - capsule ovigere -) ventose munite d'uncini » piuttosto che al gruppo C stabilito dallo Zschokke (14 pag. 172) dal quale si distacca per la presenza del receptaculum seminis e per la unilateralità degli orifici genitali.

- b) La forma esterna differisce molto da quella delle altre tenie avicolari sia per la lunghezza dello strobila, sia per la forma trapezoidea degli articoli, sia per il lungo collo sottilissimo, sia per l'ultimo articolo foggiato a calotta.
- c) La cuticula è di natura fibrillare e costituita da due strati; non credo, per la Taenia bothrioplitis, all'esistenza dei pori canali, e dei filamenti protoplasmatici.
- d) La subcuticula è costituita da una serie di cellule allungate con nucleo distinto. Non secerne la cuticula, ma in essa direttamente si trasforma. Io la ritengo di natura epiteliale.
- e) Il parenchima è costituito da fibrille connettivali delicatissime, da una sostanza fondamentale finamente granulosa, e da elementi cellulari di varia forma e grandezza; e nelle ultime proglottidi viene quasi del tutto sostituito dalle capsule ovigere, solo restando una piccola porzione di sostanza granulosa come cemento.
- f) I corpuscoli calcarei sono numerosissimi nel 3º/anteriore dello strobila. Sono sparsi irregolarmente nel parenchima. La forma predominante è l'ovalare, a strati concentrici. Li ritengo una trasformazione delle cellule parenchimatose.
- g) Il sistema muscolare si compone di due specie di fibre: fibre con cellula muscolare (poco differenziata), fibre senza traccia di cellula muscolare (molto differenziata). Ascrivo alle prime le angolari (ritenute da prima circolari) e le dorsoventrali, alle seconde le longitudinali. Questo strato è potentissimo. Dalle fibre longitudinali partono obliquamente delle diramazioni sottilissime che insinuandosi fra le cellule della subcuticula, vanno ad inserirsi sulla faccia interna della cuticula.
- h) Il sistema escretore si compone di due tronchi ascendenti e di due discendenti con relazioni nello scolice e anastomosi irregolari fra gli ascendenti e regolari, in ogni proglottide, fra i discendenti. Gli ascendenti non percorrono tutto lo strobila; i discendenti si riuniscono nell'ultimo articolo per costituire la vescicola pulsante.

Il percorso dei canali è ondulato. Nelle prime proglottidi hanno tutti eguale il diametro; diminuisce progredendo, negli ascendenti, che finiscono col perdersi verso la metà dello strobila.

i) Il sistema riproduttore raggiunge il suo completo sviluppo verso la 150° proglottide.

I pori genitali sono costantemente unilaterali; mancano di speciali sfinteri. La chiusura avviene per contrazione di tutto il sistema muscolare.

Dal rudimento marginale si origina tasca del cirro e vagina, dagl'interstiziali i testicoli, dal centrale tutti gli organi centrali femminili.

L'apertura genitale maschile è sempre anteriore a quella femminile, così la tasca del °cirro alla vagina.

Non ho mai constatato una faccia maschile ed una femminile, ma piuttosto un ravvicinamento dell'apparato maschile al bordo posteriore e del femminile all'anteriore.

Il deferente decorre circonvoluto, la vagina rigida; tanto l'uno che l'altra sono di natura muscolare.

Non esiste vescicola seminale.

I testicoli sono provvisti di efferenti e di membrana.

Il cirro è rigido e senza aculei.

Il receptaculum seminis, il canale seminale, il vitellodutto, il dotto ovarico sono tappezzati da un epitelio pavimentoso.

La ghiandola dell'albume ha forma di sacco; porta sulla faccia ventrale la ghiandola del guscio costituita da ghiandole unicellulari.

Il vitellodutto è anche canale escretore della ghiandola del guscio.

L'ovaio contiene le uova prima e dopo la fecondazione.

In seguito l'ovaio si oblitera e si formano le capsule ovigere.

L'utero manca.

Tutte le ghiandole sono provviste di membrana.

L'uovo sviluppato contiene una larva exacante; più uova sono contenute nella capsula ovigera. Queste invadono tutta la proglottide.

- l) La Taenia bothrioplitis si riproduce molto probabilmente per autofecondazione delle proglottidi.
- m) Gli ospiti intermedi, nel ciclo di sviluppo, sono secondo il Piana (2) l'Helix carthusianella e l'Helix maculosa.

Roma, 6 aprile 1891.

Dal R. Istituto d'Anatomia comparata, diretto dall'on. prof. cav. Francesco Gasco.

INDICE DELLE OPERE CITATE

- (1) C. Crety, Cestodi della Coturnix communis (Bonn). Boll. Mus. d. Zool. e d'Anat. comp. della R. Un. di Torino, vol. V, n. 88. 1890.
- (2) Piana, Di una nuova specie di Tenia del Gallus domesticus (Taenia bothrioplitis). Memorie della Acc. delle scien. dell'Ist. di Bologna, serie 4^a, tom. II, pag. 387 (15 gen. 1881).
- (3) Grassi e Rovelli, Embyologischer Forschungen an Cestoden Centralbl. für Bakter. und Parasitenkunde.
 - (4) Leukart, Die menschlichen Parasiten.
- (5) Sommer Landois, Bau der geschlechtreifen Glieder w. Bothriocephalus latus. Zeit. f. wis. zool., t. XXIII.
- (6) Schiefferdeker, Beiträge zur Kenntniss des feineren Bau der Taenien. Jenaische Zeit. Bd. VIII, pag. 459. 1874.
- (7) Steudner, Untersuchungen über den feineren Bau der Cestoden. Abh. Nat. Gesel. zu Halle Bd. XXIII. 1877.
- (8) Monticelli, Contribuzione allo studio della fauna elmintologica del golfo di Napoli. Ricerche sullo Scolex polimorphus. Rud. Abdruck. aus dem Mitth. aus d. z. Station zu Neapel. Bd. VIII, Heft 1°, p. 85.
- (9) Moniez, Memoires sur le cestodes. Travaux de l'institut zoologique de Lille et de la Station maritime de Wimereux. Première partie.
- (10) Hamann, Taenia lineata (Goeze). Eine Taenie mit flächenständiger Geschlechtsöffnungen. Zeits f. w. Zool. Bd. XLII, p. 721. 1885.
- (11) Pintner, Untersuchungen über den Bau des Bandwurmkörpers etc. Arb. Zool. Inst. Wien. Bd. III, p. 55. 1880.
- (12) C. Crety, Ricerche anatomiche ed istologiche sul genere Solenophorus (Creplin). R. Acc. Lincei. Anno CCLXXXVI. 1889.
 - (13) Stieda, Ein Beitrag zur Kenntniss der Taenien. Archiv. für Naturgesch. Bd. XXVIII.
 - (14) Zschokke, Recherches sur la structure anatomique et histologique des Cestodes.
- (15) Kahane, Anatomie von Taenia perfoliata als beitrag zur Kenntniss der Cestoden. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. XXIV.
- (16) Zograf, Beiträge und Mittheilungen der Kaiserl. Gesellschaft der Freunde der Naturforschung. Bd. XXIII, Heft 3.
- (17) Schneider, Untersuchungen über Plathelminthen. Separatabdruck aus. d. XIV Jahres. der oberhess. Gesellsch. für Natur, und Heilkunde.
 - (18) Rindfleisch, Zur Histologie der Cestoden. Arch. für m. Anatomie. Bd. I, p. 138.
- (19) Griesbach, Beiträge zur Kenntniss der Anatomie der Cestoden. Archiv. für. mik. Anat. Bd. XXII. p. 525, 1883.
 - (20) Roboz, Beiträge zur Kenntniss der Cestoden. Zeits. f. w. Zool. Bd. XXXVII, p. 263.
- (21) Zograf, Zur Frage über die Existenz ektodermatischer Hüllen bei erwachsenen Cestoden. Biolog. Central. Bd. X, n. 13-14, p. 422.
- (22) Van Beneden, Note sur l'appareil sexuel des cestoides. Bull. d. l'Acc. d. Belg. tom. XXI, 1, p. 164, 1854.

- (23) Van Beneden, Recherches sur le développement embryonaire de quelques Ténias. Archiv. de Biologie, tom. II, p. 184.
- (24) Fraipont, Recherches sur l'appareil excréteur des Trematodes et des Cestodes. Archiv. Biol. Belg., tom. I. p. 415.
 - (25) Donnadieu, Contribution à l'histoire de la Ligule. Jour. de l'anat. et de la Phisiol. p. 60, 1877.
- (26) Claparede, Ueber die Kalkkörperchen der Trematoden und die Gattung Tetracotyl. Zeits. f. w. Zool. Bd. IX, p. 99, 1858.
 - (27) Virchow, Helminthologische Notizien. Arch. f. path. Anat., p. 82, 1857.
 - (28) Vagner, Enthelminthica. Diss. inaug. Berol., p. 24, 1848.
 - (29) Bötcher, Virchows Archiv. Bd. XXX.
- (30) Blumberg, Ein Beitrag zur Anatomie von Taenia plicata, perfoliata und mamillata. Archiv für Wissenschaf. und prak. Thierheil. 1877.
 - (31) Feureisen, Beiträge zur Kenntniss der Taenien. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. XVIII.
- (32) Zschokke, Ein Beitrag zur Kenntniss der Vögeltänien. Centralblatt für Batkter. und Parasiten. Herausgeg. von Dr. O. Ublnorm in Cassel. Verlag. von Gustav Fischer in Jena, II Jargang 1888, Bd. I.
 - (33) C. v. Siebold, Vergleichende Anatomie.
- (34) Pintner, Neue Beiträge zur Kenntniss des Bandwurmkörpers. Arbeit, aus dem Zool, Inst. der Univers. Wien und. der Zool. Station in Triest. Herausg. Von. Dr. C. Claus t. IX, 1 Heft., p. 23.
- (35) Sommer, Ueber den Bau und Entwickelung der Geschlechtsorgane won Taenia mediocannellata und Taenia solium. Zeit. Wissen. Zool. Bd. XXIV, 1874, f. 595.
 - (36) Oerley, Termeszetraizi Füzetek, vol. IX, S. 220. 1885.
- (37) Krabbe, Bidrag til Kundskab om fuglenes Baendelorme. Vidensk. selsk. Skr. 5 Raekke naturwidenskabelie og mathematisk. Afd. 8. Bd. 8.
- (38) Niemic, Recherches sur le système nerveux des Ténias. Recueil Zool. Suisse, première série tom. II, pag. 619.
- (39) Baer. K. E. v., *Ueber Entwickelungsyeschichte der Thiere*. Beobachtung und Reflexion. 2 Theil Schlussheft herausgeg. von L. Stieda Königsberg, p. 317-400.
- (40) Braun Max, Zur Frage der Selbsbefruchtung bei Zwitterschnecken. Nachr. Bl. Mal. Ges. Frankfurt 20 Jahrg. p. 146-148.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola I.

- Fig. 1. Taenia bothrioplitis (Piana); immersa nell'acqua distillata; 2 volte il naturale.
- Fig. 2. Scolice $\left(\frac{102}{D}\right)$; v ventose pb proboscide cup corona uncinata della proboscide cts canale trasverso dello scolice ca canali escretori immerso in glicerina.
- Fig. 3. Uncini delle ventose disegnati con obbiet. f. ocul. 3 Zeiss camera Abbè in acqua distillata.
- Fig. 4. Uncini della proboscide disegnati con obbiet. f. ocul. 3 Zeiss camera Abbè in acqua distillata.

Tavola II.

- Fig. 1. Metà di proglottide del 3º anteriore, segmento posteriore liquido fissatore: acido picrico solforico sostanza colorante: ematosellina Sanfelice inclusione in paraffina taglio trasverso spessore μ 5 dis. con obbiet. 4 Hartenak e cam. Oberhauser df deferente tdc tasca del cirro t testicoli fms fibre muscolari subcuticulari cp cellule parenchimatose ct cuticula csc cellule subcuticulari ca tronco discendente del sistema escretore p parenchima.
- Fig. 2. Proglottide del 3º medio, segmento anteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: ematosellina Sanfelice inclusione in paraffina taglio trasverso spessore μ 5 dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser vg vagina cp cellule parenchimatose fms fibre musculari subcuticulari ct cuticula csc cellule subcuticulari ca tronchi ascendenti (piccolo lume) e discendenti (grande lume) del sistema escretore mt membrana dei testicoli t testicoli t parenchima.

Tavola III.

- Fig. 1. Proglottidi del 3º medio segmento anteriore liq. fiss.: acido picrico solforico sost. col.: ematosellina Sanfelice inclus. in paraffina taglio sagittale spessore μ 5 dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser tdc tasca del cirro vg vagina fml fibre muscolari longitudinali ct cuticula csc cellule subcuticulari.
- Fig. 2. Metà di proglottidi del 3º anteriore segmento anteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: ematosellina Sanfelice inclus. in paraf. taglio longitudinale orizzontale spessore μ 5 dis. con abbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser ct cuticula csc cellule della subcuticula fml fibre muscolari longitudinali nlp nervo longit. principale rcf rudimento centrale femminile rt rudimento dei testicoli o interstiziale sg seno genitale rm rudimento marginale.
- Fig. 3. Proglottide del 3º anteriore segmento posteriore liq. fiss.: acido picr. solf. sost. col.: carminio barico nclus. in paraf. taglio trasverso spessore μ 5 dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser ct cuticula csc cellule subcuticulari p parenchima cat grande anastomasi trasversa fra i tronchi discendenti del sistema escretore pdv parete dell'anastomasi.

Tavola IV.

Fig. 1. Proglottide del 3º anteriore segmento posteriore — siq. piss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — tagl. trasverso — spess. μ 10 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Obeshauser — pl plica — csc cellule subcuticulari — ct cuticula — t testicoli —

cp cellule parenchimatose — tdc tasca del cirro — df deferente — ca tronco ascendente (piccolo lume) e tronchi discendenti (grande lume) del sistema escretore.

Fig. 2. Metà di proglottidi del 3º anteriore segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak cam. Oberhauser — nlp nervo laterale principale — fml fibre muscolari longitudinali — rt rudimento dei testicoli — rdf rudimento del deferente — rvg rudimento della vagina — rcf rudimento centrale femminile — sg seno genitale — df deferente — vg vagina.

Fig. 3. Metà di proglottidi del 3º anteriore segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak cam. Oberhauser — nlp nervo laterale principale — rvg rudimento della vagina — rcf rudimento centrale femminile — sg seno genitale — t testicoli.

Fig. 4. Porzione di proglottide del 3º medio segmento anteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio trasverso — spessore μ 5 — dis. con obbiet. CC zeiss camera Oberhauser — c cirro — sg seno genitale — csc cellule subcuticulari — df deferente — cp cellule parenchimatose — nlp nervo longitudinale principale — fml fibre muscolari longitudinali (fascetti) — tdc tasca del cirro.

Tavola V.

Fig. 1. Porzione di proglottide del 3º medio segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. DD Zeiss camera Oberhauser — t testicoli — mt membrana dei testicoli — p parenchima — ef canali efferenti dello sperma — cp cellule parenchimatose.

Fig. 2. Porzione centrale di proglottide del 3° medio segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — ef canali efferenti dello sperma — t testicoli — df deferente — p parenchima.

Fig. 3. Porzione marginale di proglottide del 3º medio segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — vg vagina — df deferente — tdc tasca del cirro — c cirro — csg cuticula del seno genitale — sg seno genitale — prg poro del seno genitale — x punti d'incrociamenti del cirro con la vagina.

Fig. 4. Figura semischematica dell'apparato maschile in sezione longitudinale orizzontale — sg seno genitale — c cirro — tdc tasca del cirro — df deferente — t testicoli — ef efferenti.

Tavola VI.

Fig. 1. Metà di proglottidi del 3º anteriore segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.; emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — rdf rudimenti del deferente — rdv rudimenti della vagina — fml fibre muscolari longitudinali — t testicoli — rcf rudimenti centrali femminili — cat grande anastomosi trasversa fra i tronchi discendenti del sistema escretore.

Fig. 2. Porzione di proglottide del 3º medio segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 5 Hartenak camera Oberhauser — nlp nervo laterale principale — ev espansione della vagina — spm ammasso di spermatozoi — stv setti trasversi della vagina — vg vagina.

Fig. 3. Metà di proglottidi del 3º anteriore segmento posteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — tdc tasca del cirro — ca grande tronco discendente del sistema escretore — cat grande anastomosi trasversa fra i tronchi discendenti del sistema escretore — rcf rudimento centrale femminile — a segmento anteriore, b segmento medio, c segmento posteriore del rudimento centrale femminile — t testicoli — nlp nervo laterale principale.

Fig. 4. Porzione di proglottide del 3º medio segmento anteriore contenente una clava ovarica — liq. piss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. oriz. —

spessore μ 5 — dis. con obbiet. 5 Hartenak camera Oberhauser — co clava dell'ovario — ov ovuli — p parenchima.

Fig. 5. Porzione di proglottidi del 3º medio segmento anteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — rs receptaculum seminis — cp cellule parenchimatose — t testicolo — v vagina — df deferente — cat tronco discendente del sistema escretore — p parenchima — fml fibre musculari longitudinali.

Fig. 6. Porzione di proglottide del 3º medio segmento anteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz. — spessore μ 10 — dis. con obbiet. 7 Hartenak camera Oberhauser — vg vagina — cp cellule parenchimatose — cs canale seminale — rs receptaculum seminis — t testicolo.

Fig. 7. Porzione di proglottide del 3º medio segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — taglio longit. orizz — spessore μ 5 — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — sg seno genitale — v vagina — tdc tasca del cirro.

Tavola VII.

- Fig. 1. Porzione di proglottide del 3º medio segmento medio liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 5 dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser co clave ovariche gl ghiandola dell'albume t testicoli.
- Fig. 2. Proglottide del 3º medio segmento posteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 10 dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser nlp nervo laterale principale co clave ovariche t testicoli gl ghiandola dell'albume fml fibre musculari longitudinali.
- Fig. 3. Metà di proglottide del 3º posteriore segmento anteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 5 dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser ov ovuli fml fibre musculari longitudinali.
- Fig. 4. Proglottide del 3º posteriore segmento posteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 10 dis. con obbiet. O Verick camera Oberhauser csm capsule ovigere.

 Tavola VIII.
- Fig. 1. Proglottide del 3º posteriore segmento posteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 10 dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser csm capsule ovigere taglio trasverso.
- Fig. 2. Capsula ovigera del 3º posteriore segmento posteriore liq. piss: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 10 taglio longit. orizz. dis. con obbiet 5 Hartenak camera Oberhauser ic involucro della capsula ovigera ov ovulo p parenchima.
- Fig. 3. Margine di proglottide del 3º anteriore segmento posteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 10 taglio sagittale dis. con obbiet. DD Zeiss camera Oberhauser prg paro genitale fbm fibrille musculari ct cuticula cp cellule del parenchima.
- Fig. 4. Capsula ovigera del 3º posteriore segmento posteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 10 taglio longit. orizz. dis. con obbiet. 5 Hartenak camera Oberhauser ic involucro della capsula ovigera ov ovulo p parenchima l larva.
- Fig. 5. Porzione centrale di proglottide del 3º medio segmento anteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 5 taglio longit. orizz. dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser co clave ovariche ov ovuli vg vagina t testicolo rs receptaculum seminis ovd ovidutto clv collettore ovarico vd vitellodutto gl ghiandolla dell'albume p parenchima.
- Fig. 6. Porzione di proglottide del 3º medio segmento anteriore liq. fiss.: acido picrico sost. col.: emat. Sanfelice inclus. in paraf. spessore μ 5 taglio longit. orizz. dis. con

obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — ovd ovidutto — rs receptaculum seminis — cs canale seminale — vd vitellodutto.

Fig. 7. Margine di proglottide del 3º anteriore segmento posteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio sagittale — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — cp cellule parenchimatose — tdc tasca del cirro — c cirro — vq vagina — b parete della vagina — a strato circolare di fibrille muscolari — p parenchima.

Fig. 8. Porzione di proglottide del 3º medio segmento anteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio longit. orizz. — dis. con obbiet. 5 Hartenak camera Oberhauser — gl ghiandola dell'albume — vd vitellodutto.

Tavola IX.

Fig. 1. Porzione di proglottide del 3º medio porzione anteriore — liq. fiss.: acido pierico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 10 — taglio longit. orizz. — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — ca tronchi ascendenti del sistema escretore — cta piccola anastomosi trasversa — p parenchima.

Fig. 2. Porzione terminale dell'ultima proglottide — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio longit. orizz. — dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser — ca tronchi discendenti del sistema escretore — csm capsule ovigere.

Fig. 3. Porzione terminale dell'ultima proglottide — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 taglio logit. orizz. — dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser — ca tronchi discendenti ricongiunti del sistema escretore — vt ampolla o vescicola pulsante — csm capsule ovigere.

Fig. 4. — Porzione di proglottide del 3º medio porzione anteriore — liq. fiss.: acido pierico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio longit. orizz. — dis. con obbiet. DD Zeiss camera Oberhauser — vd vitellodutto — cgg cellule segregatrici del guscio.

Fig. 5. Porzione marginale di proglottide del 3º medio segmento anteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — metodo del Mayer — spessore μ 5 — taglio long. orizz. — dis. con obbiet. DD Zeiss camera Oberhauser — ct cuticula — csc cellule subcuticulari — fms fibrille musculari — p parenchima — cp cellule parenchimatose.

Fig. 6. Corpuscoli calcarei del 3º anteriore segmento anteriore — immersi in acqua leggermente alcalina e dis. con obbiet. DD Zeiss camera Oberhauser — (dilacerando il parassita).

Fig. 7. Figura semischematica dell'apparato femminile in sezione longitudinale orizzontale — sg seno genitale — vg vagina — rs receptaculum seminis — cs canale seminale — gg ghiandola del guscio — gl ghiandola dell'albume — co clave ovariche — vd vitellodutto — ovd ovidutto — clv collettore ovarico.

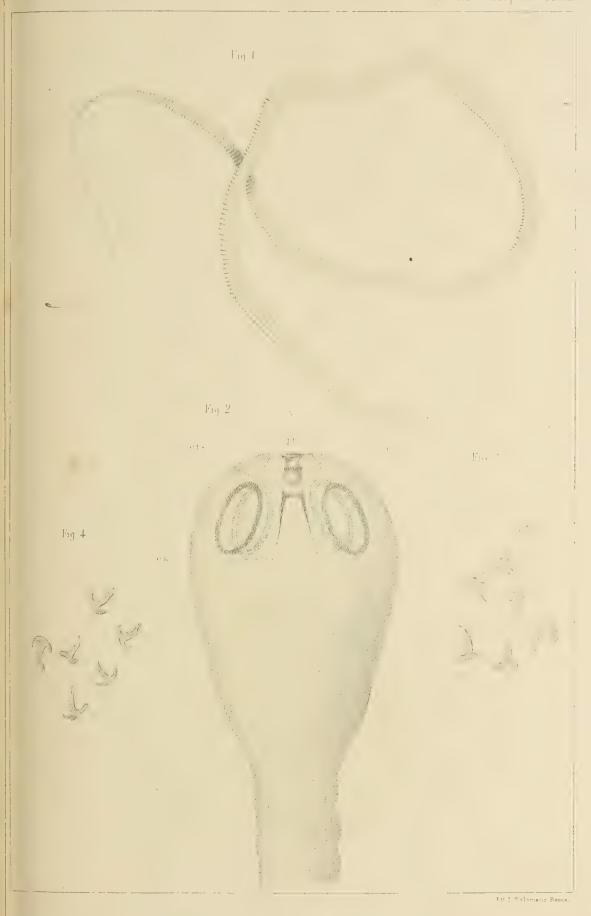
Tavola X.

Fig. 1. Metà di proglottide del 3º medio segmento medio — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio longit. orizz. — dis. con obbiet. 4 Hartenak camera Oberhauser — tdc tasca del cirro — fml fibre musculari longitunali — csc cellule subcuticulari — np nervo laterale principale — cat grande anastomasi trasversa dei tronchi discendenti del sistema escretore.

Fig. 2. Uovo di proglottide del 3º posteriore segmento posteriore — dilacerando il parassita — rischiarato con glicerina — dis. con obbiet. DD Zeiss camera Oberhauser — a guscio — b filamenti di sostegno — c membrana dell'uovo — d larva con i 6 uncini nel centro.

Fig. 3. Porzione marginale di proglottide del 3º medio porzione anteriore — liq. fiss.: acido pierico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio trasverso — dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser — c cuticula — fms fibrille musculari — csc cellule subcuticulari — fml fibre musculari longitudinali — cp cellule parenchimatose — p parenchima.

Fig. 4. Proglottidi intere del 3º medio segmento anteriore — liq. fiss.: acido picrico — sost. col.: emat. Sanfelice — inclus. in paraf. — spessore μ 5 — taglio longit. orizz. — dis. con obbiet. 2 Hartenak camera Oberhauser — fml fibre musculari longitudinali — ct cuticula — csc cellule della subcuticula.





Tig.L.

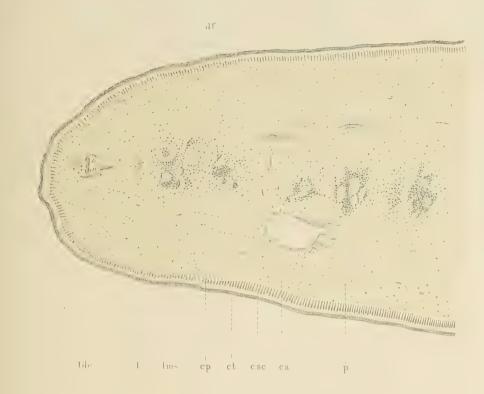
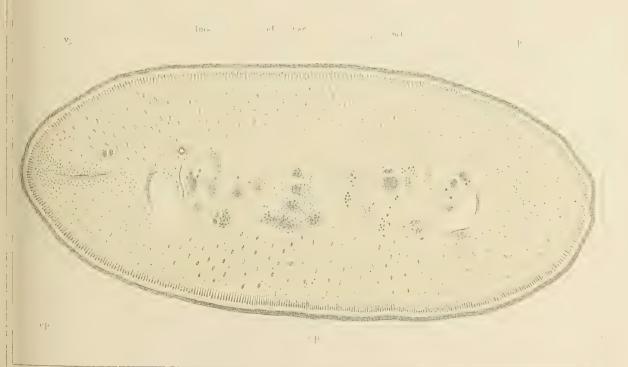
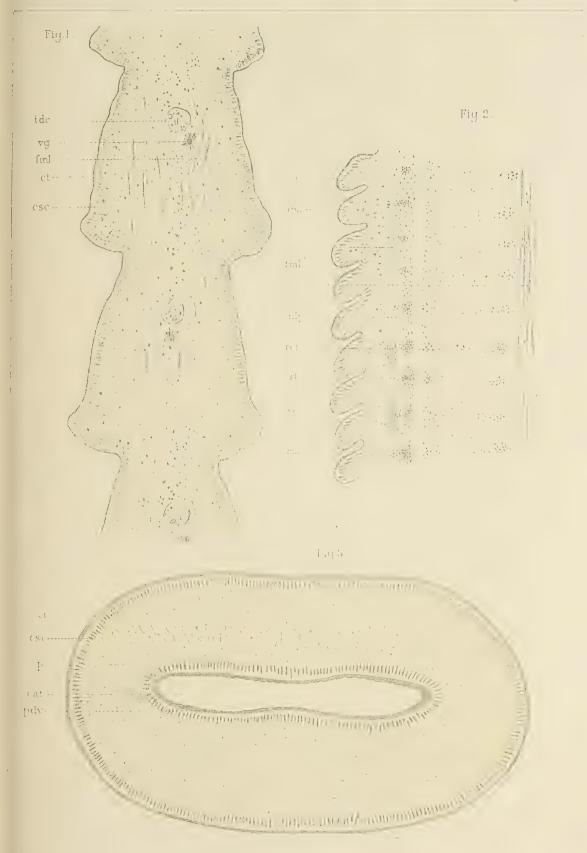


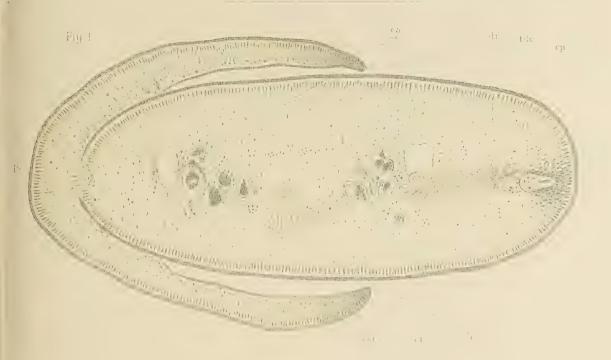
Fig 9

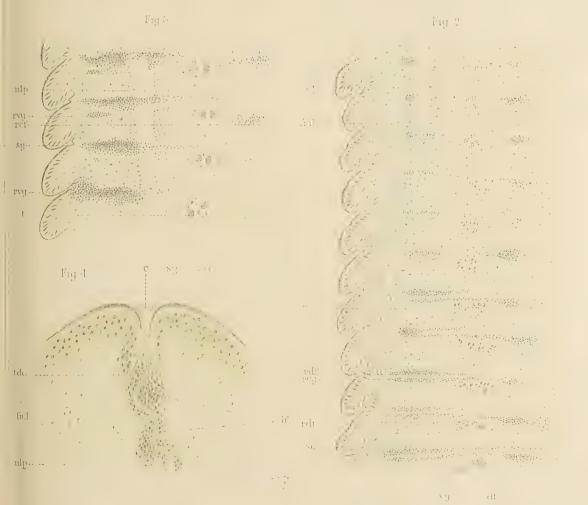










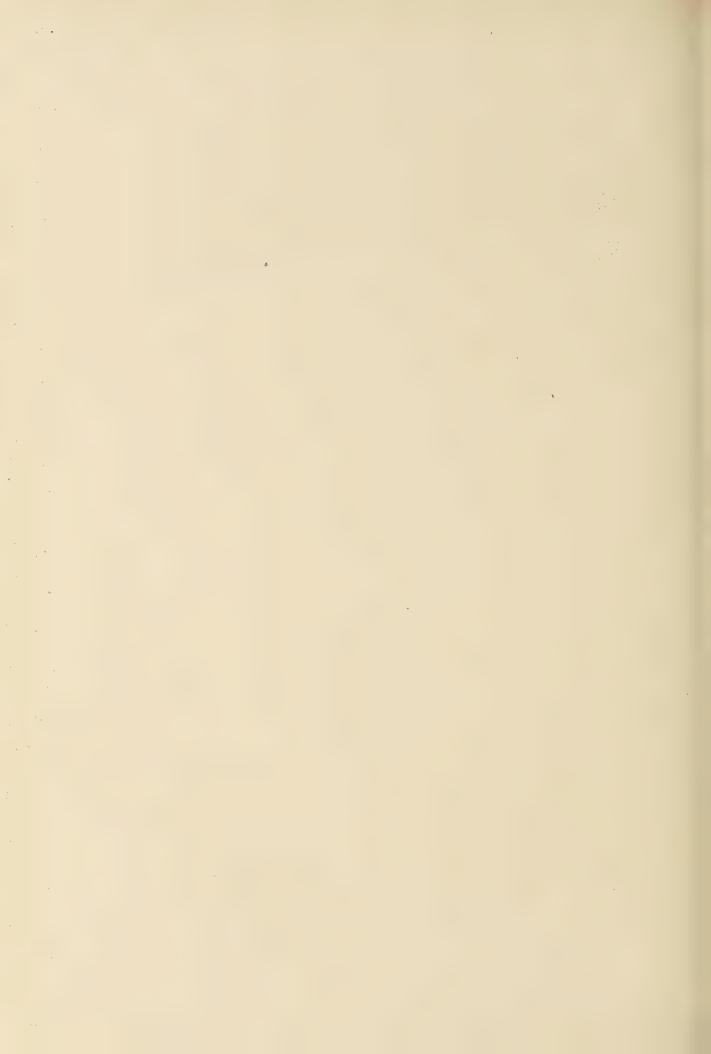


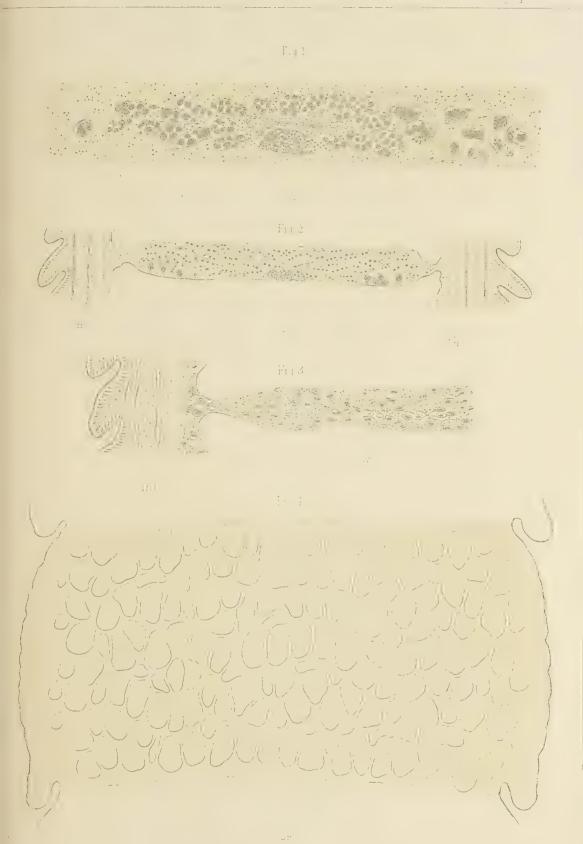




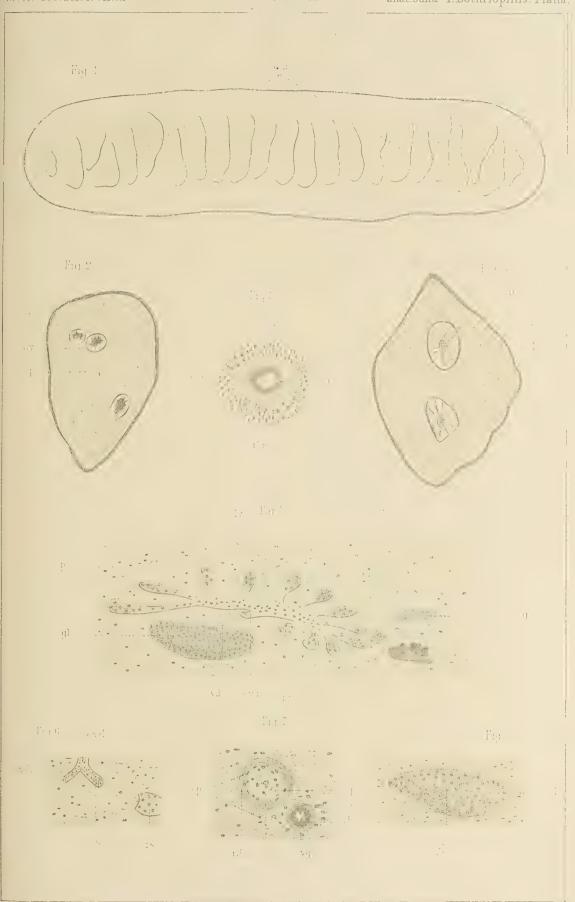
df

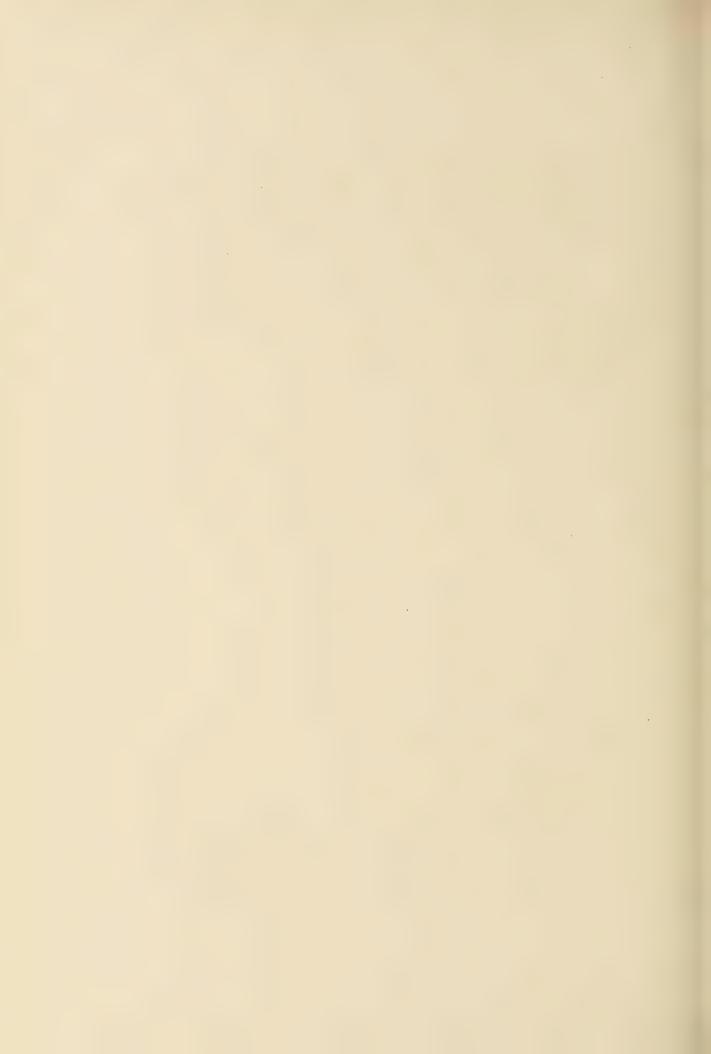


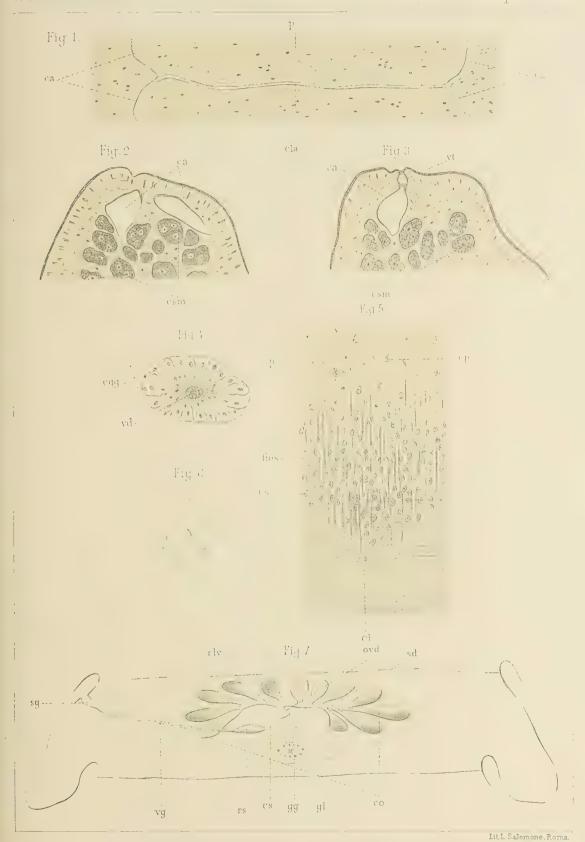




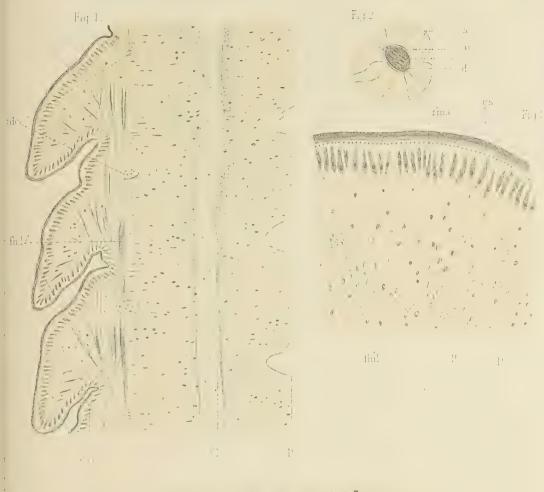


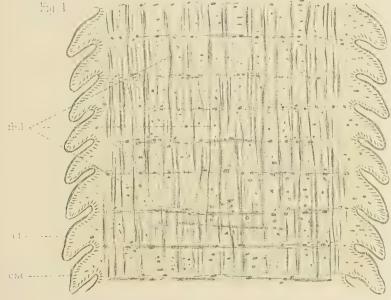














Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1890.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 21 giugno 1891.

(Con una tavola).

Ho l'onore di presentare a questa R. Accademia l'effemeride e la relativa statistica idrometrica del fiume Tevere pel decorso anno 1890, nono del settimo periodo decennale delle osservazioni quotidiane dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume.

Come quelle dei precedenti anni, così la presente Memoria comprende il registro dell'altezza del pelo d'acqua del Tevere osservato al mezzodì di ciascun giorno di detto anno, tanto all'idrometro posto presso Orte (ossia prima della confluenza dell'Aniene), quanto all'idrometro di Ripetta; e cioè dopo la predetta confluenza.

Comprende inoltre l'effemeride e la statistica idrometrica dell'Aniene per lo stesso anno, ossia il registro dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume osservata quotidianamente all'idrometro collocato all'imbocco dei cunicoli del Monte Catillo presso Tivoli.

Finalmente, come per gli anni precedenti, così per questo alle predette effemeridi fanno seguito le corrispondenti rappresentazioni grafiche a diagrammi delle altezze in esse registrate.

Ritenendo per gli stati di magra ordinaria, d'intumescenza e di piena del Tevere i consueti limiti di metri 6, 8, 12 e superiori, misurati all'idrometro di Ripetta, dallo spoglio dell'effemeride che presento si rileva che nell'anno 1890 il Tevere si mantenne in magra durante 117 giorni, ossia per quasi $\frac{1}{3}$ dell'anno; defluí in stato ordinario durante giorni 26, ossia per circa $\frac{5}{8}$ dell'anno; fu intumescento durante 19 giorni, ossia per circa $\frac{1}{19}$ dell'anno e corse in vera e minacciosa piena per soli 3 giorni ossia per $\frac{1}{122}$ dell'anno.

Può quindi considerarsi l'anno 1890 come uno di quelli in cui il Tevere si mantenne oltremodo mite.

Ed infatti l'altezza media del suo pelo d'acqua misnrata all'idrometro di Ripetta

risultò di metri 6,513; altezza media che nei 79 anni di osservazione che fin qui si posseggono riesce superiore a quella di 21 anni soltanto, mentre invece resta inferiore all'altezza media verificatasi negli altri 47 anni.

E mentre supera di soli metri 0,819 la minima altezza media (m. 5,694) verificatasi nell'anno 1834, riesce inferiore di metri 1,125 alla massima altezza media (m. 7,638) verificatasi nell'anno 1844.

Effemeride del Tevere, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1890.

-	r a	ta l	ta	ta l	ta	ta	ta l	t g	ta e	- ta	nta e	ıta
I se	Gennaio Altezza osservata Met, lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	D i com Altezza osservata Met. lin.
GIORNI del mese	oss t, lin	obr oss t. lin	Marzo zza osserv Met. lin.	Aprile 2zza osserv Met. lin.	Maggio lezza osserva Met. lin.	Giugno ezza osserva Met. lin.	Luglio ezza osserv Met. lin.	ose oss ot. III	em toss t. li	tol	en.	D i ccm tezza osserv Met. lin.
GIO	Gennaio Itezza osserva Met. lin.	Fel tezza Me	Me Ne	A) tezza Me	Mg tezza Me	terns G.	L'n tezzs Me	A terza	Sett tezza	tezza Me	Tor tezza Me	D tezzz M
	Alt	Alt	Alf	Alt	ATH	All	All		<u>AIA</u>	A1	AIA	Al
1	3,28	1,14	1,28	1,70	1,73	1,57	1,20	1,06	1,18	1,02	1,65	2,26
2	2,32	1,69	1,28	1,70	1,89	1,56	1,18	1,06	1,14	1,02	1,65	2,88
3	2,48	1,64	1,38	1,68	2,10	1,71	1,17	1 05	1,11	1,02	1,65	2,64
4	2,24	1,57	1,52	1,77	2,38	1,67	1,16	1,05	1,08	1,02	1,65	2,50
5	1,89	1,54	1,43	1,74	2,15	1,63	1,15	1,04	1,08	1,02	1,65	2,80
6	1,76	1,50	1,37	1,68	1,78	1,60	1,14	1,04	1,07	1,02	1,95	1,97
7	1,73	1,48	1,34	1,65	1,67	1,58	1,13	1,03	1,07	1,02	2,22	1,77
8	1,69	1,47	1,58	1,63	1,65	1,55	1,12	1,03	1,07	1,02	1,72	1,73
9	1,63	1,44	1,57	1,63	3,86	1,52	1,11	1,02	1,07	1,02	1,64	1,70
-10	1,60	1,42	1,52	2,14	2,70	1,51	1,10	1,02	1,06	1,02	2,00	1,70
11	1,60	1,40	1,50	1,95	1,95	1,50	1,10	1,02	1,06	1,02	2,56	1,70
12	1,57	1,38	1,50	1,74	1,76	1,49	1,10	1,02	1,05	1,01	2,54	1,70
13	1,54	1,37	1,50	1,70	1,69	1,48	1,09	1,02	1,05	1,01	3,78	1,70
14	1,51	1,36	1,47	1,68	2,21	1,70	1,09	1,02	1,05	1,01	2,97	1,70
15	1,48	1,35	1,41	2,00	1,77	1,90	1,09	1,02	1,05	1,01	2,48	1,70
16	1,44	1,34	1,40	2,59	1,76	1,74	1,09	1,02	1,04	1,01	2,32	1,70
17	1,42	1,33	2,30	2,38	1,73	1,69	1,08	1,02	1,04	1,01	1,75	1,70
18	1,40	1,32	2,78	2,15	1,70	1,65	1,08	1,02	1,04	1,01	1,70	1,70
19	1,40	1,31	4,70	2,56	1,70	1,61	1,08	1,02	1,04	1,01	1,68	2,26
20	1,38	1,30	3,95	3,20	1,68	1,62	1,08	1,02	1,04	1,01	1,68	1,75
21	1,37	1,30	3,66	2,54	1,66	1,57	1,08	1,02	1,04	1,01	1,67	. 1,72
22	1,36	1,30	3,00	2,18	1,65	1,56	1,08	1,02	1,04	1,01	1,67	1,72
23	1,36	1,30	2,60	1,96	1,73	1,51	1,08	1,01	1,03	1,01	1,66	1,68
24	1,65	1,30	2,70	1,76	1,65	1,46	1,07	1,01	1,03	1,09	1,83	1,75
25	1,52	1,30	2,53	1,70	1,62	1,42	1,07	1,01	1,03	1,07	2,10	1,74
26	1,50	1,30	2,22	1,67	2,04	1,39	1,06	1,00	1,03	1,07	1,77	1,71
27	1,48	1,28	1,91	1,75	2,30	1,35	1,06	1,15	1,03	1,07	1,72	1,68
28	1,44	1,28	1,75	1,74	1,94	1,31	1,14	1,04	1,03	1,06	2,41	1,66
29	1,42		1,72	1,99	1,69	1,23	1,12	1,03	1,02	3,06	3,20	1,66
30	1,42	-	1,72	1,77	1,65	1,23	1,08	1,44	1,02	2,38	3,69	1,66
31	2,20		1,70		1,61		1,07	1,27		1,68		1,65
Sommata	52,08	38,71	62,29	58,33	59,40	46,31	34,25	32,60	31,69	35,82	62,96	58,19
Media	1,68	1,38	2,01	1,94	1,92	1,54	1,10	1,05	1,06	1,16	2,99	1,88
Massima	3,28	1,69	4,70	3,20	3,86	1,90	1,20	1,44	1,18	3,06	3,78	2,88
Minima	1,36	1,28	1,28	1,63	1,61	1,23	1,06	1,00	1,02	1,01	1,64	1,65
Differenza	1,92	0,41	3,42	1,57	2,25	0,67	0,14	0,44	.0,16	2,05	2,14	1,23

Effemeride del Tevere, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1890.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	10,93	7,12	6,12	7,04	7,03	6,62	6,00	5,85	5,91	5,65	6,11	
2	9,60	6,63	6,12	6,95	6,91	6,85	5,98	5,93	5,88		6,03	8,00
3	9,44	6,44	6,15	6,83	7,72	6,89	6,13	5,90	5,82	5,65	6,18	7,96
4	8,57	6,35	6,17	6,89	7,72	6,98	6,01	5,86	5,78	5,64	6,10	7,92
5	8,02	6,35	6,32	6,81	7,61	6,65	5,98	5,82	5,76	5,62	6,05	8,8
6	7,72	6,30	6,18	6,74	7,35	6,55	5,95	5,80	5,76	5,62	6,15	8,0
7	7,35	6,30	6,14	6,68	6,95	6,44	5,92	5,78	5,76	5,62	6,27	
8	7,14	6,26	6,14	6,64	6,91	6,46	5,91	5,78	5,70	5,62	6,38	6,9
9	6,97	6,25	6,38	6,99	7,78	6,49	5,89	5,75	5,72	5,62	6,28	6,7
10	6,87	6,23	6,44	7,59	8,89	6,38	5,91	5,75		5,62	6,90	6,5
11	6,79	6,20	6,37	7,62	7,30	6,34	5,92	5,73	5,71 5,69	5,61		6,4
12	6,74	6,17	6,37	7,35	7,15	6,31	5,88				6,70	6,3
13	6,69	6,14	6,31	7,22				5,71	5,69	5,61	7,59	
14			6,20	7,17	7,00	6,30	5,93	5,71	5,69	5,61	7,90	6,3
	6,63	6,12		1	7,15	6,29	5,90	5,70	5,71	5,59	9,28	6,3
15	6,56	6,12	6,15	7,07	7,26	6,83	5,95	5,73	5,70	5,59	7,95	6,1
16	6,50	6,11	6,15	7,82	7,30	6,82	5,99	5,69	5,70	5,59	6,85	6,0
17	6,43	6,11	7,92	7,69	6,95	6;65	5,92	5,73	5,68	5,61	6,46	6,0
18	6,43	6,11	12,05	7,46	6,80	6,49	5,90	5,68	5,70	5,59	6,30	6,1
19	6,42	6,11		7,88	6,99	6,35	5,87	5,68	5,70	5,60	6,19	6,4
20	6,40	6,11	13,28	8,66	6,76	6,25	5,83	5,67	5,68	5,63	6,15	6,7
21.	6,40	6,12	12,59	7,80	6,65	6,23	5,82	5,66	5,68	5,64	6,07	6,5
22	6,39	6,11	11,58	7,62	6,63	6,20	5,81	5,66	5,68	5,64	6,00	6,5
23	6,36	6,12	10,10	7,25	6,61	6,17	5,79	5,66	5,68	5,64	5,99	6,4
24	6,41	6,15	8,93	7,08	6,62	6,14	5,79	5,66	5,66	5,64	6,18	6,4
25	6,38	6,12	8,65	6,98	6,63	6,18	5,78	5,66	5,65	5,63	6,11	6,4
26	6,36	6,10	8,24	6,88	6,62	6,11	5,77	5,66	5,65	5,64	6,00	6,3
27	6,33	6,08	7,92	6,92	7,77	6,09	5,76	5,72	5,65	5,62	6,01	6,2
28	6,32	6,12	7,64	6,95	7,67	6,05	5,76	5,79	5,65	5,74	6,18	6,2
29	6,30		7,35	7,16	7,05	6,01	5,76	5,82	5,65	6,12	6,86	6,2
30	6,30		7,27	6,98	6,82	6,01	5,91	5,73	5,65	8,00	9,15	6,1
31	6,93		7,15		6,66		5,83	5,81		6,43		6,0
Sommata Media	218,68 7,05	174,45 6,23	236,65 7,63	216,72 7,22	221,26 7,14	192,13 6,40	182,55 5,89	178,08 5,74	171,34 5,71	178,07 5,74	198,37 6,61	208,8 6,7
Massima Minima	10,93 6,30	7,12 6,08	13,28 6,12	8,66 6,64	8,89 6,61	6,98 6,01	6,13 5,76	5,93 5,66	5,91 5,65	8,00 5,59	9,28 5,99	8,8 6,0
Differenza	4,63	1,04	7,16	2,02	2,28	0,97	0,37	0,27	0,26	2,41	3,29	2,8

Effemeride dell'Aniene, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli, al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1890.

1							-3			d 1	ed .	- ed	63
		vata	io	vata	vata	Orvata	O vata	rvate	orvate	ore ryata	rvat	rvat	rvat
	RNI	nai	ora	rzc sser lin.	rile	rgi	grn Desen	rlic osse lin,	osser lin.	nn k osse lin.	obrosser lin.	osse lin	nn k osse lin
	GIORNI del mese	Gennaio Itezza osserva Met. lin.	Febbraio tezza osservat Met. lin.	Met. lin.	Aprile zza osserv Met. lin.	Maggio lezza osserva Met. lin.	C*iugno lezza osserva Met. lin.	Luglio ezza osserv Met. lin.	Agosto ezza osserv Met. lin.	ttemb zza osser Met. lin.	Ottobre tezza osserva Met. lin.	ovemb zza osser Met. lin.	Dicembre ltezza osservata Met. lin.
il	0 .0	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Alteza osservata Met. lin.	Ciugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
-													
	1	1,80	0,80	1,45	1,00	1,35	1,30	0,90	0,85	. 1,20	1,30	1,35	1,60
I	2	1,70	0,80	1,45	1,00	1,35	1,30	0,90	0,90	1,20	1,30	1,35	1,50
l	3	2,10	0,80	1,45	1,00	1,35	1,30	0,90	0,85	1,20	1,30	1,55	1,70
	4	1,60	0,80	1,45	1,00	1,40	1,25	0,90	1,10	1,20	1,30	1,45	1,40
	5	1,50	0,80	1,40	1,00	1,35	1,20	0,90	1,10	1,20	1,30	1,40	1,30
	6	1,40	0,80	1,40	1,00	1,30	1,20	0,90	1,10	1,20	1,30	1,60	1,20
	7	1,30	0,80	1,40	0,95	1,30	1,20	0,90	1,10	1,20	1,30	1,45	1,15
	8	1,27	0,80	1,40	1,05	1,75	1,20	0,90	1,10	1,20	1,30	1,45	1,05
	9	1,20	0,80	1,40	2,70	1,50	1,10	0,90	1,10	1,20	1,30	1,45	1,15
	10	1,15	0,80	1,35	2,00	1,40	1,15	0,90	1,10	1,20	1,30	1,65	1,50
	11	1,00	0,80	1,35	1,60	1,30	1,10	0,85	1,10	1,15	1,30	2,10	1,45
	12	1,00	0,75	1,35	1,50	1,30	1,10	0,85	1,10	1,15	1,30	1,00	1,45
	13	1,00	0,75	1,35	1,50	1,35	1,05	0,85	1,10	1,15	1,30	1,30	1,45
	14	1,00	0,75	1,30	1,40	1,45	1,00	0,85	1,10	1,15	1,30	1,05	1,45
	15	1,00	0,75	1,30	1,35	1,40	1,00	0,85	1,10	1,15	1,30	0,90	1,45
	16	0,95	0,75	1,30	1,30	1,40	1,05	0,85	1,10	1,15	1,30	0,85	1,45
	17	0,95	0,75	2,00	1,50	1,35	1,00	0,85	1,10	1,15	1,30	1,40	1,40
	18	0,95	0,75	2,05	1,70	1,30	1,00	0,85	1,10	1,15	1,30	1,40	1,65
	19	0,95	0,75	3,50	1,60	1,25	0,95	0,85	1,10	1,15	1,40	1,40	1,55
	20	0,90	0,70	3,45	1,50	1,25	0,95	0,80	1,10	1,15	1,30	1,35	1,55
	21	0,90	0,70	3,25	1,45	1,25	0,95	0,80	1,05	1,15	1,30	1,35	1,50
	22	0,90	0,70	2,40	1,40	1,20	0,95	0,80	1,05	1,15	1,30	1,35	1,45
	23	0,90	0,70	2,00	1,40	1,25	0,95	0,80	1,20	1,15	1,30	1,35	1,45
	24	0,90	0,70	1,90	1,35	1,35	0,95	0,80	1,20	1,15	1,30	1,35	1,45
	25	0,85	0,70	1,80	1,35	1,25	0,95	0,80	1,20	1,15	1,30	1,35	1,45
	26	0,85	0,70	1,10	1,35	1,20	0,95	0,85	1,20	1,15	1,30	1,35	1,45
	27	0,85	0,70	1,05	1,45	2,20	0,95	0,85	1,20	1,15	1,30	1,00	1 40
	28	0,80	0,70	1,05	1,40	1,55	0,90	0,85	1,20	1,15	1,35	1,00	1,40
	29	0,80		1,00		1,35	0,90	0,90	1,20	1,15	1,40	1,65	1,40
	30	0,80		1,00	1,40		0,90	0,85	1,20	1,30	1,35	1,55	1,40
	31	0,80		1,00		1,25		0,85	1,20		1,45		1,40
	C 1	94.05	01.10	EO GE	41.65	40 55	01.75	96.60	01.00	05.15	40.75	10.75	44.15
	Sommata Media	34,07 1,10	21,10 0,75	50,65 1,63	41,65 1,39	42,55 1,37	31,75 1,06	26,60 0,86	34,20 1,10	35,15 1,17	40,75 1,31	40,75 1,36	44,15 1,39
	Massima Minima	2,10 0,80	0,80 0,70	3,50 1,00	2,70 0,95	2,20 1,20	1,30 0,90	0,90	1,20 0,85	1,30 1,15	1,45 1,30	2,10 0,85	1,70 1,05
	Differenza		0,10	2,50	1,75	1,00	0,40	0,10	0,35	0,15	0,15	1,25	0,65
	JINGI GII Za	1,00	0,10	2,00	1,10	1,00	0,40	0,10	0,55	0,10	0,10	1,40	0,00

Anno 1890.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

	ALTI	EZZA	ALTI	EZZA						
MESI	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.					
Gennaio. Febbraio Marzo Aprile Maggio Giugno Luglio Agosto Settembre Ottobre Novembre Dicembre	52,08 38,71 62,29 58,33 59,40 46,31 34,25 32,60 31,69 35,82 62,96 58,19 572,63	1,68 1,38 2,01 1,94 1,92 1,54 1,10 1,05 1,06 1,16 2,99 1,88	3,28 1,69 4,70 3,20 3,86 1,90 1,20 1,44 1,18 3,06 3,78 2,88	1,36 1,28 1,28 1,63 1,61 1,23 1,06 1,00 1,02 1,01 1,64 1,65	1,92 0,41 3,42 1,57 2,25 0,67 0,14 0,44 0,16 2,05 2,14 1,23					
Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{572,63}{365} = 1,5688$.										
Altezza massima dell'intero an	no met. lin.	4,70) diff	ferenza massi	ma 3,70.						

Anno 1890.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

OSSERVATO ALL IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.										
	ALTI	EZZA	ALTI							
MESI	MEN	SILE	Massima	Minima	DIFFERENZE					
	Sommata	Media	Massina							
	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.					
Gennaio. Febbraio Marzo Aprile Maggio Giugno Luglio Agosto Settembre Ottobre Novembre Dicembre	218,68 174,45 236,65 216,72 221,26 192,13 182,55 178,08 171,34 178,07 198,37 208,85	7,05 6,23 7,63 7,22 7,14 6,40 5,89 5,74 5,71 5,74 6,61 6,74	10,93 7,12 13,28 8,66 8,89 6,98 6,13 5,93 5,91 8,00 9,28 8,83	6,30 6,08 6,12 6,64 6,61 6,01 5,76 5,66 5,65 5,59 5,99 6,02	4,63 1,04 7,16 2,02 2,28 0,97 0,37 0,27 0,26 2,41 3,29 2,81					
Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2377,15}{365} = 6,5127.$										
Altezza massima dell'intero an minima "	no met. lin.	13,28) diffe	erenza massir	na 7 ,69.						

Anno 1890.

STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

	ALTI	EZZA	ALT	DIFFERENZE					
MESI	MENSILE Sommata Media		Massima			Minima			
	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.				
Gennaio. Febbraio Marzo Aprile Maggio Giugno Luglio Agosto Settembre Ottobre Novembre Dicembre	34,07 21,10 50,65 41,65 42,55 31,75 26,60 34,20 35,15 40,75 40,75 44,15	1,10 0,75 1,63 1,39 1,37 1,06 0,86 1,10 1,17 1,31 1,36 1,39	2,10 0,80 3,50 2,70 2,20 1,30 0,90 1,20 1,30 1,45 2,10 1,70	0,80 0,70 1,00 0,95 1,20 0,90 0,80 0,85 1,15 1,30 0,85 1,05	1,30 0,10 2,50 1,75 1,00 0,40 0,10 0,35 0,15 0,15 1,25 0,65				
Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{443,37}{365} = 1,2147.$									
Altezza massima dell'intero ann	no met. lin.	3,50 diffe	erenza massim	a 2,80.					

minima



Tit Martolli B.



RELAZIONE

letta dal Socio L. Cremona, a nome anche del Socio E. D'Ovidio, relatore, nella seduta del 18 giugno 1893, sulla Memoria presentata dal prof. L. Berzolari, intitolata: Sulla curva gobba razionale del quint'ordine.

- La curva gobba razionale del 5° ordine è stata sinora argomento di poche pubblicazioni. R. Sturm prima e Bertini poi ne assegnarono belle proprietà con procedimenti di pura geometria. In seguito W. Stahl ha adoperato il metodo analitico, servendosi delle curve chiamate osculanti dal Jolles, e di una certa involuzione del 5° ordine sulla curva, detta fondamentale da esso Stahl.
- La presente Memoria si collega con le ricerche dello Stahl. L'A. forma gli undici combinanti elementari della curva, supposte espresse le coordinate da quattro forme binarie del 5° ordine; dà le relazioni fra i combinanti di una stessa specie nonchè alcune fra quelli di specie diverse, e trova il significato geometrico di quei combinanti ed alcune loro spinte. L'introduzione dei combinanti elementari nello studio delle curve piane razionali è dovuta al sig. Gross, ed è stata estesa dal Berzolari alle curve gobbe razionali del 4° ordine in un recente lavoro, col quale il presente fa sistema. Inoltre l'A. ritrova, ma per altra via, una certa cubica gobba e un tessuto di quadriche, che sono annesse alla curva del 5° ordine e furon già considerate dallo Stahl. E la prima parte della Memoria si chiude con alcune nuove proprietà di una notevole involuzione di 5° ordine e 2° specie determinata sulla curva da un punto qualsiasi dello spazio, involuzione che in altro recente lavoro l'A. aveva considerata sopra una curva razionale in uno spazio lineare qualunque.
- 4 I sigⁱ. Friedrich, E. Meyer e Stahl avevano studiato la curva piana razionale del 4º ordine esprimendo le coordinate di un suo punto come seconde derivate di una forma binaria del 6º ordine. Tale importante concetto è qui per la prima volta attuato dall'A. nella 2ª parte della Memoria per lo studio della curva gobba razionale del 5º ordine, esprimendo le coordinate d'ogni suo punto come terze derivate di una unica forma binaria dell'8º ordine. Ciò lo conduce a dare il significato geometrico di parecchie formazioni invariantive di una binaria dell'8º ordine, a mostrare che vi è apolarità fra le quadriche del tessuto anzidetto e le quadriche per la cubica considerata insieme ad esso, ed a trovare altre proprietà della curva del 5º ordine.
- " La natura dell'argomento e del metodo di trattazione non consentono di entrare nei particolari senza troppo dilungarci.
 - « Riassumendo, osserviamo che il presente lavoro, pur avendo connessione con altri

di altri autori, segue nel suo svolgimento una via propria e feconda e si riferisce a un soggetto sinora poco trattato. Vi è notevole la copia e la varietà dei risultati, dei quali parecchi nuovi e interessanti, l'unità ed eleganza nei procedimenti, l'uso abile e sicuro che vi è fatto della teoria delle forme algebriche, la diligenza bibliografica.

« E però i Commissari son di avviso che la Memoria del prof. Berzolari possa essere accolta nei volumi dell'Accademia ».

Sulla curva gobba razionale del quint'ordine. Memoria del prof. L. BERZOLARI.

La curva gobba razionale del quint' ordine è stata finora poco studiata: nel 5° Capitolo delle Synthetische Untersuchungen über Flächen dritter Ordnung (Leipzig, 1867) il sig. R. Sturm, esaminando i diversi modi in cui può spezzarsi l'intersezione di due superficie cubiche, ha per primo assegnato alcune notevoli proprietà, relative alle trisecanti ed alla quadrisecante della curva. Tali proprietà, insieme con altre, concernenti specialmente le coniche appoggiate alla quintica in cinque punti, furono poi dimostrate nuovamente in modo diretto dal sig. Bertini (¹), il lavoro del quale, come quello del sig. Sturm, è di pura geometria. In seguito, per quanto mi consta, si è occupato dello stesso argomento, ma con metodo analitico e con indirizzo affatto differente, soltanto il sig. Stahl, il quale in alcuni paragrafi della Memoria Ueber die Fundamentalinvolutionen auf rationalen Curven (Giornale di Crelle, Bd. 104, 1888, §§ 3°, 3°, 3°, 3°) ha dimostrato parecchi eleganti teoremi, che nascono dalla considerazione delle curve osculanti e di una certa involuzione del 5° ordine segnata sulla curva, e da lui chiamata fondamentale.

Il presente lavoro si collega sopratutto con queste ricerche del sig. Stahl, ed è diviso in due parti. La prima, in cui ho seguito lo stesso metodo già adoperato in un mio precedente lavoro (²), si fonda sulla considerazione dei combinanti elementari della curva: ho trovato che essi sono in numero di undici, ed ho stabilito tutte le relazioni a cui devono identicamente soddisfare quelli che appartengono ad una medesima specie, insieme con alcune che hanno luogo fra combinanti di specie diversa. Ho inoltre assegnato il significato geometrico dei combinanti stessi e di alcune loro spinte, determinando, in particolare, i covarianti che si riferiscono ad alcune fra le più semplici singolarità della curva.

Sono poi anche pervenuto, per una via che mi sembra notevole, alla cubica gobba che il sig. Stahl, con altro metodo, ha dimostrato essere luogo dei vertici degli ∞^1 pentagoni determinati dalle prime osculanti dei punti dei vari gruppi dell'involuzione fondamentale, ed ho stabilita l'equazione del tessuto di quadriche (*Flächenschaarschaar zweiter Klasse*), di cui il sig. Stahl (l. c., § 3^b) ha assegnato notevolissime proprietà. Da ultimo ho trovato alcuni teoremi relativi a quell'involuzione di 5° ordine

⁽¹⁾ Sulle curve gobbe razionali del 5º ordine (Collectanea Math. in mem. D. Chelini, 1881).

⁽²⁾ Sui combinanti dei sistemi di forme binarie ecc. (Annali di Matem., Serie 2ª, t. XX, 1892),

e 2ª specie, che, per quanto ho dimostrato in un recente lavoro (¹), viene determinata sulla curva da un punto fissato arbitrariamente nello spazio.

Nella seconda parte, riferendomi dapprima per semplicità ad alcune formule del sig. Stahl (l. c., pag. 47), ho considerata la quintica supponendo le coordinate del suo punto corrente proporzionali alle derivate terze di una forma binaria dell'8° ordine, iniziando così uno studio della quintica analogo a quello fatto sulla quartica piana razionale dai sigi. Friedrich, E. Meyer e Stahl (²). Ho potuto così assegnare il significato geometrico di parecchi invarianti e covarianti della forma di 8° ordine, ed in particolare ho trovata la proprietà, che il tessuto di quadriche sopra nominato è armonico alla cubica gobba della quale pure sopra si è parlato (cioè è composto d'inviluppi di 2° classe apolari a tutte le superficie di 2° ordine passanti per la cubica); le sestuple di punti della cubica gobba, i cui piani osculatori toccano le quadriche del tessuto, sono le polari miste di 6° ordine della forma di 8° ordine. Mediante queste proprietà lo studio della curva del 5° ordine viene a collegarsi con alcune note ed eleganti ricerche, dovute specialmente ai sigi. Reye e F. Meyer.

È poi appena necessario osservare che parecchi dei risultati qui ottenuti si estendono senz'altro alle curve razionali di ordine n+2 di uno spazio ad n dimensioni.

PARTE PRIMA

§ 1.

Le funzioni generatrici. I combinanti elementari e le relazioni fra i medesimi

1. Le coordinate del punto λ della quintica C₅ siano date dalle formole

$$\varrho x_{i} = f_{i}(\lambda) = a_{i0} \lambda^{5} + a_{i1} \lambda^{4} + a_{i2} \lambda^{3} + a_{i3} \lambda^{2} + a_{i4} \lambda + a_{i5}$$

$$(i = 1, 2, 3, 4),$$

e in notazione simbolica si abbia

$$f_1(\lambda) = a_{\lambda^5}, \quad f_2(\lambda) = b_{\lambda^5}, \quad f_3(\lambda) = c_{\lambda^5}, \quad f_4(\lambda) = d_{\lambda^5}.$$

Le coordinate della tangente nel punto λ sono

$$\begin{split} \sigma p_{ik} &= \mathrm{F}_{ik} \left(\lambda_1 \,,\, \lambda_2 \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{\Im f_i}{\Im \lambda_1} \, \frac{\Im f_k}{\Im \lambda_2} - \frac{\Im f_i}{\Im \lambda_2} \, \frac{\Im f_k}{\Im \lambda_1} \right) \\ &= (01)_{ik} \, \lambda^8 + 2(02)_{ik} \, \lambda^7 + \left[(12)_{ik} + 3(03)_{ik} \right] \lambda^6 + \left[2(13)_{ik} + 4(04)_{ik} \right] \lambda^5 \\ &+ \left[(23)_{ik} + 3(14)_{ik} + 5(05)_{ik} \right] \lambda^4 + \left[2(24)_{ik} + 4(15)_{ik} \right] \lambda^3 \\ &+ \left[(34)_{ik} + 3(25)_{ik} \right] \lambda^2 + 2(35)_{ik} \, \lambda + (45)_{ik} \\ &\qquad \qquad (i, k = 1, 2; 1, 3; 1, 4; 2, 3; 2, 4; 3, 4) \,, \end{split}$$

⁽¹⁾ Sulle curve razionali di uno spazio lineare ad un numero qualunque di dimensioni (Annali di Matem., Serie 2^a, t. XXI, 1893).

⁽²⁾ Circa questo argomento e le notizie bibliografiche ad esso relative, vedasi la mia Nota Sulla teoria dell'involuzione ecc. (Rend. della R. Accad. delle Scienze Fis. e Matem. di Napoli, 14 febbraio 1891).

e quelle del piano osculatore nel punto λ sono

$$\boldsymbol{\sigma}u_{i} = \boldsymbol{\Phi}_{i}\left(\lambda_{1}, \lambda_{2}\right) = \frac{1}{160} \begin{vmatrix} \frac{\partial^{2}f_{m}}{\partial \lambda_{1}^{2}} & \frac{\partial^{2}f_{m}}{\partial \lambda_{1}} & \frac{\partial^{2}f_{m}}{\partial \lambda_{2}} \\ \frac{\partial^{2}f_{n}}{\partial \lambda_{1}^{2}} & \frac{\partial^{2}f_{n}}{\partial \lambda_{1}} & \frac{\partial^{2}f_{n}}{\partial \lambda_{2}} \\ \frac{\partial^{2}f_{k}}{\partial \lambda_{1}^{2}} & \frac{\partial^{2}f_{k}}{\partial \lambda_{1}} & \frac{\partial^{2}f_{k}}{\partial \lambda_{2}} & \frac{\partial^{2}f_{k}}{\partial \lambda_{2}^{2}} \end{vmatrix}$$

 $= (012)_{mnk}\lambda^{9} + 3(013)_{mnk}\lambda^{8} + \left[6(014)_{mnk} + 3(023)_{mnk}\right]\lambda^{7}$ $+ \left[10(015)_{mnk} + 8(024)_{mnk} + (123)_{mnk}\right]\lambda^{6} + \left[15(025)_{mnk} + 6(034)_{mnk} + 3(124)_{mnk}\right]\lambda^{5}$ $+ \left[15(035)_{mnk} + 6(125)_{mnk} + 3(134)_{mnk}\right]\lambda^{4} + \left[10(045)_{mnk} + 8(135)_{mnk} + (234)_{mnk}\right]\lambda^{3}$ $+ \left[6(145)_{mnk} + 3(235)_{mnk}\right]\lambda^{2} + 3(245)_{mnk}\lambda + (345)_{mnk}$ (i, m, n, k = 1, 2, 3, 4; 2, 3, 1, 4; 3, 1, 2, 4; 4, 3, 2, 1),

dove si è fatto uso delle stesse notazioni adoperate nel § 1 della Memoria Sui combinanti dei sistemi di forme binarie ecc.

I determinanti di 4º ordine che entreranno come coefficienti nei combinanti verranno denotati come segue:

e porremo inoltre

$$\alpha_0 = \sum_{i=1}^{4} a_{i0} u_i, \ \alpha_1 = \sum_{i=1}^{4} a_{i1} u_i, \ \alpha_2 = \sum_{i=1}^{4} a_{i2} u_i, \ \alpha_3 = \sum_{i=1}^{4} a_{i3} u_i, \ \alpha_4 = \sum_{i=1}^{4} a_{i4} u_i,$$

$$\alpha_5 = \sum_{i=1}^{4} a_{i5} u_i.$$

2. Esistono cinque funzioni generatrici dirette G', G'₁, G'₂, G₃, g_3 , e cinque funzioni generatrici indirette Γ' , Γ'_1 , Γ'_2 , Γ'_3 , γ'_3 : per brevità ometto di scrivere le loro espressioni effettive, che sono molto complicate, e fra poco ne darò invece le espressioni simboliche.

Svolgendo secondo le potenze dei determinanti $(\lambda \mu)$, le funzioni generatrici sia dirette che indirette, si vengono a determinare i combinanti elementari della

curva, il cui numero è undici. Tre di essi non contengono che le variabili binarie λ_1 , λ_2 e sono:

$$w_{\lambda}^{8} = a_{4} \lambda^{8} + 4a_{5} \lambda^{7} + (10a_{6} + 6a_{7}) \lambda^{6} + (20a_{8} + 4a_{10}) \lambda^{5} + (20a_{9} + 15a_{11} + a_{14})\lambda^{4} + (20a_{12} + 4a_{15})\lambda^{3} + (10a_{13} + 6a_{16})\lambda^{2} + 4a_{17}\lambda + a_{18}, q_{\lambda}^{4} = (3a_{6} - a_{7})\lambda^{4} + (4a_{8} - 2a_{10})\lambda^{3} + (8a_{9} - a_{11} - a_{14})\lambda^{2} + (4a_{12} - 2a_{15})\lambda + 3a_{13} - a_{16}, \delta = 10a_{9} - 5a_{11} + a_{14},$$

ossia simbolicamente:

$$\begin{split} w_{\lambda}{}^{8} &= 500 \ (ab) \ (ac) \ (ad) \ (bc) \ (bd) \ (cd) \ a_{\lambda}{}^{2} \ b_{\lambda}{}^{2} \ c_{\lambda}{}^{2} \ d_{\lambda}{}^{2} \ , \\ q_{\lambda}{}^{4} &= 50 \ \ (ab) \ (ac) \ (ad) \ (bc) \ (bd) \ (cd) \ [\ (ab)^{2} \ c_{\lambda}{}^{2} \ d_{\lambda}{}^{2} + (ac)^{2} \ b_{\lambda}{}^{2} \ d_{\lambda}{}^{2} \\ &+ (ad)^{2} \ b_{\lambda}{}^{2} \ c_{\lambda}{}^{2} + (bc)^{2} \ a_{\lambda}{}^{2} \ d_{\lambda}{}^{2} + (bd)^{2} \ a_{\lambda}{}^{2} \ c_{\lambda}{}^{2} + (cd)^{2} \ a_{\lambda}{}^{2} \ b_{\lambda}{}^{2} \] \ , \\ \delta &= 125 \ (ab) \ (ac) \ (ad) \ (bc) \ (bd) \ (cd) \ [\ (bc)^{2} \ (ad)^{2} + (ca)^{2} \ (bd)^{2} + (ab)^{2} \ (cd)^{2} \]. \end{split}$$

Vi sono poi tre combinanti elementari orlati semplicemente, cioè contenenti, insieme colle variabili λ_1 , λ_2 , anche le coordinate di punto, e sono:

$$\begin{split} W_{\lambda^9} = & - A_1 \, \lambda^9 - 3 A_2 \, \lambda^8 - (6 A_3 + 3 A_5) \, \lambda^7 - (10 A_4 + 8 A_6 + A_{11}) \, \lambda^6 \\ & - (15 A_7 + 6 A_8 + 3 A_{12}) \, \lambda^5 - (15 A_9 + 6 A_{13} + 3 A_{14}) \, \lambda^4 - (10 A_{10} + 8 A_{15} + A_{17}) \lambda^3 \\ & - (6 A_{16} + 3 A_{18}) \, \lambda^2 - 3 A_{19} \, \lambda - A_{20} \, , \\ Q_{\lambda^5} = & (2 A_3 - A_5) \, \lambda^5 + (10 A_4 - A_{11}) \, \lambda^4 + (10 A_7 - 2 A_{12}) \, \lambda^3 + (10 A_9 - 2 A_{14}) \, \lambda^2 \\ & + (10 A_{10} - A_{17}) \, \lambda + 2 A_{16} - A_{18} \, , \\ S_{\lambda^3} = & (20 A_4 - 5 A_6 + 2 A_{11}) \, \lambda^3 + (15 A_7 - 15 A_8 + 3 A_{12}) \, \lambda^2 \\ & - (15 A_9 - 15 A_{13} + 3 A_{14}) \, \lambda - 20 A_{10} + 5 A_{15} - 2 A_{17} \, , \end{split}$$

ossia simbolicamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\lambda^9} &= x_1 \, \mathbf{A}_{\lambda^9} + x_2 \, \mathbf{B}_{\lambda^9} + x_3 \, \mathbf{C}_{\lambda^9} + x_4 \, \mathbf{D}_{\lambda^9} \,, \\ \mathbf{Q}_{\lambda^5} &= x_1 \, \mathbf{E}_{\lambda^5} + x_2 \, \mathbf{F}_{\lambda^5} + x_3 \, \mathbf{G}_{\lambda^5} + x_4 \, \mathbf{H}_{\lambda^5} \,, \\ \mathbf{S}_{\lambda^3} &= x_1 \, \mathbf{K}_{\lambda^3} + x_2 \, \mathbf{L}_{\lambda^3} + x_3 \, \mathbf{M}_{\lambda^3} + x_4 \, \mathbf{N}_{\lambda^3} \,, \end{aligned}$$

avendo posto:

$$\begin{array}{lll} A_{\lambda^{9}} = & 50 \ (bc) \ (cd) \ (db) \ b_{\lambda^{3}} \ c_{\lambda^{3}} \ d_{\lambda^{3}} \ , & B_{\lambda^{9}} = -50 \ (cd) \ (da) \ (ac) \ c_{\lambda^{3}} \ a_{\lambda^{3}} \ d_{\lambda^{3}} \ , \\ C_{\lambda^{9}} = & 50 \ (da) \ (ab) \ (bd) \ a_{\lambda^{3}} \ b_{\lambda^{3}} \ d_{\lambda^{3}} \ , & D_{\lambda^{9}} = -50 \ (ab) \ (bc) \ (ca) \ a_{\lambda^{3}} \ b_{\lambda^{3}} \ c_{\lambda^{3}} \ ; \\ E_{\lambda^{5}} = & -50 \ (bc) \ (cd) \ (db) \ [\ (cd)^{2} \ c_{\lambda} \ d_{\lambda} \ b_{\lambda^{3}} + (db)^{2} \ d_{\lambda} \ b_{\lambda} \ c_{\lambda^{3}} + (bc)^{2} \ b_{\lambda} \ c_{\lambda} \ d_{\lambda^{3}} \] \ , \\ F_{\lambda^{5}} = & 50 \ (cd) \ (da) \ (ac) \ [\ (da)^{2} \ d_{\lambda} \ a_{\lambda} \ c_{\lambda^{3}} + (ac)^{2} \ a_{\lambda} \ c_{\lambda} \ d_{\lambda^{3}} + (cd)^{2} \ c_{\lambda} \ d_{\lambda} \ a_{\lambda^{3}} \] \ , \\ E_{\lambda^{3}} = & 50 \ (bc) \ (cd) \ (db) \ [\ (bc)^{2} (bd) c_{\lambda} \ d_{\lambda^{2}} + (bd)^{2} (bc) d_{\lambda} \ c_{\lambda^{2}} + (cd)^{2} \ (cb) \ d_{\lambda} \ b_{\lambda^{2}} + (cb)^{2} \ (cb) \ d_{\lambda} \ b_{\lambda^{2}} \ + (cb)^{2} \ (cd) \ d_{\lambda} \ d_{\lambda^{2}} + (dc)^{2} \ (db) \ c_{\lambda} \ b_{\lambda^{2}} \] \ , \\ L_{\lambda^{3}} = & -50 \ (cd) \ (da) \ (ac) \ [\ (cd)^{2} \ (ca) \ d_{\lambda} \ a_{\lambda^{2}} + \cdots \] \ , \end{aligned}$$

Si hanno inoltre i tre seguenti combinanti elementari doppiamente orlati, cioè contenenti, oltre alle variabili binarie, anche coordinate di rette:

$$\begin{split} V_{\lambda^8} &= B_1 \, \lambda^8 + 2 B_2 \, \lambda^7 + (3 B_3 + B_6) \, \lambda^6 + (4 B_4 + 2 B_7) \, \lambda^5 \\ &\quad + (5 B_5 + 3 B_8 + B_{10}) \, \lambda^4 + (4 B_9 + 2 B_{11}) \, \lambda^3 + (3 B_{12} + B_{13}) \, \lambda^2 + 2 B_{14} \, \lambda + B_{15}, \\ P_{\lambda^4} &= (5 B_3 - 3 B_6) \, \lambda^4 + (20 B_4 - 4 B_7) \, \lambda^3 + (50 B_5 + 2 B_8 - 4 B_{10}) \, \lambda^2 \\ &\quad + (20 B_9 - 4 B_{11}) \, \lambda + 5 B_{12} - 3 B_{13} \,, \\ R &= 10 B_5 - 2 B_8 + B_{10} \,, \\ \text{ossia} \end{split}$$

$$\begin{array}{l} V_{\lambda}{}^{8} = 5 \left[p_{23} \left(ad \right)_{1} + p_{31} \left(bd \right)_{1} + p_{12} \left(cd \right)_{1} + p_{14} \left(bc \right)_{1} + p_{24} \left(ca \right)_{1} + p_{34} \left(ab \right)_{1} \right], \\ P_{\lambda}{}^{4} = 50 \left[p_{23} \left(ad \right)_{3} + p_{31} \left(bd \right)_{3} + \cdots + \cdots + \cdots + \cdots \right], \\ R = 10 \left[p_{23} \left(ad \right)_{5} + p_{31} \left(bd \right)_{5} + \cdots + \cdots + \cdots \right]. \end{array}$$

Infine si hanno i due seguenti combinanti orlati tre volte:

$$G_3 = \alpha_{\lambda}^5 = \alpha_0 \lambda^5 + \alpha_1 \lambda^4 + \alpha_2 \lambda^3 + \alpha_3 \lambda^2 + \alpha_4 \lambda + \alpha_5,$$

$$g_3 = \omega_{\lambda}^5 = \omega_0 \lambda^5 + \omega_1 \lambda^4 + \omega_2 \lambda^3 + \omega_3 \lambda^2 + \omega_4 \lambda + \omega_5.$$

3. Le funzioni generatrici dirette si sviluppano allora nel modo seguente:

$$\begin{split} \mathbf{G}' &= w_{\lambda}^{2} w_{\mu}^{2} w_{\nu}^{2} w_{\rho}^{2} + \frac{1}{14} \Big\{ (\lambda \mu)^{2} q_{\nu}^{2} q_{\rho}^{2} + (\lambda \nu)^{2} q_{\mu}^{2} q_{\rho}^{2} + (\lambda \varrho)^{2} q_{\mu}^{2} q_{\nu}^{2} + (\mu \nu)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{\rho}^{2} \\ &+ (\mu \varrho)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{\nu}^{2} + (\nu \varrho)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{\mu}^{2} \Big\} + \frac{1}{60} \delta \Big\{ (\mu \nu)^{2} (\lambda \varrho)^{2} + (\nu \lambda)^{2} (\mu \varrho)^{2} + (\lambda \mu)^{2} (\nu \varrho)^{2} \Big\} \Big\}, \\ \mathbf{G}'_{1} &= \mathbf{W}_{\lambda}^{3} \mathbf{W}_{\mu}^{3} \mathbf{W}_{\nu}^{3} - \frac{1}{8} \Big\{ (\mu \nu)^{2} \mathbf{Q}_{\mu} \mathbf{Q}_{\nu} \mathbf{Q}_{\lambda}^{3} + (\nu \lambda)^{2} \mathbf{Q}_{\nu} \mathbf{Q}_{\lambda} \mathbf{Q}_{\mu}^{3} + (\lambda \mu)^{2} \mathbf{Q}_{\lambda} \mathbf{Q}_{\mu} \mathbf{Q}_{\nu}^{3} \Big\} \\ &+ \frac{1}{105} \Big\{ (\lambda \mu)^{2} (\lambda \nu) \mathbf{S}_{\mu} \mathbf{S}_{\nu}^{2} + (\lambda \nu)^{2} (\lambda \mu) \mathbf{S}_{\nu} \mathbf{S}_{\mu}^{2} + (\mu \nu)^{2} (\mu \lambda) \mathbf{S}_{\nu} \mathbf{S}_{\lambda}^{2} + (\mu \lambda)^{2} (\mu \nu) \mathbf{S}_{\lambda} \mathbf{S}_{\nu}^{2} \\ &+ (\nu \lambda)^{2} (\nu \mu) \mathbf{S}_{\lambda} \mathbf{S}_{\mu}^{2} + (\nu \mu)^{2} (\nu \lambda) \mathbf{S}_{\mu} \mathbf{S}_{\lambda}^{2} \Big\}, \\ \mathbf{G}'_{2} &= \mathbf{V}_{\lambda}^{4} \mathbf{V}_{\mu}^{4} + \frac{1}{14} (\lambda \mu)^{2} \mathbf{P}_{\lambda}^{2} \mathbf{P}_{\mu}^{2} + \frac{1}{30} \mathbf{R} (\lambda \mu)^{4}, \end{split}$$

e le funzioni generatrici indirette come segue:

$$\begin{split} &\Gamma' = 5 w_{\lambda}^4 w_{\mu}^4 - \frac{25}{7} (\lambda \mu)^2 q_{\lambda}^2 q_{\mu}^2 + \frac{1}{3} \delta (\lambda \mu)^4 \,, \\ &\Gamma'_{1} = -50 \, W_{\lambda}^3 \, W_{\mu}^3 \, W_{\nu}^3 - \frac{25}{4} \Big\{ (\mu \nu)^2 \, Q_{\mu} \, Q_{\nu} \, Q_{\lambda}^3 + (\nu \lambda)^2 \, Q_{\nu} \, Q_{\lambda} \, Q_{\mu}^3 + (\lambda \mu)^2 \, Q_{\lambda} \, Q_{\mu} \, Q_{\nu}^3 \Big\} \\ &- \frac{10}{21} \Big\{ (\lambda \mu)^2 (\lambda \nu) \, S_{\mu} \, S_{\nu}^2 + (\lambda \nu)^2 (\lambda \mu) \, S_{\nu} \, S_{\mu}^2 + (\mu \nu)^2 (\mu \lambda) \, S_{\nu} \, S_{\lambda}^2 + (\mu \lambda)^2 (\mu \nu) \, S_{\lambda} \, S_{\nu}^2 \\ &+ (\nu \lambda)^2 (\nu \mu) \, S_{\lambda} \, S_{\mu}^2 + (\nu \mu)^2 (\nu \lambda) \, S_{\mu} \, S_{\lambda}^2 \Big\} \,, \\ &\Gamma'_{2} = 500 \, V_{\lambda}^2 \, V_{\mu}^2 \, V_{\nu}^2 \, V_{\rho}^2 - \frac{25}{7} \Big\{ (\lambda \mu)^2 \, P_{\nu}^2 \, P_{\rho}^2 + (\lambda \nu)^2 \, P_{\mu}^2 \, P_{\rho}^2 + (\lambda \varrho)^2 \, P_{\mu}^2 \, P_{\nu}^2 \\ &+ (\mu \nu)^2 \, P_{\lambda}^2 \, P_{\rho}^2 + (\mu \varrho)^2 \, P_{\lambda}^2 \, P_{\nu}^2 + (\nu \varrho)^2 \, P_{\lambda}^2 \, P_{\mu}^2 \Big\} \\ &+ \frac{25}{6} \, R \, \Big\{ (\mu \nu)^2 (\lambda \varrho)^2 + (\nu \lambda)^2 (\mu \varrho)^2 + (\lambda \mu)^2 (\nu \varrho)^2 \Big\} \,. \end{split}$$

È però da notare che fra le prime debbono pure noverarsi le forme G_3 e g_3 , di cui già si sono scritte le espressioni, e fra le ultime le Γ'_3 e γ'_3 , che sono date da

$$\Gamma'_{\,3} = \alpha_{\lambda} \, \alpha_{\mu} \, \alpha_{\nu} \, \alpha_{\rho} \, \alpha_{\sigma} \, , \qquad \quad \gamma'_{\,3} = \omega_{\lambda} \, \omega_{\mu} \, \omega_{\nu} \, \omega_{\rho} \, \omega_{\sigma} \, .$$

4. Nel lavoro Sulle curve razionali ecc. (Annali di Matem., serie 2ª, t. XXI) ho determinato, per una curva razionale qualunque, il significato geometrico di tutte le funzioni generatrici dirette e indirette (¹); nel caso presente risulta in primo luogo:

L'equazione G'=0 esprime la condizione perchè i punti λ,μ,ν,ϱ della quintica C_5 siano in un piano.

⁽¹⁾ Per certe denominazioni e proprietà, di cui qui e in seguito farò uso senz'altro, vedansi i miei due lavori pubblicati nei volumi XX e XXI degli *Annali di Matem.*, ai quali rimando pure per le relative indicazioni bibliografiche.

L'equazione $G_1 = 0$ rappresenta il piano determinato dai punti λ , μ , ν della curva.

L'equazione $G_2' = 0$ rappresenta il complesso lineare speciale avente per asse la corda che unisce i punti λ e μ della curva.

Facendo coincidere i punti ora considerati, si ricavano i significati di alcuni fra i combinanti elementari:

La quintica possiede otto piani stazionarî, i cui punti di contatto sono le radici del combinante w^{8}_{λ} .

Uguagliando a zero la forma W_{λ^9} , si ottiene l'equazione del piano che oscula la curva nel punto λ .

Uguagliando a zero la forma V_{λ^8} , si ottiene l'equazione del complesso lineare speciale avente per asse la tangente alla quintica nel punto λ .

Si ha inoltre:

L'equazione $G_3=\alpha_{\lambda}{}^5=0$ rappresenta, in coordinate di piani, il punto λ della quintica.

L'equazione $g_3 = \omega_{\lambda}^5 = 0$, dato λ e data una retta di coordinate p_{ik} , rappresenta il piano determinato dalla retta e dal punto λ di C_5 ; dato invece λ e dato un punto di coordinate x_i , rappresenta il complesso lineare speciale avente per asse la retta determinata dal punto considerato e dal punto λ di C_5 , ecc.

5. Dal n. 2 della Memoria Sulle curve razionali ecc. risulta:

L'equazione $\Gamma'=0$ rappresenta l'involuzione fondamentale (che è del 5° ordine e di 1° specie), cioè dà la relazione che intercede fra due punti λ e μ della quintica, appartenenti ad uno stesso gruppo dell'involuzione.

Denotando, come sempre faremo nel seguito, con C^4_{λ} , $C^3_{\lambda,\mu}$, $C^2_{\lambda,\mu,\nu}$ rispett. la prima osculante del punto λ , la seconda osculante mista dei punti λ , μ , e la terza osculante mista dei punti λ , μ , ν , dal nº 7 del lavoro ora citato seguono pure le proprietà:

Dati tre punti qualunque λ , μ , ν della quintica, essi, presi a due a due, determinano tre seconde osculanti miste, cioè le cubiche gobbe $C^3_{\mu,\nu}$, $C^3_{\nu,\lambda}$, $C^3_{\lambda,\mu}$: queste hanno un piano osculatore comune, il quale le oscula rispettivamente nei punti λ , μ , ν . L'equazione di questo piano è

$$\Gamma'_1 = 0.$$

In esso le tre cubiche precedenti posseggono inoltre la stessa conica della rispettiva sviluppabile osculatrice, che è l'osculante $C^2_{\lambda,\mu,\nu}$.

Dati sulla quintica quattro punti qualunque λ , μ , ν , ϱ , essi, presi a tre a tre, determinano ogni volta, nel modo ora esposto, un piano: i quattro piani che così si ottengono passano per una medesima retta. L'equazione

$$\Gamma'_2 = 0$$

rappresenta il complesso lineare speciale avente per asse questa retta.

La proprietà precedente si può anche enunciare dicendo che, dati sulla quintica quattro punti qualunque λ , μ , ν , ϱ , le quattro coniche $C^2_{\mu,\nu,\rho}$, $C^2_{\nu,\rho,\lambda}$, $C^2_{\rho,\lambda,\mu}$, $C^2_{\lambda,\mu,\nu}$ hanno una tangente comune, dalla quale sono toccate nei punti aventi rispettivamente per parametri λ , μ , ν , ϱ .

Dati sulla quintica cinque punti arbitrari λ , μ , ν , ϱ , σ , essi, presi a quattro a quattro, determinano ogni volta una retta nel modo ora esposto: le cinque rette che così si ottengono passano per uno stesso punto, la cui equazione in coordinate di piani è

$$\Gamma'_3 = 0.$$

Le dieci facce dell'angolo cinquispigolo completo, che per tal guisa viene determinato, sono i piani delle terze osculanti miste dei cinque punti presi a tre a tre.

6. Fra le mutue spinte dei covarianti elementari sussistono numerose identità, di cui alcune fra le più importanti si possono dedurre nel modo seguente.

Dall'esposto significato dell'equazione $\Gamma' = 0$ risulta che le forme w, q e δ sono i covarianti elementari del fascio di quintiche binarie, da cui può venire rappresentata l'involuzione fondamentale; e le relazioni, a cui essi debbono identicamente soddisfare, sono già state da me stabilite nel § 1 della Nota Sui combinanti dei sistemi lineari di quintiche binarie (Rendic del Circolo Matem. di Palermo, t. VII, 1893). Nel caso presente i covarianti che là ho chiamato α, β, γ hanno i valori seguenti:

$$\alpha = w$$
, $\beta = -q$, $\gamma = \delta$.

quindi le (I), (II), (III) di quel lavoro divengono:

(I)
$$(w,w)^4 + \frac{4}{7}(w,q)^2 + \frac{1}{15}\delta w - \frac{15}{98}q^2 = 0$$
,

(II)
$$2(w,w)^6 - \frac{15}{7}(w,q)^4 - \frac{50}{49}(q,q)^2 + \frac{1}{3}\delta q = 0,$$

(III)
$$(w, w)^{8} + \frac{5}{7} (q, q)^{4} - \frac{2}{15} \delta^{2} = 0.$$

Dal n. 4 segue che se in $G_2'=0$ in luogo delle p_{ik} si sostituiscono le coordinate di una retta fissa, l'equazione stessa esprime la relazione a cui devono soddisfare due punti λ e μ di C_5 appartenenti ad un medesimo gruppo dell' involuzione del 5° ordine e di 1° specie determinata sopra C_5 da un piano variabile intorno alla retta considerata. La stessa equazione mostra che i covarianti elementari α , β , γ di tale involuzione sono espressi da:

$$\alpha = \frac{1}{5} V, \qquad \beta = \frac{1}{50} P, \qquad \gamma = \frac{1}{10} R,$$

epperò le formole poc'anzi richiamate forniscono le nuove identità:

(IV)
$$10 (V, V)^4 - \frac{4}{7} (V, P)^2 + \frac{1}{3} RV - \frac{3}{196} P^2 = 0,$$

(V)
$$4(V, V)^6 + \frac{3}{7}(V, P)^4 - \frac{1}{49}(P, P)^2 - \frac{1}{30}RP = 0$$

(VI)
$$4 (V, V)^{8} + \frac{1}{35} (P, P)^{4} - \frac{2}{15} R^{2} = 0.$$

Segue ancora dal n. 4 che, se in $G'_1 = 0$ al posto delle x_i si sostituiscono le coordinate di un punto fisso dello spazio, l'equazione stessa dà la relazione, a cui devono soddisfare tre punti λ , μ , ν della quintica appartenenti ad un medesimo gruppo dell' involuzione del 5° ordine e di 2° specie determinata sopra C_5 dai piani passanti per il punto preso. I covarianti elementari di tale involuzione, che nel § 2 della Nota citata ho chiamato Λ , B, C, hanno qui le espressioni seguenti:

$$A = \frac{1}{50} W$$
, $B = -\frac{1}{50} Q$, $C = \frac{1}{50} S$,

quindi le relazioni (IV), ..., (VIII) là trovate dànno le identità:

(VII)
$$3 (W, W)^4 + \frac{1}{7} (W, S)^1 - \frac{1}{8} Q^2 = 0$$
,

(VIII)
$$105 \, (W, Q)^3 + 2QS = 0$$
,

(IX)
$$15 (W, W)^6 + \frac{25}{8} (Q, Q)^2 - \frac{10}{7} (W, S)^3 + \frac{4}{49} S^2 = 0,$$

(X)
$$21 (W, Q)^5 + 4 (Q, S)^2 = 0,$$

(XI)
$$9 (W, W)^8 - \frac{5}{4} (Q, Q)^4 + \frac{1}{35} (S, S)^2 = 0.$$

Alle otto identità degli ultimi due gruppi si sarebbe potuto giungere anche partendo dalle involuzioni (rispett. coniugate alle due precedenti), che, come ho dimostrato nel lavoro Sulle curve razionali ecc., vengono determinate su C_5 da una retta o da un punto presi ad arbitrio nello spazio: involuzioni che hanno rispett. per equazioni $\Gamma'_2 = 0$, e $\Gamma'_1 = 0$. Le prime tre identità avrebbero potuto essere stabilite anche colla considerazione dell'equazione G' = 0.

7. Le identità precedenti sono le sole che abbiano luogo fra i combinanti elementari di una medesima specie; si hanno però molte altre relazioni, che legano fra loro combinanti di specie diversa, e fra esse mi limito ad accennare le seguenti:

(XII)
$$2 (W, w)^8 - \frac{5}{3} (Q, q)^4 + \frac{16}{21} (S, q)^3 = 0$$
,

(XIII)
$$6 (W, w)^7 - \frac{7}{6} (Q, w)^5 - \frac{1}{7} (S, q)^2 - \frac{1}{30} \delta S = 0$$
,

(XIV)
$$6 (W, w)^7 + \frac{5}{2} (Q, q)^3 - \frac{1}{7} (S, q)^2 + \frac{1}{12} \delta S = 0$$

(XV) 84 (W, w)⁵ + 12 (W, q)³ - 14 (Q, w)³ + 5 (Q, q)¹ -
$$\frac{4}{5}$$
 (S,w)² - $\frac{4}{7}$ qS=0,

(XVI) 84 (W, w)⁴ - 60 (W, q)² -
$$\frac{56}{5} \delta$$
 W - 42 (Q, w)² + $\frac{32}{5}$ (S, w)¹ - 23qQ = 0,

(XVII)
$$28 (W, w)^3 + 18 (W, q)^1 + 7 (Q, w)^1 - \frac{13}{15} wS = 0$$
,

(XVIII) 21 (W, w)²
$$-\frac{5}{2}$$
 qW $-\frac{7}{4}$ wQ = 0,

(XIX)
$$14 (V, w)^8 - (P, q)^4 + \frac{7}{15} \delta R = 0.$$

Un' altra relazione, che tornerà utile in seguito, si può ottenere nel seguente modo. Dato un punto qualunque μ sopra C_5 , i quattro punti che con esso formano un gruppo dell'involuzione fondamentale hanno per parametri (n. 5) le radici della seguente equazione in λ :

$$0 = \Gamma' = 5w_{\mu}^4 w_{\lambda}^4 - \frac{25}{7} (\lambda \mu)^2 q_{\mu}^2 q_{\lambda}^2 + \frac{1}{3} \delta(\lambda \mu)^4.$$

Si può dunque dire che cinque punti della quintica costituenti un gruppo siffatto hanno per parametri, qualunque sia μ , le radici dell'equazione

$$0 = (\lambda \mu) \Gamma' = 5 (\lambda \mu) w_{\mu}^{4} w_{\lambda}^{4} - \frac{25}{7} (\lambda \mu)^{3} q_{\mu}^{2} q_{\lambda}^{2} + \frac{1}{3} \delta (\lambda \mu)^{5}.$$

Ora ciascun gruppo dell'involuzione fondamentale è apolare a tutte le sezioni piane della curva, laonde deve sussistere l'identità (1):

(XX)
$$5(w, \alpha)^4 - \frac{25}{7}(q, \alpha)^2 + \frac{1}{3}\delta\alpha = 0.$$

 $\S 2$.

Alcune forme covarianti — La quadrisecante della curva.

8. È utile per ciò che segue trovare le espressioni che assumono i combinanti W, Q, S; V, P, R; α quando in essi al posto delle coordinate correnti x_i , oppure p_{ik} , oppure u_i si sostituiscano rispettivamente le coordinate del punto ϱ di C_5 , o quelle della tangente, o quelle del piano osculatore nel punto stesso della quintica.

Ponendo un accento per denotare il risultato di tale sostituzione, si trova:

(1)
$$[W_{\lambda}^{9}]' = (\lambda \varrho)^{3} \left[w_{\lambda}^{6} w_{\varrho}^{2} + \frac{3}{14} (\lambda \varrho)^{2} q_{\lambda}^{4} \right],$$

(2)
$$[Q_{\lambda^5}]' = (\lambda \varrho) \left[w_{\lambda^4} w_{\varrho^4} - \frac{5}{7} (\lambda \varrho)^2 q_{\lambda^2} q_{\varrho^2} - \frac{2}{15} \delta(\lambda \varrho)^4 \right],$$

(3)
$$[S_{\lambda^3}]' = 2w_{\lambda^3} w_{\varrho^5} + \frac{30}{7} (\lambda \varrho)^2 q_{\lambda} q_{\varrho^3},$$

(4)
$$[V_{\lambda^8}]' = (\lambda \varrho)^4 \left[w_{\lambda^4} w_{\varrho^4} + \frac{2}{7} (\lambda \varrho)^2 q_{\lambda^2} q_{\varrho^2} + \frac{1}{30} \delta (\lambda \varrho)^4 \right],$$

(5)
$$[P_{\lambda^4}]' = (\lambda \varrho)^2 \left[-4w_{\lambda^2} w_{\varrho^6} + \frac{15}{7} (\lambda \varrho)^2 q_{\varrho^4} \right],$$

(6)
$$[R]' = w_{\rho}^{8},$$

(7)
$$\left[\alpha_{\lambda^5}\right] = -(\lambda \varrho)^3 \left[w_{\lambda^2} w_{\varrho^6} + \frac{3}{14} (\lambda \varrho)^2 q_{\varrho^4}\right].$$

Da queste formole si possono fin d'ora dedurre alcune conseguenze. Ricordando (n. 6) il significato algebrico del covariante R, e badando alla (6), risulta intanto:

L'equazione R = 0 rappresenta il complesso lineare formato dalle rette comuni alle coppie di piani, che tagliano la quintica

⁽¹⁾ Un' identità analoga sussiste manifestamente per una curva razionale qualunque di uno spazio a quante si vogliano dimensioni.

in gruppi di punti fra loro apolari. — A questo complesso appartengono le tangenti di C_5 situate ne suoi piani stazionari (1).

9. Dalla (1) risulta che, dato λ , l'eguazione in ϱ

(8)
$$w_{\lambda}^{6} w_{\rho}^{2} + \frac{3}{14} (\lambda \varrho)^{2} q_{\lambda}^{4} = 0$$

fornisce i due punti in cui C_5 è tagliata dal piano osculatore nel punto λ . Uguagliando a zero il discriminante del primo membro considerato come funzione di ϱ , si ha l'equazione

(9) $7(w, w)^2 + 3w q = 0,$

la quale rappresenta quindi i punti di osculazione dei dodici piani, che osculano la quintica in un punto e la toccano in un altro.

Uguagliando invece a zero il discriminante del primo membro della (8), considerato come funzione di λ , si avrebbe un'equazione di 20° grado in ϱ , la quale manifestamente dovrebbe spezzarsi in due, l'una di 8° e l'altra di 12° grado: la prima fornirebbe i parametri dei punti di secamento dei piani stazionari, la seconda i parametri dei punti di contatto dei dodici piani sopra considerati.

Se nella G'=0 poniamo $v = \mu$, $\varrho = \lambda$, otteniamo

(10)
$$w_{\lambda}^{4} w_{\mu}^{4} + \frac{2}{7} (\lambda \mu)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{\mu}^{2} + \frac{1}{30} \delta(\lambda \mu)^{4} = 0,$$

la quale esprime la condizione perchè esista un piano tangente a C_5 in ciascuno dei due punti λ e μ . Uguagliando a zero il discriminante del primo membro, considerato, per es., come funzione di μ , si ottiene un'equazione di 24° grado in λ , che deve scindersi in due: l'una è la stessa (9), e l'altra fornisce di nuovo i punti di contatto dei piani tangenti in un punto ed osculatori in un altro.

La (10) mostra che per ogni tangente di C_5 passano quattro piani che toccano altrove la quintica: scrivendo la condizione perchè i punti di contatto di questi quattro piani formino un gruppo equianarmonico, si trova un'equazione che, col mezzo della identità (I), si riduce a $q^2 = 0$. Si ha dunque la proprietà:

Sulla quintica esistono quattro punti tali che i piani bitangenti condotti per la tangente di ciascuno di essi toccano altrove la curva in quattro punti formanti un gruppo equianarmonico; i parametri dei quattro punti sono le radici del combinante q.

10. Dicasi φ_x^4 la forma biquadratica avente per radici i parametri λ, μ, r, ϱ , cioè si ponga

$$\varphi_{x}^{4} = (x\lambda)(x\mu)(x\nu)(x\varrho)$$
.

Chiamando allora h_{x}^{4} l'hessiano ed i l'invariante quadratico di φ , si ha facilmente

$$(\lambda \mu)^2 v_x^2 \varrho_x^2 + (\lambda \nu)^2 \mu_x^2 \varrho_x^2 + (\lambda \varrho)^2 \mu_x^2 v_x^2 + (\mu \nu)^2 \lambda_x^2 \varrho_x^2 + (\mu \varrho)^2 \lambda_x^2 v_x^2 + (\nu \varrho)^2 \lambda_x^2 \mu_x^2$$

$$= -24 h_x^4,$$

$$(\lambda\mu)^2 (\nu\varrho)^2 + (\lambda\nu)^2 (\mu\varrho)^2 + (\lambda\varrho)^2 (\mu\nu)^2 = 12 i.$$

E però la G' = 0 prende la forma :

(11)
$$(w\varphi)^4 (w\varphi')^4 - \frac{12}{7} (qh)^4 + \frac{1}{5} \delta i = 0.$$

(1) L'ultima proprietà è stata pure dimostrata dal sig. Stahl nel § 3^d della citata Memoria.

Questa è dunque la condizione perchè i quattro punti, i cui parametri sono radici di φ_x^4 , siano in un piano.

Le condizioni perchè cinque punti di C_5 , determinati da una forma k_x^5 , giacciano in un piano, si possono esprimere dicendo che k_x^5 dev'essere apolare a tutti i gruppi dell'involuzione fondamentale, cioè [v. la (XX)] che è identicamente nullo il covariante di 5° ordine

$$5(w,k)^4 - \frac{25}{7}(q,k)^2 + \frac{1}{3}\delta k$$

11. Se nella (11) supponiamo che φ_x^4 si spezzi in una cubica ψ_x^3 ed in una forma lineare m_x , se cioè scriviamo

$$\varphi_x^4 = \psi_x^3 m_x ,$$

e indichiamo con \mathcal{A}_{x}^{2} l'hessiano di ψ , si trova

$$h_{x}^{4} = \frac{1}{2} m_{x}^{2} \mathcal{A}_{x}^{2} - \frac{1}{8} (\psi m) \psi_{x}^{2}^{2},$$

$$i = -\frac{3}{4} (\mathcal{A}m)^{2}.$$

Con ciò la (11) diventa:

$$(wm)^{2}(w\psi)^{3}(w\psi')^{3} - \frac{6}{7}(qm)^{2}(qA)^{2} - \frac{3}{20}\delta(Am)^{2} + \frac{3}{14}(\psi m)(\psi' m)(\psi q)^{2}(\psi' q)^{2} = 0.$$

Quando i tre punti dati da $\psi_x^3 = 0$ sono situati sopra una trisecante della curva, l'equazione precedente dev'essere verificata per qualunque valore di m; laonde sostituendo ad m il simbolo x, risulta:

Affinchè i tre punti della quintica, i cui parametri sono le radici della forma cubica ψ_x , si trovino sopra una trisecante, è necessario e sufficiente che sia identicamente nullo il covariante

$$(w\psi)^3(w\psi')^3w_x^2 - \frac{6}{7}(q\Delta)^2q_x^2 + \frac{3}{14}(\psi q)^2(\psi'q)^2\psi_x\psi'_x - \frac{3}{20}\delta\Delta_x^2.$$

Quando si vogliano esprimere le stesse condizioni facendo intervenire, anzichè la forma ψ , i parametri λ , μ , ν dei tre punti considerati, basta evidentemente uguagliare a zero, qualunque sia ϱ , la funzione G'. Se dalle tre equazioni, che si ottengono in quest'ultimo modo, si eliminano le ν , si trova un'equazione di 6° grado rispetto a ciascuno dei parametri λ e μ , e simmetrica nei medesimi: essa è la relazione che ha luogo fra due punti di C_5 situati sopra un trisecante.

Se in G' poniamo $\nu = \lambda$, ed uguagliamo a zero, qualunque sia ϱ , l'espressione risultante, otteniamo le tre equazioni

$$\begin{split} w_{\lambda}^{4} w_{\mu}^{2} w_{1}^{2} &+ \frac{1}{7} (\lambda \mu)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{1}^{2} + \frac{1}{7} q_{\lambda}^{2} q_{\mu}^{2} \lambda_{2}^{2} + \frac{1}{14} q_{\lambda}^{4} \mu_{2}^{2} + \frac{1}{30} \delta (\lambda \mu)^{2} \lambda_{2}^{2} = 0, \\ w_{\lambda}^{4} w_{\mu}^{2} w_{1} w_{2} + \frac{1}{7} (\lambda \mu)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{1} q_{2} - \frac{1}{7} q_{\lambda}^{2} q_{\mu}^{2} \lambda_{1} \lambda_{2} - \frac{1}{14} q_{\lambda}^{4} \mu_{1} \mu_{2} - \frac{1}{30} \delta (\lambda \mu)^{2} \lambda_{1} \lambda_{2} = 0, \\ w_{\lambda}^{4} w_{\mu}^{2} w_{2}^{2} &+ \frac{1}{7} (\lambda \mu)^{2} q_{\lambda}^{2} q_{2}^{2} + \frac{1}{17} q_{\lambda}^{2} q_{\mu}^{2} \lambda_{1}^{2} + \frac{1}{14} q_{\lambda}^{4} \mu_{1}^{2} + \frac{1}{30} \delta (\lambda \mu)^{2} \lambda_{1}^{2} = 0. \end{split}$$

Eliminando da esse il parametro μ si trova l'equazione

$$\begin{aligned} &14 \, (ww')^2 \, (ww'')^2 \, (w'w'')^2 \, w_{\lambda}^4 \, w'_{\lambda}^4 \, w''_{\lambda}^4 + 12 \, (ww')^2 \, (wq) \, (w'q) \, w_{\lambda}^5 \, w'_{\lambda}^5 \, q_{\lambda}^2 \\ &- \frac{3}{2} \, (ww')^4 \, w_{\lambda}^4 \, w'_{\lambda}^4 \cdot q_{\lambda}^4 + \frac{6}{7} \, (qq')^2 \, q_{\lambda}^2 \, q'_{\lambda}^2 \cdot w_{\lambda}^8 - \frac{18}{7} \, (wq)^2 \, w_{\lambda}^6 \, q_{\lambda}^2 \cdot q_{\lambda}^4 \\ &+ \frac{27}{196} \, \overline{q_{\lambda}^4}^3 + \frac{7}{5} \, \delta \, (ww')^2 \, w_{\lambda}^6 \, w'_{\lambda}^6 - \frac{1}{10} \, \delta w_{\lambda}^8 \cdot q_{\lambda}^4 = 0, \end{aligned}$$

la quale dà i parametri dei punti di contatto delle dodici tangenti trisecanti di C_5 .

12. Nel § 3 della Nota Sui combinanti dei sistemi lineari di quintiche binarie ho dimostrato che la curva del 5° ordine possiede in generale una, ed una sola, retta quadrisecante, i cui punti d'appoggio colla curva hanno per parametri le radici della equazione

(12)
$$14 (w,w)^6 + 5 (w,q)^4 - \frac{10}{7} (q,q)^2 - \frac{1}{3} \delta q = 0.$$

Dalle formole

$$[(Ww)^8 W_{\lambda}]' = \frac{2}{3} (\lambda \varrho) (ww')^6 w_{\varrho}^2 w'_{\varrho}^2 + \frac{5}{42} (\lambda \varrho) (wq)^4 w_{\varrho}^4 - \frac{2}{21} (wq)^3 w_{\varrho}^5 q_{\lambda},$$

$$[(Qq)^4 Q_{\lambda}]' = (\lambda \varrho) (wq)^4 w_{\varrho}^4 - \frac{4}{7} (\lambda \varrho) (qq')^2 q_{\varrho}^2 q'_{\varrho}^2 - \frac{2}{15} \delta(\lambda \varrho) q_{\varrho}^4 + \frac{4}{5} (wq)^3 w_{\varrho}^5 q_{\lambda},$$

che facilmente si deducono dalle (1) e (2), risulta inoltre:

Al variare di λ, l'equazione

$$42 (Ww)^8 W_{\lambda} + 5 (Qq)^4 Q_{\lambda} = 0$$

rappresenta il fascio di piani avente per asse la quadrisecante della quintica; il piano del fascio, corrispondente ad un dato valore di λ , seca C_5 nel punto λ , oltre che nei punti fissi dati dalla (12).

L'annullarsi identico del primo membro della (12) dà le condizioni necessarie e sufficienti (d u e distinte), perchè C_5 ammetta ∞' quadrisecanti, cioè giaccia sopra una superficie di 2° ordine.

13. Considerando la prima osculante C^4_{μ} del punto μ di C_5 , cioè la curva di 4° ordine il cui punto corrente λ ha le coordinate espresse dalle equazioni

$$x_1 \equiv a_{\mu} a_{\lambda}^4$$
, $x_2 \equiv b_{\mu} b_{\lambda}^4$, $x_3 \equiv c_{\mu} c_{\lambda}^4$, $x_4 \equiv d_{\mu} d_{\lambda}^4$,

si trova agevolmente che i suoi combinanti elementari, rappresentati con W, Q, V e P nella mia Memoria *Sui combinanti dei sistemi di forme binarie* ecc., hanno rispettivamente le espressioni seguenti:

$$\begin{split} &-\frac{1}{25} \Big\{ 12 \ W_{\mu^3} \ W_{\lambda^6} + 3 \ (\lambda \mu)^2 \ Q_{\mu} \ Q_{\lambda^4} - \frac{8}{35} \ (\lambda \mu)^3 \ S_{\lambda^3} \Big\} \,, \\ &-\frac{6}{25} \Big\{ Q_{\mu^3} \ Q_{\lambda^2} + \frac{1}{5} (\lambda \mu) \ S_{\mu^2} \ S_{\lambda} \Big\} \,, \\ &-\frac{1}{5} \Big\{ 4 V_{\mu^2} \ V_{\lambda^6} - \frac{3}{35} (\lambda \mu)^2 \ P_{\lambda^4} \Big\} \,, \\ &-\frac{2}{5} \Big\{ \frac{2}{5} \ P_{\mu^2} \ P_{\lambda^2} - \frac{1}{3} \ R \ (\lambda \mu)^2 \Big\} \,. \end{split}$$

Le equazioni che si ottengono uguagliando a zero questi quattro covarianti rappresentano quindi rispett. il piano osculatore nel punto λ all'osculante C^4_{μ} (Memoria

citata, nº 11); il piano passante per il punto λ di C⁴ $_{\mu}$ e pei tre punti di contatto dei piani osculatori a C⁴ $_{\mu}$ uscenti dal punto stesso (l. c., nº 11); il complesso lineare speciale avente per asse la tangente a C⁴ $_{\mu}$ nel suo punto λ (l. c., n. 29); il complesso lineare determinato dall'osculante C³ $_{\lambda,\mu}$ (l. c., nº 29). Ponendo in particolare $\mu = \lambda$, si hanno i significati geometrici dei combinanti elementari Q e P:

L'equazione $Q_{\lambda}^5 = 0$ rappresenta il piano che passa per il punto λ di C_5 e per i punti di contatto dei tre piani osculatori condotti dal punto stesso alla sua prima osculante.

L'equazione $P_{\lambda}^4 \rightleftharpoons 0$ rappresenta il complesso lineare determinato dalla seconda osculante $C^3_{\lambda,\lambda}$ del punto λ di C_5 .

Si ottiene un altro significato del combinante Q osservando che, se in R al posto delle y_i contenute nelle p_{ik} si sostituiscono le coordinate $f_i(\lambda)$ del punto λ di C_5 , si trova Q. Dunque:

Il piano precedente, rappresentato dall'equazione $Q_{\lambda}{}^5=0$, è anche il piano focale del punto λ di C_5 rispetto al complesso lineare R=0.

14. Dalle (4) e (5), dopo alcune trasformazioni, si deducono le formole:

$$[(\mathbf{V}\mathbf{V}')^{8}]' = \frac{1}{70} \overline{w_{\rho}^{8}}^{2}, \qquad [(\mathbf{P}\mathbf{P}')^{4}]' = \frac{8}{3} \overline{w_{\rho}^{8}}^{2},$$

da cui segue:

Tutti i complessi di 2º grado, rappresentati al variare di *k* dall'equazione

$$(VV')^8 + k (PP')^4 = 0$$
,

contengono le tangenti di C₅ situate ne' suoi piani stazionari, ciascuna contata due volte.

Per
$$k = -\frac{3}{560}$$
 si ha:

La curva C5 ha tutte le proprie tangenti situate nel complesso di 2º grado rappresentato dall'equazione

$$560 (VV')^8 - 3 (PP')^4 = 0$$
,

alla quale, in virtù dell'identità (VI), si può dare la forma più semplice e più espressiva

$$3 (PP')^4 - 8R^2 = 0$$
.

Ricorrendo sopratutto alla teoria delle curve del 3° e del 4° ordine, non sarebbe difficile dare l'interpretazione di altri covarianti contenenti coordinate di punti e di rette, come pure di risolvere in parecchi casi la questione inversa; questo avrò occasione di fare nel § seguente, e per ora mi limito ad accennare la seguente proprietà. che fa riscontro ad una analoga, trovata dal sig. Gross sulla curva piana del 4° ordine (¹).

L'equazione

$$(W W')^2 W_{\lambda^7} W'_{\lambda^7} + k W_{\lambda^9} Q_{\lambda^5} = 0,$$

⁽¹⁾ Gross, *Ueber die Combinanten binärer Formensysteme* ecc., Inaugural-Dissertation, Stuttgart. 1887, pag. 49-50.

per ogni valore di k, rappresenta un sistema ∞^1 di quadriche, ciascuna delle quali ha in λ un contatto quadripunto con C_5 .

15. Terminerò questo paragrafo considerando alcune delle forme di piani, che sono rappresentate da covarianti di α_{λ}^{5} : di questa non occorreranno che le seguenti formazioni:

$$\begin{split} \mathbf{H}_{\lambda^6} &= (\alpha\beta)^2 \ \alpha_{\lambda^3} \ \beta_{\lambda^3} \ , \ i_{\lambda^2} = (\alpha\beta)^4 \ \alpha_{\lambda} \ \beta_{\lambda} \ , \ \mathbf{A} = (ii')^2 \ , \\ j_{\lambda^3} &= - \left(i\alpha\right)^2 \alpha_{\lambda^3} = (\alpha\beta)^2 \left(\alpha\gamma\right)^2 \left(\beta\gamma\right)^2 \alpha_{\lambda} \ \beta_{\lambda} \ \gamma_{\lambda} \ , \ k_{\lambda^4} = (i\mathbf{H})^2 \ \mathbf{H}_{\lambda^4} \ , \ k_{\lambda^4} = (j\alpha)^2 \ j_{\lambda} \ \alpha_{\lambda^3}. \end{split}$$

Sono intanto evidenti le seguenti proprietà:

L'equazione $i_{\lambda}^2 = 0$ rappresenta, in coordinate di piani, la quadrica inviluppata dai piani che tagliano equianarmonicamente la prima osculante C_{λ}^4 del punto λ di C_5 .

L'equazione $j_{\lambda}^3 = 0$ rappresenta la superficie di 3^a classe inviluppata dai piani secanti armonicamente la stessa C_{λ}^4 , ossia la superficie di Steiner, di cui C_{λ}^4 è un'assintotica.

L'equazione della superficie sviluppabile di C_{λ}^4 si ottiene uguagliando a zero il discriminante di $\alpha_{\lambda} \alpha_{\mu}^4$, ed è quindi:

$$\overline{i_{\lambda}^{2}}^{3} - 6\overline{j_{\lambda}^{3}}^{2} = 0.$$

Per avere invece l'equazione, in coordinate di piani, della conica osculante $C^2_{\lambda,\mu,\rho}$, basta uguagliare a zero l'hessiano della forma cubica α_{μ} α_{ρ} α_{λ} ³; si ottiene così:

$$(\alpha\beta)^2 \alpha_{\lambda} \alpha_{\mu} \alpha_{\rho} \beta_{\lambda} \beta_{\mu} \beta_{\rho} = 0$$
,

ossia, per una nota formola (1),

(13)
$$\mathrm{H}_{\lambda^{2}} \, \mathrm{H}_{\rho^{2}} - \frac{1}{10} \left[(\mu \varrho)^{2} \, i_{\lambda^{2}} + (\varrho \lambda)^{2} \, i_{\mu^{2}} + (\lambda \mu)^{2} \, i_{\rho^{2}} \right] = 0.$$

In particolare, ponendo $\varrho = \mu = \lambda$ si ha il seguente teorema, che manifestamente sussiste per una curva gobba razionale di ordine qualunque:

L'hessiano di α_{λ}^{5} , uguagliato a zero, fornisce l'equazione, in coordinate di piani, della conica osculante del punto λ di C_{5} .

Volendo infine l'equazione della superficie sviluppabile della seconda osculante mista $C^3_{\mu,\rho}$, basta uguagliare a zero il discriminante della cubica $\alpha_{\mu} \alpha_{\rho} \alpha_{\lambda}^3$, ossia quello della forma quadratica in λ costituita dal primo membro della (13). Si ha così:

$$\frac{1}{2}(HH')^{2}[2H_{\mu}^{4}H_{\rho}'^{4} + (\mu\varrho)^{4}(HH')^{4} - 4(\mu\varrho)^{2}(HH')^{2}H_{\mu}^{2}H_{\rho}'^{2}] + \frac{1}{100}(\mu\varrho)^{4}A$$

$$-\frac{1}{5}(H_{\mu}^{2}H_{\rho}^{4}i_{\mu}^{2} + H_{\rho}^{2}H_{\mu}^{4}i_{\rho}^{2}) - \frac{1}{5}(\mu\varrho)^{2}(Hi)^{2}H_{\mu}^{2}H_{\rho}^{2} + \frac{3}{50}(\mu\varrho)^{2}i_{\mu}^{2}\cdot i_{\rho}^{2} = 0.$$
Ora abbiamo (2):

$$\begin{split} &(\mathrm{HH}')^2\,\mathrm{H}_{\mu}{}^4\,\mathrm{H}_{\rho}'{}^4 = \frac{3}{50}\,(\mu\varrho)^2\,i_{\mu}{}^2 \cdot i_{\rho}{}^2 - \frac{1}{20}\,(\mathrm{H}_{\mu}{}^2\,\mathrm{H}_{\rho}{}^4\,i_{\mu}{}^2 + \mathrm{H}_{\rho}{}^2\,\mathrm{H}_{\mu}{}^4\,i_{\rho}{}^2) \\ &- \frac{1}{3}(j_{\mu}{}^3\,\alpha_{\mu}\,\alpha_{\rho}{}^4 + j_{\rho}{}^3\,\alpha_{\rho}\,\alpha_{\mu}{}^4) + \frac{1}{2}\,(j_{\mu}{}^2\,j_{\rho}\,\alpha_{\mu}{}^2\,\alpha_{\rho}{}^3 + j_{\rho}{}^2\,j_{\mu}\,\alpha_{\rho}{}^2\,\alpha_{\mu}{}^3); \end{split}$$

(1) Gordan, Math. Ann., Bd. III, pag. 372.

⁽²⁾ D'Ovidio, Nota sulle forme binarie del 5º ordine (Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. XV, 11 aprile 1880, pag. 22).

inoltre la formola di Gordan dà:

$$(HH')^4 H_{\mu^2} H'_{\rho^2} = [(HH')^4 H_{\mu^2} H'_{\mu^2}]_{\rho^2} + \frac{1}{3} (\mu \varrho)^2 (HH')^6.$$

E poichè (D'Ovidio, 1. c., pag. 9 e 10):

$$(\mathrm{HH}')^6 = \frac{1}{10}\,\mathrm{A} \; , \; (\mathrm{HH}')^a\,\mathrm{H}_{\mu}{}^2\,\mathrm{H}'_{\mu}{}^2 = \frac{4}{25}\,i_{\mu}^{-2}{}^2 + \frac{2}{5}\,k_{\mu}{}^4 \, ,$$

l'ultima formola diventa:

$$({\rm HH}')^4\,{\rm H}_{\mu}{}^2\,{\rm H'}_{\rho}{}^2 = \frac{4}{25}\,i_{\mu}{}^2\cdot i_{\rho}{}^2 + \frac{2}{5}\,k_{\mu}{}^2\,k_{\rho}{}^2 - \frac{1}{50}\,{\rm A}(\mu\varrho)^2.$$

Ora si ha pure (D'Ovidio, l. c., pag. 9):

$$h_{\lambda}^{4} = -\frac{3}{10}i_{\lambda}^{-2} - k_{\lambda}^{4},$$

e inoltre (D'Ovidio, l. c., nota alla pag. 22):

$$2(\mu \rho)^2 h_{\mu}^2 h_{\rho}^2 = j_{\mu}^3 \alpha_{\mu} \alpha_{\rho}^4 + j_{\rho}^3 \alpha_{\rho} \alpha_{\mu}^4 - (j_{\mu}^2 j_{\rho} \alpha_{\mu}^2 \alpha_{\rho}^3 + j_{\rho}^2 j_{\mu} \alpha_{\rho}^2 \alpha_{\mu}^3).$$

Laonde, sostituendo, l'equazione tangenziale della superficie sviluppabile della curva $C^3_{\mu,\rho}$ è

$$\frac{1}{3}(j_{\mu}{}^3\,\alpha_{\mu}\,\alpha_{\rho}{}^4+j_{\rho}{}^3\,\alpha_{\rho}\,\alpha_{\mu}{}^4) - \frac{1}{2}(\mathrm{H}_{\mu}{}^2\,\mathrm{H}_{\rho}{}^4\,i_{\mu}{}^2+\mathrm{H}_{\rho}{}^2\,\mathrm{H}_{\mu}{}^4\,i_{\rho}{}^2) + \frac{1}{5}(\mu\varrho)^2\,i_{\mu}{}^2\cdot i_{\rho}{}^2 =$$

In particolare la superficie sviluppabile della seconda osculante del punto λ ha per equazione:

$$2 j_{\lambda}^3 \alpha_{\lambda}^5 - 3 i_{\lambda}^2 H_{\lambda}^6 = 0.$$

§ 3.

L'involuzione fondamentale.

La cubica gobba K3 ed il tessuto di quadriche studiato dal sig. Stahl.

16. Richiamiamo brevemente il modo (sviluppato in generale nei n. 3 e 4 della Memoria *Sulle curve razionali* ecc.) col quale si può pervenire sopra C_5 all'involuzione fondamentale; le formole che così troveremo e alcune fra quelle già stabilite ci condurranno in modo assai semplice alla cubica K_3 , a cui il sig. Stahl (I. c., pag. 45) è giunto per altra via.

Dicendo ν il punto di contatto di un piano stazionario dell'osculante C_{μ}^{4} , la cubica $C_{\mu,\nu}^{3}$ giacerà in un piano, che sarà stazionario per ciascuna delle C_{μ}^{4} e C_{ν}^{4} . Se dunque nell'equazione

$$\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\alpha}^{3} = 0$$

al posto delle coordinate correnti u_i si sostituiscono quelle del detto piano, l'equazione stessa sarà soddisfatta per qualunque valore di x, cioè si avranno le equazioni (1) $\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{1}^{3} = 0$, $\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{1}^{2} \alpha_{2} = 0$, $\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{1} \alpha_{2}^{2} = 0$, $\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{1}^{3} = 0$.

Indicando con ϱ , ω e λ i parametri dei punti di contatto dei rimanenti piani stazionari di $C_{\mu}{}^{4}$, ossia dei tre punti che con ν costituiscono il gruppo dell'involu-

zione fondamentale individuato da μ , dalle (1) si deducono successivamente le equazioni seguenti:

(2)
$$\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{1}^{2} = 0 , \alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{1} \alpha_{2} = 0 , \alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{2}^{2} = 0 ;$$

(3)
$$\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{\omega} \alpha_{1} = 0 , \alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{\omega} \alpha_{2} = 0 ;$$

(4)
$$\alpha_{\lambda} \alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{\omega} = 0 ,$$

l'ultima delle quali è un'identità, cioè è soddisfatta qualunque siano le u_i (1).

Dalle equazioni precedenti seguono i teoremi dati dal sig. Stahl nella pag. 44, l. c., i quali si possono riassumere dicendo che, dati cinque punti λ , μ , ν , ϱ , ω di C_5 formanti un gruppo dell'involuzione fondamentale, le loro prime osculanti hanno a due a due in comune un piano stazionario, e i dieci piani che così si ottengono sono le facce di un pentagono completo.

I vertici del pentagono si possono coordinare ad uno ad uno ai cinque punti considerati di C_5 , per modo che per es. al punto λ sia coordinato quel vertice \mathcal{A} del pentagono, nel quale concorrono i sei piani stazionari che sono comuni alle C_{μ}^{4} , C_{ν}^{4} , C_{ρ}^{4} , C_{ω}^{4} prese a due a due.

Proponiamoci ora di trovare il luogo del punto \mathcal{A} , quando λ descrive C_5 . In virtù dell'identità (4), il punto \mathcal{A} viene rappresentato da una qualunque delle equazioni (3), le quali si possono scrivere insieme in modo più conveniente come segue:
(5) $\alpha_{\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{\rho} \alpha_{\omega} \alpha_{\nu} = 0$,

avendo indicato con y un parametro arbitrario. Ora ricordiamo che (n. 5) i parametri x e λ di due punti appartenenti ad uno stesso gruppo dell'involuzione fondamentale sono vincolati dalla relazione:

$$5 w_x^4 w_{\lambda}^4 - \frac{25}{7} (x\lambda)^2 q_x^2 q_{\lambda}^2 + \frac{1}{3} \delta (x\lambda)^4 = 0.$$

Se dunque, dato λ , le radici x di questa equazione devono essere le quantità μ , ν , ϱ , ω che soddisfanno alla (5), avremo:

$$5 (w\alpha)^4 w_{\lambda}^4 \alpha_y - \frac{25}{7} (q\alpha)^2 q_{\lambda}^2 \alpha_{\lambda}^2 \alpha_y + \frac{1}{3} \delta \alpha_{\lambda}^4 \alpha_y = 0,$$

e questa, essendo y arbitrario, è l'equazione del punto \mathcal{A} . Ora il parametro y si può eliminare nel seguente modo.

Per lo sviluppo di Gordan abbiamo:

$$(w\alpha)^4 w_{\lambda}^4 \alpha_y = [(w\alpha)^4 w_{\lambda}^4 \alpha_{\lambda}]_y + \frac{4}{5} (\lambda y) (w\alpha)^5 w_{\lambda}^3,$$

$$(q\alpha)^2 q_{\lambda}^2 \alpha_{\lambda}^2 \alpha_y = [(q\alpha)^2 q_{\lambda}^2 \alpha_{\lambda}^3]_y + \frac{2}{5} (\lambda y) (q\alpha)^3 q_{\lambda} \alpha_{\lambda}^2,$$

epperò l'equazione del punto A diventa:

$$\left\{ 5 (w\alpha)^4 w_{\lambda}^4 \alpha_{\lambda} - \frac{25}{7} (q\alpha)^2 q_{\lambda}^2 \alpha_{\lambda}^3 + \frac{1}{3} \delta \alpha_{\lambda}^5 \right\}_{\mu} \\
+ (\lambda y) \left\{ 4 (w\alpha)^5 w_{\lambda}^3 - \frac{10}{7} (q\alpha)^3 q_{\lambda} \alpha_{\lambda}^2 \right\} = 0.$$

⁽¹⁾ Le (1), (2), (3) e (4) corrispondono alle (3), (4) date dal sig. Stahl a pag. 43 l. c., e alls prime tre date nella pag. 44.

Ora, in virtù dell'identità (XX), la quantità che nel primo membro è sottoposta all'operazione polare è identicamente nulla; pertanto l'equazione del punto Aè

$$14 (w\alpha)^5 w_{\lambda}^3 - 5 (q\alpha)^3 q_{\lambda} \alpha_{\lambda}^2 = 0,$$

da cui risulta che il luogo del punto \mathcal{A} è una cubica gobba K_3 , la quale mediante il parametro λ è riferita projettivamente alla C_5 : in essa sono inscritti gli ∞^1 pentagoni di cui sopra si è parlato.

17. Mediante il parametro λ la K_3 è riferita projettivamente anche a tutte le osculanti di C_5 : in particolare la projettività che ha luogo fra K_3 e la cubica $C^a_{\mu,\rho}$ dà origine, come ha osservato il sig. Stahl (l. c., pag. 46), ad una polarità, della cui quadrica direttrice $f^2_{\mu,\rho}$ egli ha determinato (l. c., pag. 47) l'equazione in coordinate di piani. Mediante i combinanti elementari si trova facilmente la stessa equazione sotto la forma seguente:

14
$$(w\alpha)^5 (w\beta)^3 \beta_{\mu} \beta_{\rho} - 5 (\alpha\beta)^2 (q\alpha)^3 (q\beta) \beta_{\mu} \beta_{\rho} = 0$$
.

Il primo membro non è altro che l'invariante bilineare delle due forme binarie cubiche

$$14 (w\alpha)^5 w_{\lambda}^3 - 5 (q\alpha)^3 q_{\lambda} \alpha_{\lambda}^2 , \alpha_{\mu} \alpha_{\rho} \alpha_{\lambda}^3 ,$$

laonde, per ciò che precede, risulta la proprietà:

La quadrica $f^2_{\mu,\rho}$ è anche l'inviluppo di un piano, che taglia le cubiche K_3 e $C^3_{\mu,\rho}$ in due terne di punti fra loro apolari.

18. Dalla (1) del § 2 segue facilmente:

Esistono sopra C_5 dodici punti, il cui piano osculatore passa pel punto corrispondente di K_3 , ed i loro parametri sono le radici del covariante

$$28(w, w)^2 + 5 w q$$
.

Di qui, e dal significato che già si è stabilito per la (9) del § 2, risulta:

I punti di C_5 , i cui piani osculatori contengono il punto corrispondente di K_3 , i punti costituenti sopra C_5 l'hessiano della forma w, l'insieme dei punti che hanno per parametri le radici dei covarianti w e q (dei quali si è determinato il significato nei § 1 e 2 rispett.), ed i punti di osculazione dei piani che osculano C_5 in un punto e la toccano in un altro, costituiscono quattro gruppi di una medesima involuzione del 12º ordine.

Dalle (2) e (3) del § 2 si deduce:

La C_5 contiene otto punti, il cui relativo piano $Q_{\lambda}{}^5 = 0$ passa per il punto corrispondente di K_3 : essi hanno per parametri le radici del covariante

$$14 \, (w,w)^4 - 13 \, (w,q)^2 - \frac{28}{15} \, \delta w + \frac{5}{14} q^2.$$

Esistono su C_5 sei punti, il cui relativo piano $S_{\lambda}^3 = 0$ passa per il punto corrispondente di K_3 , ed i loro parametri sono le radici del covariante $(w, q)^3$.

Questi ultimi sei punti sono anche quelli pei quali passano i relativi piani rappresentati da ognuna delle equazioni

$$(W w)^8 W_{\lambda} = 0$$
 , $(Q q)^4 Q_{\lambda} = 0$, $(S q)^3 q_{\lambda} = 0$,

piani che, per la (XII), formano un fascio.

Abbiamo pure:

Il piano focale del punto λ di K_3 rispetto al complesso lineare R = 0 ha l'equazione

$$70 (Q w)^5 w_{\lambda}^3 + \delta S_{\lambda}^3 = 0.$$

Il piano che dal punto λ di K_3 projetta la tangente di C_5 nel punto corrispondente ha l'equazione

$$14 (W w)^3 W_{\lambda}{}^6 w_{\lambda}{}^5 - \frac{5}{2} (Q w) Q_{\lambda}{}^4 w_{\lambda}{}^7 + \frac{1}{6} w_{\lambda}{}^8 S_{\lambda}{}^3 = 0.$$

19. Nel § 4 della Memoria Sui combinanti dei sistemi di forme binarie ecc. ho studiato un importante fascio di quadriche, che è legato con ogni quartica gobba razionale: dall'equazione che là ne ho data e dalle formole esposte nel n. 13 del presente lavoro, risulta facilmente che il fascio stesso, quando venga considerato in rapporto alla prima osculante del punto λ di C_5 , è rappresentato dall'equazione

$$72(W, W)^{6} + 36(W, Q)^{4} + \frac{96}{35}(W, S)^{3} - \frac{24}{175}(S, Q)^{1} + \frac{9}{5}(Q, Q)^{2} - \frac{8}{6125}S^{2} + k\left(\frac{36}{5}(S, Q)^{1} + 18(Q, Q)^{2} - \frac{9}{25}S^{2}\right) = 0,$$

essendo k il parametro variabile. Il fascio dei piani polari dello stesso punto λ rispetto alle quadriche precedenti ha l'equazione

$$\frac{56}{3}(W,w)^3 + \frac{34}{15}(Q,w)^1 - \frac{49}{225}wS + k\left\{6(Q,w)^1 + \frac{3}{5}wS\right\} = 0,$$

e di qui e dall'ultima proprietà del numero precedente si ricava:

Il piano $S_{\lambda^3} = 0$ passa per il punto, in cui il piano condotto per la tangente a C_5 in λ e per il punto λ di K_3 viene tagliato dall'asse del fascio dei piani polari dello stesso punto λ di C_5 rispetto alle quadriche del fascio sopra considerato.

Osservo da ultimo che il complesso lineare relativo alla cubica gobba, di cui il piano osculatore variabile ha l'equazione $S_{\lambda}{}^{3} = 0$, è rappresentato da

15
$$(Pq)^4 + 2 \delta R = 0$$
.

Del tessuto formato dalle quadriche $f^2_{\nu,\rho}$ al variare di μ e ϱ (tessuto che è di natura particolare, poichè possiede ∞^1 pentagoni polari, cioè quelli considerati nel n. 16) si trovano parecchie proprietà nella citata Memoria del sig. Stahl: altre ne verranno stabilite nella seconda parte di questo lavoro.

§ 4.

L'involuzione del 5° ordine e di 2^a specie determinata sopra C_5 da un punto arbitrario dello spazio.

20. Premettiamo la seguente osservazione. Si consideri una cubica gobba C_3 , il cui punto corrente λ abbia le coordinate rappresentate da

$$\varrho x_i = a_i + 3b_i \lambda + 3c_i \lambda^2 + d_i \lambda^3$$
 $(i = 1, 2, 3, 4).$

Dato allora nello spazio un punto arbitrario Z, di coordinate s_i , l'equazione

(1)
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -\lambda & \lambda^2 & -\lambda^3 \\ z_1 & d_1 & c_1 & b_1 & a_1 \\ z_2 & d_2 & c_2 & b_2 & a_2 \\ z_3 & d_3 & c_3 & b_3 & a_3 \\ z_4 & d_4 & c_4 & b_4 & a_4 \end{vmatrix} = 0$$

ha per radici λ i parametri dei punti di contatto dei tre piani osculatori di C_3 uscenti da Z. Se diciamo μ uno di questi parametri, ed è

$$(2) u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 + u_4 x_4 = 0$$

l'equazione del piano che oscula C_3 in μ , il piano stesso deve contenere la prima osculante C^2_{μ} del punto μ . Se quindi nella (2) al posto delle x_i si sostituiscono le coordinate

$$\rho x'_{i} = (a_{i} + b_{i} \mu) + 2 (b_{i} + c_{i} \mu) \lambda + (c_{i} + d_{i} \mu) \lambda^{2}$$

del punto λ di C^2_{μ} , l'equazione dev'essere soddisfatta per qualunque valore di λ . Si hanno così le relazioni

(3)
$$a+b \mu = 0,$$
 $b+c \mu = 0,$ $c+d \mu = 0,$

dove per brevità si è posto $a = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i$, ecc., e μ denota una delle tre radici della (1).

21. Prendiamo ora a considerare la quintica C₅, e per comodo scriviamone come segue le coordinate, mettendo in evidenza, come fa il sig. Stahl, i coefficienti binomiali:

$$\rho x_i = a_i + 5b_i \lambda + 10c_i \lambda^2 + 10d_i \lambda^3 + 5e_i \lambda^4 + f_i \lambda^5.$$

Il punto corrente λ dell'osculante $C^3_{\,\theta_1,\;\theta_2}$ ha le sue coordinate espresse dalle formole:

$$\varrho x_i = \left[a_i + b_i \left(\theta_1 + \theta_2 \right) + c_i \theta_1 \theta_2 \right] + 3 \left[b_i + c_i \left(\theta_1 + \theta_2 \right) + d_i \theta_1 \theta_2 \right] \lambda$$

$$+ 3 \left[c_i + d_i \left(\theta_1 + \theta_2 \right) + e_i \theta_1 \theta_2 \right] \lambda^2 + \left[d_i + e_i \left(\theta_1 + \theta_2 \right) + f_i \theta_1 \theta_2 \right] \lambda^3.$$

Fissato ora nello spazio un punto arbitrario Z, e chiamati θ_3 , θ_4 , θ_5 i parametri

dei punti di contatto dei piani osculatori a $C^3_{\theta_1,\,\theta_2}$ uscenti da Z, dalle (3) risultano le equazioni

(4)
$$\begin{cases} a + b \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} + c \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} \theta_{j} + d\theta_{1} \theta_{2} \theta_{3} = 0, \\ b + c \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} + d \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} \theta_{j} + e \theta_{1} \theta_{2} \theta_{3} = 0, \\ c + d \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} + e \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} \theta_{j} + f \theta_{1} \theta_{2} \theta_{3} = 0, \end{cases}$$

e da queste le seguenti:

(5)
$$\begin{cases} a + b \sum_{i=1}^{4} \theta_{i} + c \sum_{i=1}^{4} \theta_{i} \theta_{j} + d \sum_{i=1}^{4} \theta_{i} \theta_{j} \theta_{m} + e \theta_{1} \theta_{2} \theta_{3} \theta_{4} = 0, \\ b + c \sum_{i=1}^{4} \theta_{i} + d \sum_{i=1}^{4} \theta_{i} \theta_{j} + e \sum_{i=1}^{4} \theta_{i} \theta_{j} \theta_{m} + f \theta_{1} \theta_{2} \theta_{3} \theta_{4} = 0. \end{cases}$$

Di qui infine si ha

(6)
$$a+b\sum_{1}^{5}\theta_{i}+c\sum_{1}^{5}\theta_{i}\theta_{j}+d\sum_{1}^{5}\theta_{i}\theta_{j}\theta_{m}+e\sum_{1}^{5}\theta_{i}\theta_{j}\theta_{m}\theta_{n}+f\theta_{1}\theta_{2}\theta_{3}\theta_{4}\theta_{5}=0,$$

la quale è l'equazione del punto Z.

Dalle (4), (5) e (6) seguono di nuovo gli ultimi teoremi enunciati nel n. 5, e, dati sopra C_5 i punti θ_i , il punto Z è il vertice dell'angolo cinquispigolo completo del quale si parla alla fine di quel numero. Dato poi Z, i gruppi di punti di C_5 che, in modo analogo ai punti θ_i , conducono ad esso, formano un'involuzione di 5° ordine e di 2^a specie, che denoterò con $[Z]_2^5$, e la cui equazione si ottiene uguagliando a zero la funzione generatrice Γ'_3 (1).

Gli spigoli del cinquispigolo precedente si possono coordinare ad uno ad uno ai cinque punti θ_i di C_5 , di guisa che, per es., al punto θ_5 sia coordinato lo spigolo rappresentato dalle (5), cioè quello che congiunge i due punti aventi per equazioni le (5).

Ora il punto θ_5 fa parte di ∞' gruppi dell' involuzione $[Z]_2^5$, e lo spigolo ad esso coordinato in ciascuno degli ∞' cinquispigoli che così si ottengono varia quindi intorno a Z, descrivendo una superficie, che possiamo proporci di determinare. A tal fine dicansi ϱx_i e σy_i rispett. le coordinate dei due punti rappresentati dalle (5), per modo che si avrà:

$$\begin{aligned} \varrho x_i &= a_i + b_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i + c_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i \theta_j + d_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i \theta_j \theta_m + e_i \theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4, \\ \sigma y_i &= b_i + c_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i + d_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i \theta_j + e_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i \theta_j \theta_m + f_i \theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4. \end{aligned}$$

Chiamando poi τz_i le coordinate di Z, in virtù della (6) sarà identicamente

$$\tau z_i = \rho x_i + \theta_5 \, \sigma y_i$$
.

⁽¹⁾ L'esistenza e alcune proprietà delle involuzioni, che vengono determinate sopra una curva razionale qualunque da uno spazio lineare arbitrario, sono state dimostrate da me nella Memoria Sulle curve razionali ecc.

Se infine si denotano con φX_i le coordinate di un punto qualunque X della retta, su cui sono allineati i due punti (5) ed il punto Z, si potrà porre

$$q X_i = \varrho x_i + k \sigma y_i$$
,

essendo ϱ , σ , τ e φ parametri arbitrari e k un'opportuna costante. Dalle precedenti equazioni si deducono le due seguenti rappresentazioni per le coordinate del punto X:

(7)
$$\begin{cases} - q \theta_5 X_i = -k \tau z_i + (k - \theta_5) (a_i + b_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i + \dots + e_i \theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4), \\ q X_i = \tau z_i + (k - \theta_5) (b_i + c_i \sum_{i=1}^{4} \theta_i + \dots + f_i \theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4), \end{cases}$$

e da queste eliminando q, k, τ , θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 , si trova l'equazione del luogo del punto X nella forma:

(8)
$$\begin{vmatrix} -\theta X_1 & z_1 & 0 & a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ -\theta X_2 & z_2 & 0 & a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ -\theta X_3 & z_3 & 0 & a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & e_3 \\ -\theta X_4 & z_4 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & e_4 \\ X_1 & 0 & z_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ X_2 & 0 & z_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ X_3 & 0 & z_3 & b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ X_4 & 0 & z_4 & b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \end{vmatrix} = 0,$$

dove per semplicità si è scritto θ anzichè θ_5 . Il luogo cercato è dunque un piano, il quale, quando θ percorre la curva C_5 , descrive un fascio projettivo alla punteggiata descritta da θ . Se nel determinante precedente si sopprime la prima colonna, risulta la matrice [indicata con (9°) dal sig. Stahl a pag. 45, l. c.], i cui determinanti, uguagliati a zero, rappresentano le ∞^2 quadriche passanti per la cubica K_3 considerata nel § precedente. Quindi, dato il punto X e considerando le z_i come coordinate correnti, la (8) al variare di θ rappresenta il fascio di quadriche passanti per X e circoscritte a K_3 . Ciò significa che il piano (8), al variare di θ sopra C_5 , descrive un fascio intorno alla corda di K_3 uscente dal punto Z. Raccogliendo si ha la proprietà:

Dato nello spazio un punto Z, e dato sopra C_5 un punto θ , quest'ultimo appartiene ad ∞^1 gruppi dell'involuzione $[Z]^{5_2}$, e ad esso è coordinato uno spigolo di ciascuno degli ∞^1 cinquispigoli corrispondenti a quei gruppi: il luogo di tali spigoli è un piano, il quale, quando θ percorre C_5 , descrive un fascio projettivo a C_5 , ed avente per asse la corda condotta dal punto Z alla cubica K_3 .

22. Fissato ancora un punto sopra C_5 , cerchiamo il luogo descritto dai quattro spigoli ad esso non coordinati in ciascuno degli angoli cinquispigoli, di cui sopra si è parlato. Conservando le denominazioni del numero precedente, sia θ_1 il punto preso, laonde i due punti rappresentati dalle (5), ed aventi le coordinate ϱx_i e σy_i ,

determinano appunto uno dei detti spigoli. Se diciamo X_i le coordinate di un suo punto qualunque X, potremo dunque porre

$$\psi \mathbf{X}_i = u\mathbf{z}_i + \varrho x_i, \qquad \qquad \chi \mathbf{X}_i = v\mathbf{z}_i + \sigma y_i,$$

ossia per le (5):

$$\psi X_{i} = uz_{i} + (a_{i} + b_{i}\theta_{1}) + (b_{i} + c_{i}\theta_{1}) \sum_{2}^{4} \theta_{i} + (c_{i} + d_{i}\theta_{1}) \sum_{2}^{4} \theta_{i}\theta_{j} + (d_{i} + e_{i}\theta_{1}) \theta_{2}\theta_{3}\theta_{4},$$

$$\chi X_{i} = vz_{i} + (b_{i} + c_{i}\theta_{1}) + (c_{i} + d_{i}\theta_{1}) \sum_{2}^{4} \theta_{i} + (d_{i} + e_{i}\theta_{1}) \sum_{2}^{4} \theta_{i}\theta_{j} + (e_{i} + f_{i}\theta_{1}) \theta_{2}\theta_{3}\theta_{4},$$

dove ψ e χ denotano parametri arbitrari, ed u e v due opportune costanti. Eliminando ψ , χ , u, v, θ_2 , θ_3 , θ_4 , e scrivendo θ in luogo di θ_1 , risulta l'equazione:

$$\begin{vmatrix} X_1 & 0 & z_1 & 0 & a_1 + b_1 \theta & b_1 + c_1 \theta & c_1 + d_1 \theta & d_1 + e_1 \theta \\ X_2 & 0 & z_2 & 0 & a_2 + b_2 \theta & b_2 + c_2 \theta & c_2 + d_2 \theta & d_2 + e_2 \theta \\ X_3 & 0 & z_3 & 0 & a_3 + b_3 \theta & b_3 + c_3 \theta & c_3 + d_3 \theta & d_3 + e_3 \theta \\ X_4 & 0 & z_4 & 0 & a_4 + b_4 \theta & b_4 + c_4 \theta & c_4 + d_4 \theta & d_4 + e_4 \theta \\ 0 & X_1 & 0 & z_1 & b_1 + c_1 \theta & c_1 + d_1 \theta & d_1 + e_1 \theta & e_1 + f_1 \theta \\ 0 & X_2 & 0 & z_2 & b_2 + c_2 \theta & c_2 + d_2 \theta & d_2 + e_2 \theta & e_2 + f_2 \theta \\ 0 & X_3 & 0 & z_3 & b_3 + c_3 \theta & c_3 + d_3 \theta & d_3 + e_3 \theta & e_3 + f_3 \theta \\ 0 & X_4 & 0 & z_4 & b_4 + c_4 \theta & c_4 + d_4 \theta & d_4 + e_4 \theta & e_4 + f_4 \theta \end{vmatrix} = 0.$$

Il luogo cercato è dunque un cono di 2º grado avente il vertice in Z e contenente la corda condotta da Z alla K₃.

Al variare di θ questi coni formano un sistema ∞^1 di indice 4.

Dato θ , e introducendo le coordinate della retta che unisce i punti X e Z, l'equazione precedente rappresenta un complesso di 2º grado, e precisamente il complesso tetra e drale al quale appartengono tutte le tangenti della prima osculante del punto θ .

Rammentando le formole del n. 13, ed inoltre l'equazione trovata alla fine del n. 35 del mio lavoro *Sui combinanti dei sistemi di forme binarie* ecc., si ottiene l'equazione dello stesso complesso, espressa coi nostri combinanti elementari, sotto la forma seguente:

$$40 \, (V, V)^{6} - \frac{12}{7} (V, P)^{4} - \frac{8}{245} (P, P)^{2} + \frac{1}{15} \, RP = 0.$$

dalla quale si potrebbe eliminare un termine per mezzo della identità (V).

23. L'involuzione $[Z]_2^5$ contiene ∞^2 involuzioni del 5° ordine e di 1° specie, e gli spigoli degli ∞^1 cinquispigoli corrispondenti ad una qualunque di esse sono le generatrici di un cono cubico avente il vertice in Z e per generatrice doppia la corda di K_3 passante per Z. Per determinarne la equazione si osservi che per staccare da $[Z]_2^5$ un'involuzione di 1° specie, che diremo $[Z]_2^5$, basta (allo stesso modo usato dal sig. Stahl in occasione analoga, l. c., pag. 53) imporre ai gruppi della prima la condizione di essere apolari ad una quinta forma di 5° ordine $\alpha_5 + 5b_5 \lambda + \dots$

 $+f_5 \lambda^5$ data arbitrariamente. Indicando ancora con $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_5$ i parametri dei punti di un gruppo di $[Z]_1^5$, si avrà pertanto la relazione

$$(a_5 + \theta_5 b_5) + {}^{\mathsf{r}}_{\mathsf{t}}(b_5 + \theta_5 c_5) \sum_{1}^{4} \theta_i + (c_5 + \theta_5 d_5) \sum_{1}^{4} \theta_i \theta_j + (d_5 + \theta_5 e_5) \sum_{1}^{4} \theta_i \theta_j \theta_m \\ + (e_5 + \theta_5 f_5) \theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 = 0.$$

Ed eliminando da questa e dalle (7) le quantità θ_i , φ , τ e k, si ha la cercata equazione del cono cubico:

24. L'involuzione $[Z]^{5}_{2}$ ha un (solo) gruppo piano, il quale (v. il citato lavoro *Sulle curve razionali* ecc.) trovasi nel piano focale del punto Z rispetto al complesso lineare R = 0, cioè (n. 13) nel piano rappresentato dall'equazione $Q^{5}_{\lambda} = 0$.

L'involuzione stessa possiede inoltre sei coppie neutre, le quali (l. c., n. 16) corrispondono alle sei osculanti piane di 3° ordine, i cui piani passano per Z, cioè ai piani passanti per Z ed appartenenti al fascio gobbo di 6^a classe, chiamato C_6 dal sig. Stahl, e costituito dai piani stazionari delle prime osculanti di C_5 . V. anche in proposito Sulle curve razionali ecc., n. 14.

Terminerò facendo rilevare l'analogia che ha luogo fra le cose esposte in questo \S , e quelle che trovansi nel \S 4 del lavoro più volte ricordato del sig. Stahl, dove l'A. tratta della curva piana del 5° ordine. La ragione di siffatta analogia sta in questo, che, projettando la quintica gobba C_5 da Z sopra un piano, l'involuzione $[Z]^5_2$ viene projettata nell'involuzione fondamentale relativa alla projezione di C_5 , e della quale esclusivamente si occupa il sig. Stahl nel \S 4.

PARTE SECONDA

§ 5.

La curva gobba razionale del 5° ordine in relazione colla forma binaria dell'8° ordine.

25. Il sig. Stahl, a pag. 45 l. c., introduce le quantità α_i , β_i , γ_i , δ_i (i = 1, 2, 3, 4) legate colle α_i , $b_i \dots$, f_i (adoperate nel § precedente) dalle seguenti relazioni (l. c., pag. 47):

$$\begin{bmatrix} a_{\mu} \delta_{\nu} \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} b_{\mu} \gamma_{\nu} \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} c_{\mu} \beta_{\nu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{\mu} \alpha_{\nu} \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} b_{\mu} \delta_{\nu} \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} c_{\mu} \gamma_{\nu} \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} d_{\mu} \beta_{\nu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{\mu} \alpha_{\nu} \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} c_{\mu} \delta_{\nu} \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} d_{\mu} \gamma_{\nu} \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} e_{\mu} \beta_{\nu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{\mu} \alpha_{\nu} \end{bmatrix} = 0,$$

dove si è posto per es. $[\alpha_2 \, \delta_3] = \alpha_2 \, \delta_3 - \alpha_3 \, \delta_2$. Le α_i , β_i , γ_i , δ_i sono i coefficienti delle quattro forme binarie cubiche, a cui sono proporzionali le coordinate del punto corrente di K_3 .

Dalle relazioni riportate seguono queste altre fra i determinanti di terz'ordine:

$$\begin{bmatrix} a\alpha\delta \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} b\alpha\gamma \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} c\alpha\beta \end{pmatrix} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} a\beta\delta \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} b\beta\gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\alpha\beta \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} a\gamma\delta \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} c\beta\gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\alpha\gamma \end{bmatrix} = 0,$$

$$3 \begin{bmatrix} b\gamma\delta \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} c\beta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\alpha\delta \end{bmatrix} = 0,$$

e le otto che da esse si ottengono permutando circolarmente due volte in ciascuna di esse le lettere a, b, \ldots, f . Da queste risultano infine le seguenti relazioni fra i determinanti di quart'ordine:

$$\begin{bmatrix} a\alpha\beta\delta \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} b\alpha\beta\gamma \end{bmatrix} = 0 , \qquad 3 \begin{bmatrix} b\beta\gamma\delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d\alpha\beta\delta \end{bmatrix} = 0 ,$$

$$\begin{bmatrix} a\alpha\gamma\delta \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} e\alpha\beta\gamma \end{bmatrix} = 0 , \qquad 3 \begin{bmatrix} e\beta\gamma\delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d\alpha\gamma\delta \end{bmatrix} = 0 ,$$

$$\begin{bmatrix} a\beta\gamma\delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d\alpha\beta\gamma \end{bmatrix} = 0 , \qquad \begin{bmatrix} b\alpha\gamma\delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e\alpha\beta\delta \end{bmatrix} = 0 ,$$

e le dodici che da queste si ottengono colle stesse permutazioni or ora indicate. Dalle ultime relazioni si deduce che si può porre

$$\begin{array}{l} km_0 = 3 \left[\alpha\beta\gamma a\right], \\ km_1 = 3 \left[\alpha\beta\gamma b\right] = \left[\alpha\beta\delta a\right], \\ km_2 = 3 \left[\alpha\beta\gamma c\right] = \left[\alpha\beta\delta b\right] = \left[\alpha\gamma\delta a\right], \\ km_3 = 3 \left[\alpha\beta\gamma d\right] = \left[\alpha\beta\delta c\right] = \left[\alpha\gamma\delta b\right] = 3 \left[\beta\gamma\delta a\right], \\ km_4 = 3 \left[\alpha\beta\gamma e\right] = \left[\alpha\beta\delta d\right] = \left[\alpha\gamma\delta e\right] = 3 \left[\beta\gamma\delta b\right], \\ km_5 = 3 \left[\alpha\beta\gamma f\right] = \left[\alpha\beta\delta e\right] = \left[\alpha\gamma\delta d\right] = 3 \left[\beta\gamma\delta c\right], \\ km_6 = 3 \left[\beta\gamma\delta d\right] = \left[\alpha\beta\delta f\right] = \left[\alpha\gamma\delta e\right]. \\ km_7 = 3 \left[\beta\gamma\delta e\right] = \left[\alpha\gamma\delta f\right], \\ km_8 = 3 \left[\beta\gamma\delta f\right], \end{array}$$

essendo k un fattore di proporzionalità. Introducendo allora, in luogo delle coordinate x_i , le ξ_i legate colle prime dalle relazioni

$$\exists \iota \left[\alpha \beta \gamma x \right] = 3\xi_1 \ , \ \iota \left[\alpha \beta \delta x \right] = -3\xi_2 \ , \ \iota \left[\alpha \gamma \delta x \right] = 3\xi_3 \ , \ \exists \iota \left[\beta \gamma \delta x \right] = -3\xi_4 .$$

il punto corrente λ di C₅ si potrà rappresentare colle formole:

$$\varrho \xi_1 = m_0 + 5m_1 \lambda + 10m_2 \lambda^2 + 10m_3 \lambda^3 + 5m_4 \lambda^4 + m_5 \lambda^5, \\
- \varrho \xi_2 = m_1 + 5m_2 \lambda + 10m_3 \lambda^2 + 10m_4 \lambda^3 + 5m_5 \lambda^4 + m_6 \lambda^5, \\
\varrho \xi_3 = m_2 + 5m_3 \lambda + 10m_4 \lambda^2 + 10m_5 \lambda^3 + 5m_6 \lambda^4 + m_7 \lambda^5, \\
- \varrho \xi_4 = m_3 + 5m_4 \lambda + 10m_5 \lambda^2 + 10m_6 \lambda^3 + 5m_7 \lambda^4 + m_8 \lambda^5,$$

purchè, come faremo, si supponga diverso da zero il determinante $\lceil \alpha\beta\gamma\delta \rceil$, cioè (Stahl, l. c., pag. 45-46) si escluda l'esistenza di un piano avente in comune con C_5 cinque punti infinitamente vicini.

Ponendo

$$\begin{split} \mathbf{M}_{8} &= m_{0} \, \lambda^{8}_{2} + 8 m_{1} \, \lambda_{2}^{7} \, \lambda_{1} + 28 m_{2} \, \lambda_{2}^{6} \, \lambda_{1}^{2} + 56 m_{3} \, \lambda_{2}^{5} \, \lambda_{1}^{3} + 70 m_{4} \, \lambda^{4}_{2} \, \lambda^{4}_{.1} \\ &+ 56 m_{5} \, \lambda_{2}^{3} \, \lambda_{1}^{5} + 28 m_{6} \, \lambda_{2}^{2} \, \lambda_{1}^{6} + 8 m_{7} \, \lambda_{2} \, \lambda_{1}^{7} + m_{8} \, \lambda_{1}^{8} \, , \end{split}$$

la rappresentazione parametrica diviene:

$$\varrho \xi_{1} = \frac{1}{8 \cdot 7 \cdot 6} \frac{\partial^{3} \mathbf{M}}{\partial \lambda_{2}^{3}}, \quad -\varrho \xi_{2} = \frac{1}{8 \cdot 7 \cdot 6} \frac{\partial^{3} \mathbf{M}}{\partial \lambda_{2}^{2} \partial \lambda_{1}}, \quad \varrho \xi_{3} = \frac{1}{8 \cdot 7 \cdot 6} \frac{\partial^{3} \mathbf{M}}{\partial \lambda_{2} \partial \lambda_{1}^{2}}, \\
-\varrho \xi_{4} = \frac{1}{8 \cdot 7 \cdot 6} \frac{\partial^{3} \mathbf{M}}{\partial \lambda_{1}^{3}},$$

cioè le coordinate del punto λ di C_5 vengono espresse come derivate terze di una forma binaria di 8° ordine (1).

26. Posto

sarà E il cataletticante della forma M, e dalle formole (9^b) date dal sig. Stahl, l. c., pag. 45, risulta che nel nostro caso si ha

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_4 = \gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_4 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0,$$

$$\alpha_4 = 3\beta_3 = 3\gamma_2 = \delta_1 = E,$$

quindi

$$\left[\alpha\beta\gamma\delta\right]:=\frac{1}{9}\,\mathrm{E}^{4}.$$

Quando sia nullo l'invariante E (che nel § 7 verrà espresso in funzione degl'invarianti fondamentali di M), la forma M, com'è noto, si può rappresentare come somma di quattro ottave potenze di forme lineari; inoltre il suo covariante di 8° ordine, che nel § seguente indicheremo con J, possiede quattro radici doppie.

(1) Il metodo qui seguito per introdurre la forma M non è che una estensione di quello, con cui il sig. Stahl nella Memoria *Ueber die rationale ebene Curve vierter Ordnung* (Giornale di Crelle, Bd. 104, § 12) ha mostrato potersi considerare le coordinate del punto corrente di una quartica piana razionale come derivate seconde di una sestica binaria. Anche i signori E. Meyer e Friedrich, nei lavori a cui si è alluso nella prefazione, sono giunti a questo ultimo risultato, ma per via meno geometrica.

Per via analoga a quella tenuta dal sig. Stahl circa la quartica piana nel lavoro or ora citato, si dimostra che nel caso attuale tutti i gruppi dell'involuzione fondamentale hanno quattro punti comuni: che cioè, indicando con U ed U₁ le due quintiche binarie, da cui si può intendere determinata l'involuzione stessa, si ha

$$U = F_{+}(\lambda)$$
, $U_{1} = \lambda F_{+}(\lambda)$,

essendo $F_4(\lambda)$ una forma binaria biquadratica. Si riconosce facilmente che i combinanti elementari w, q e δ hanno qui i valori seguenti:

$$w = \frac{1}{5} \overline{\mathbf{F}_{4.}(\lambda)^{2}}, \quad q = -\frac{12}{25} (\mathbf{F}_{4}, \mathbf{F}_{4})^{2}, \quad \delta = \frac{3}{5} (\mathbf{F}_{4}, \mathbf{F}_{4})^{4}.$$

I punti di contatto dei piani stazionari coincidono dunque a due a due, cioè esistono quattro piani, di cui ciascuno ha comuni colla curva cinque punti infinitamente vicini.

27. Si è già osservato (nº 25) che la K₃ viene in generale rappresentata dalle formole

$$\tau X_i = \alpha_i + 3\beta_i \lambda + 3\gamma_i \lambda^2 + \delta_i \lambda^3 ,$$

laonde se alle u_i contenute nei quadrinomi (αu) , (βu) , (cioè $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 + \alpha_4 u_4$, ecc.) si sostituiscono altre coordinate, che chiamo ancora u_i , date dalle relazioni

$$(\alpha u): 3(\beta u): 3(\gamma u): (\delta u) = u_4: u_3: u_2: u_1$$

le coordinate del piano osculatore a K_3 nel punto λ diventano

$$u_1 = 1$$
, $u_2 = -3\lambda$, $u_3 = 3\lambda^2$, $u_4 = -\lambda^3$,

mentre quelle del punto stesso sono

(1)
$$\tau X_1 = \lambda^3 , \quad \tau X_2 = \lambda^2 , \quad \tau X_3 = \lambda , \quad \tau X_4 = 1 .$$

Di qui, analogamente a quanto ha fatto il sig. Stahl per la quartica piana (l. c., Giorn. di Crelle, Bd. 104, pag. 304-305), si deducono i due seguenti teoremi:

L'equazione $\mathbf{M}=0$ ha per radici i parametri degli otto punti di \mathbf{C}_5 , che sono situati sui piani osculatori corrispondenti di \mathbf{K}_3 .

Un piano arbitrario taglia C_5 in cinque punti, i quali rispetto ad M formano il terzo gruppo polare misto dei tre punti, in cui lo stesso piano taglia K_3 (1).

Interpretazione geometrica dei principali invarianti e covarianti di M. Altre proprietà del tessuto di quadriche, a cui dà luogo la projettività fra C_5 e K_3 .

28. Ponendo simbolicamente

$$M = a_{\lambda}^{8} = b_{\lambda}^{8} = \dots,$$

in questo § non occorrerà che la considerazione delle seguenti formazioni:

$$\begin{aligned} & H_{\lambda}^{12} = (M, M)^2, \quad i_{\lambda}^{8} = (M, M)^4, \quad k_{\lambda}^{4} = (M, M)^6, \quad A = (M, M)^8, \\ & J_{\lambda}^{8} = (ab)^2 (ac)^2 (ad)^2 (bc)^2 (bd)^2 (cd)^2 a_{\lambda}^{2} b_{\lambda}^{2} c_{\lambda}^{2} d_{\lambda}^{2}, \\ & l_{\lambda}^{4} = (ab)^4 (ac)^2 (ad)^2 (bc)^2 (bd)^2 (cd)^2 c_{\lambda}^{2} d_{\lambda}^{2}, j_{\lambda}^{12} = (ab)^2 (ac)^2 (bc)^2 a_{\lambda}^{4} b_{\lambda}^{4} c_{\lambda}^{4}, \\ & \gamma = (ab)^4 (cd)^4 (ac)^2 (ad)^2 (bc)^2 (bd)^2. \end{aligned}$$

⁽¹⁾ La corrispondenza fra C_5 e K_3 , alla quale qui e in seguito si allude, è quella di cui si è trattato nel § 3.

Le prime quattro appartengono al sistema completo di M; delle rimanenti e di alcune altre darò nel § seguente le espressioni in funzione delle forme del sistema completo.

Si ha immediatamente il significato geometrico di ciascuna delle forme J, $l \in \gamma$ (epperò ci asterremo dal trascriverlo), osservando che esse differiscono soltanto per fattori numerici dai combinanti w, $q \in \delta$, che si sono studiati nella Prima Parte: si ha infatti

$$w = 20 \text{ J}$$
, $q = 12 l$, $\delta = 15 \gamma$.

Dalle (I), (II), (III) là trovate al nº 6 risultano inoltre le tre seguenti identità relative alla forma binaria dell'8° ordine:

$$\gamma J + 20 (J, J)^4 + \frac{48}{7} (J, l)^2 - \frac{54}{49} l^2 = 0,$$

$$\gamma l + \frac{40}{3} (J, J)^6 - \frac{60}{7} (J, l)^4 - \frac{120}{49} (l, l)^2 = 0,$$

$$\frac{1}{120} \gamma^2 - \frac{1}{9} (J, J)^8 - \frac{1}{35} (l, l)^4 = 0.$$

29. È facile trovare un primo significato dell'equazione $j_{\lambda}^{12} = 0$. Invero il primo membro, a meno di un coefficiente numerico, equivale a

epperò l'equazione $j_{\lambda}^{12}=0$ rappresenta dodici punti di C_5 , i cui piani osculatori passano per il punto corrispondente di K_3 .

A questi medesimi punti siamo già pervenuti per altra via nel nº 18.

Più generalmente, l'equazione

$$(ab)^2 (ac)^2 (bc)^2 a_{\lambda}^3 b_{\lambda}^3 c_{\lambda}^3 a_{\mu} b_{\mu} c_{\mu} = 0$$

rappresenta la condizione perchè il piano osculatore a C_5 nel punto λ passi per il punto μ di K_3 .

Ciò si dimostra scrivendo in forma di determinante l'equazione del detto piano osculatore, e sostituendo alle coordinate del punto corrente le espressioni date dalle (1) del § precedente.

30. La rete di quadriche passanti per K_3 è rappresentata, com'è noto, dall'equazione locale

$$\varrho_1(x_1x_3-x_2^2)+\varrho_2(x_2x_3-x_1x_4)+\varrho_3(x_2x_4-x_3^2)=0$$
,

essendo ϱ_1 , ϱ_2 , ϱ_3 parametri variabili. I punti in cui una di tali quadriche è tagliata da C_5 sono dunque dati dall'equazione

$$(ab)^2 a_{\lambda}^5 b_{\lambda}^5 \left[\varrho_1 a_2 b_2 + \varrho_2 (a_1 b_2 + a_2 b_1) + \varrho_3 a_1 b_1 \right] = 0 .$$

Introducendo al posto delle ϱ i coefficienti di una forma quadratica arbitraria m_{λ^2} , cioè ponendo (1)

$$\varrho_1 = m_1^2$$
, $\varrho_2 = -m_1 m_2$, $\varrho_3 = m_2^2$,

l'equazione precedente diviene

$$(ab)^2 (am) (bm) a_{\lambda}^5 b_{\lambda}^5 = 0$$
,

ossia, per la (VIII) che troveremo nel § venturo,

$$22 (Hm)^2 H_{\lambda^{10}} - 5m_{\lambda^2} \cdot i_{\lambda^8} = 0$$
.

31. Dall'ultimo teorema del § precedente risulta che, se un piano oscula K_3 nel punto μ e taglia C_5 in un punto λ , ha luogo la relazione

$$a_{\lambda}^5 a_{\mu}^3 = 0 .$$

Formando pertanto (D'Ovidio, l. c., pag. 18; Pittarelli, l. c., pag. 277) l'hessiano della forma cubica in μ che sta nel primo membro, si ha:

L'equazione

(1) $0 = (ab)^2 a_{\mu} b_{\mu} a_{\lambda}^5 b_{\lambda}^5 \equiv 22 H_{\mu}^2 H_{\lambda}^{10} - 5 (\lambda \mu)^2 i_{\lambda}^8 ,$

dato il punto λ sopra C_5 , ha per radici μ i parametri dei punti di appoggio della corda di K_3 uscente da λ ; dato invece il punto μ sopra K_3 , fornisce i dieci punti λ , in cui C_5 è tagliata dal cono quadrico che da μ projetta K_3 .

Formando il discriminante dell'ultimo membro dell'equazione precedente, considerato come funzione di μ , si ha che l'equazione

11 (HH')²
$$H_{\lambda}^{10}$$
 H'_{λ}^{10} — $5i_{\lambda}^{8}$. H_{λ}^{12} = 0

rappresenta i venti punti, in cui C_5 è incontrata dalla superficie sviluppabile di K_3 .

Ancora dalla (1), ponendo $\mu=\lambda$, segue un primo significato dell'hessiano di M: L'hessiano della forma M ha per radici i parametri dei dodici punti di C_5 (o di K_3), che uniti coi loro corrispondenti di K_3 (o di C_5), dànno una retta appoggiata ulteriormente a K_3 .

Come si ricava dalla (1), il covariante cubico di $a_{\lambda}^{5} a_{\nu}^{3}$ è

$$22 \text{ (Ha) } a_{\mu}^{2} a_{\lambda}^{5} \text{ H}_{\mu} \text{ H}_{\lambda}^{10} + 5 (\lambda \mu) i_{\lambda}^{8} . a_{\mu}^{2} a_{\lambda}^{6} ;$$

epperò ponendo $\mu = \lambda$, e ricordando (2) il nesso che sussiste fra la teoria delle forme binarie cubiche e quella dei punti congiunti introdotta dal prof. Cremona nello studio della cubica gobba, si ottiene:

La forma $(Ha)H_{\lambda}^{11}a_{\lambda}^{7}$ rappresenta dieciotto punti di C_{5} tali che, fissatone uno qualunque λ , fra i punti di contatto dei piani osculatori condotti a K_{3} dal punto congiunto di λ , uno è il corrispondente di λ stesso.

32. La cubica K₃ determina un sistema nullo, i cui raggi direttori formano un complesso lineare N avente l'equazione

$$p_{14} - 3 p_{23} = 0.$$

⁽¹⁾ Cfr. D'Ovidio, Studio sulle cubiche gobbe ecc. (Mem. della R. Accad. d. Scienze di Torino, Scrie II, t. 32, ni 18 e seg.); Pittarelli, La cubica gobba ecc. (Giornale di Matem., t. 17, § II).

⁽²⁾ Cfr. D'Ovidio, l. c., ni 15, 16 e 17; Pittarelli, l. c., § II; ed inoltre R. Sturm, Darstellung binärer Formen auf der cubischen Raumcurve (Giornale di Crelle, Bd. 86, no 8).

Per la tangente a C5 nel punto à si ha

$$p_{14} = \frac{1}{2} (ab)^2 a_{\lambda}^4 b_{\lambda}^4 (a_1^2 b_2^2 + a_1 a_2 b_1 b_2 + a_2^2 b_1^2),$$

$$p_{23} = \frac{1}{2} (ab)^2 a_{\lambda}^4 b_{\lambda}^4 a_1 a_2 b_1 b_2,$$

epperò si conclude:

Le radici del covariante i_{λ}^{8} sono i parametri degli otto punti di C_{5} , le cui tangenti appartengono al complesso lineare N.

Si trova facilmente che i combinanti elementari V_{λ}^{8} , P_{λ}^{4} ed R, studiati nella Prima Parte, e di cui là si è assegnato il significato geometrico, si possono, coll'intervento della forma M, esprimere come segue:

$$\begin{split} \mathbf{V}_{\lambda}{}^{8} &= \frac{5}{2} \, (ab)^{2} \, a_{\lambda}{}^{4} \, b_{\lambda}{}^{4} \, \langle \, a_{1}{}^{2} \, b_{1}{}^{2} \, p_{12} + (a_{1} \, b_{2} + a_{2} \, b_{1}) \, a_{1} \, b_{1} \, p_{13} + a_{1} \, a_{2} \, b_{1} \, b_{2} \, p_{14} \\ &+ (a_{1}{}^{2} \, b_{2}{}^{2} + a_{1} \, a_{2} \, b_{1} \, b_{2} + a_{2}{}^{2} \, b_{1}{}^{2}) \, p_{23} + (a_{1} \, b_{2} + a_{2} \, b_{1}) \, a_{2} \, b_{2} \, p_{24} + a_{2}{}^{2} \, b_{2}{}^{2} \, p_{34} \, \langle \, , \\ \mathbf{P}_{\lambda}{}^{4} &= 25 \, (ab)^{4} \, a_{\lambda}{}^{2} \, b_{\lambda}{}^{2} \, \langle \, ab \, a_{2} \, b_{3}{}^{2} \, ab \, a_{3}{}^{2} \, a_{3$$

Se in queste tre forme al posto delle p_{ik} si sostituiscono le coordinate della tangente a K_3 nel suo punto μ , si ottiene rispett.

(2)
$$\frac{5}{2} (ab)^2 a_{\lambda}^4 b_{\lambda}^4 a_{\mu}^2 b_{\mu}^2,$$

(3)
$$25 (ab)^4 a_{\lambda}^2 b_{\lambda}^2 a_{\mu}^2 b_{\mu}^2,$$

$$(4) 5 (ab)^6 a_{\lambda}^2 b_{\lambda}^2.$$

Uguagliando a zero la (2) si ha quindi la relazione che intercede fra un punto λ di C_5 ed un punto μ di K_3 , quando le relative tangenti s'incontrano.

In particolare si ottiene quest'altro significato dell'hessiano di M:

L'hessiano di M rappresenta dodici punti di C_5 (o di K_3), le cui tangenti tagliano le corrispondenti tangenti di K_3 (o di C_5).

L'equazione che risulta uguagliando a zero la (3), dato il punto λ di C_5 , rappresenta i quattro punti μ di K_3 , le cui tangenti appartengono al complesso lineare determinato dalla seconda osculante del punto λ .

Si noti che la corrispondenza fra i punti λ e μ è simmetrica.

Per $\mu=\lambda$ si ha un nuovo significato del covariante $i_{\lambda}{}^{8}$: esso rappresenta otto punti di C_{5} tali che il complesso lineare relativo alla seconda osculante di uno qualunque di essi contiene la tangente a K_{3} nel punto corrispondente.

Dalla (4) si ha infine:

Il covariante k_{λ}^4 dà i parametri dei quattro punti di K_3 , le cui tangenti appartengono al complesso lineare R=0.

33. L'invariante simultaneo dei due complessi lineari $V_{\lambda}{}^{8} = 0$ ed N è $i_{\lambda}{}^{8}$, il che fornisce di nuovo una proprietà trovata poc'anzi. L'invariante simultaneo dei complessi $P_{\lambda}{}^{4} = 0$ ed N è invece $k_{\lambda}{}^{4}$, e si ha quindi:

L'equazione $k_{\lambda}^4=0$, di cui alla fine del n.º preced. già si trovò un significato, fornisce quattro punti di C_5 , tali che i complessi lineari determinati dalle loro seconde osculanti pure sono in involuzione col complesso lineare N.

L'invariante simultaneo dei due complessi R = 0 ed N è A, dunque:

L'annullarsi dell'invariante A è la condizione perchè il complesso R=0 ed il complesso N siano in involuzione.

L'invariante dello stesso complesso R = 0 è

$$(ab)^6 (cd)^6 (ac) (bc) (ad) (bd)$$
,

ossia, per la (II) del § seguente,

$$(kk')^4 - \frac{1}{6} A^2$$
.

34. Riprendiamo a considerare il tessuto di quadriche del \S 3, e col sig. Pittarelli (l. c.) assumiamo come coordinate omogenee di un punto dello spazio i coefficienti A_0 , A_1 , A_2 , A_3 di una forma binaria cubica

$$A_{\lambda^3} = B_{\lambda^3} = \ldots = A_0 \lambda^3 + 3A_1 \lambda^2 + 3A_2 \lambda + A_3$$

e come coordinate omogenee di un piano i coefficienti (inclusi i numerici) α_0 , $3\alpha_1$, $3\alpha_2$, α_3 di un'altra forma cubica

$$\alpha_{\lambda}^{3} = \beta_{\lambda}^{3} - \ldots = \alpha_{0} \lambda^{3} + 3\alpha_{1} \lambda^{2} + 3\alpha_{2} \lambda + \alpha_{3}$$
.

Si trova allora senza difficoltà:

L'equazione

$$(a\alpha)^3 (a\beta)^3 a_x a_y = 0$$

rappresenta, in coordinate di piani, la quadrica $f^2_{x,y}$, ossia, al variare di x,y, il tessuto sopra ricordato.

Osservando che

$$(a\alpha)^3 a\lambda^5 = 0$$

rappresenta il punto λ di C_5 , dalla (5) segue di nuovo il teorema dato alla fine del n. 17.

Se nella (5) in luogo delle coordinate correnti si sostituiscono quelle del piano osculatore a K_3 nel suo punto λ , si ottiene:

$$a_x a_y a^6 \lambda = 0$$
.

Di qui, osservando inoltre la forma dell'equazione (5), risulta l'importante proprietà (1):

La quadrica $f^2_{\infty,y}$ del tessuto (5), corrispondente ai punti x,y di C_5 , è la superficie di 2^a classe armonica alla cubica gobba K_3 (cioè armonica altutte le superficie di 2^o ordine passanti per K_3), ed avente fra'suoi piani tangenti i sei piani che osculano K_3 nei punti costituenti il secondo gruppo polare misto di x,y rispetto alla forma M.

Da ciò segue (2) che i punti comuni a K_3 ed alla quadrica $f^2_{x,y}$ si possono

⁽¹⁾ Veggasi il n. 13 della mia Nota II^a Intorno alla rappresentazione ecc. (Rendic. del Circolo Matem. di Palermo, 1891, t. V, pag. 33).

⁽²⁾ Cfr. Meyer, Apolarität, pag. 201.

avere uguagliando a zero il determinante delle derivate quarte della sestica $a_{\infty} a_{y} a_{\lambda}^{6}$; laonde:

Dati x,y, l'equazione

$$(ab)^2 (ac)^2 (bc)^2 a_{xx} a_{yx} b_{xx} b_{yx} c_{xx} c_{yx} a_{xx}^2 b_{xx}^2 c_{xx}^2 = 0$$

fornisce i parametri λ dei sei punti, in cui la quadrica $f^2_{\omega,y}$ è incontrata dalla cubica K_3 .

Per y=x l'equazione precedente diviene simmetrica rispetto ad x e λ , quindi:

Se la quadrica $f^2_{x,x}$ passa per il punto λ di K_3 , la quadrica $f^2_{\lambda,\lambda}$ passa per il punto x della stessa K_3 .

Ponendo poi anche $x = \lambda$, risulta:

Il covariante già considerato j_{λ}^{12} rappresenta dodici punti di C_5 , la cui relativa quadrica $f^2_{\lambda,\lambda}$ contiene il punto corrispondente di K_3 (1).

35. Da proprietà note (Meyer, l. c., pag. 205) risulta che esiste un sistema lineare ∞^3 di superficie di 2° ordine F^2 (che per brevità diremo sistema triplo delle F^2), ciascuna delle quali è armonica a K_3 ed è inoltre apolare a tutte le quadriche $f^2_{\infty,y}$, per modo che il sistema lineare ∞^6 delle superficie di 2° ordine apolari al tessuto delle $f^2_{\infty,y}$ si ottiene componendo linearmente il sistema triplo delle F^2 colla rete delle quadriche circoscritte a K_3 .

I punti comuni a K_3 ed alla superficie del 4º ordine, che è jacobiana delle F^2 , si hanno uguagliando a zero il determinante funzionale delle sestiche apolari alle $a_x a_y a_{\lambda}^6$, ossia (per un teorema fondamentale sull'apolarità) il determinante funzionale delle stesse $a_x a_y a_{\lambda}^6$. Pertanto:

Il covariante j_{λ}^{12} , più volte incontrato, rappresenta altresì i punti comuni a K_3 ed alla superficie jacobiana del sistema triplo delle F^2 .

Ciò si può anche confermare cercando l'equazione della jacobiana stessa. A tal fine osserviamo che in generale, date tre sestiche binarie $l_{\lambda}{}^{6}$, $m_{\lambda}{}^{6}$, $n_{\lambda}{}^{6}$ e chiamate $\mu_{\lambda}{}^{6}$, $\nu_{\lambda}{}^{6}$, $\varrho_{\lambda}{}^{6}$ e $\sigma_{\lambda}{}^{6}$ quelle che determinano il loro sistema conjugato, le superficie di 2° ordine armoniche a K_{3} , e secanti K_{3} nei punti corrispondenti a queste ultime, hanno le equazioni simboliche

$$(\mu A)^3 (\mu B)^3 = 0$$
, ..., $(\sigma A)^3 (\sigma B)^3 = 0$,

epperò la loro jacobiana è rappresentata da

$$(\mu\nu)(\mu\varrho)(\mu\sigma)(\nu\varrho)(\nu\sigma)(\varrho\sigma)(\mu A)^3(\nu B)^3(\varrho C)^3(\sigma D)^3 = 0$$
.

Introducendo i simboli delle tre forme date (il che è possibile in virtù delle relazioni bilineari che provengono dall'apolarità), si trova l'equazione cercata

$$(mn) (nl) (lm) (lA)^3 (mB)^3 (nC)^3 (lD) (mD) (nD) = 0$$
.

Nel caso nostro, in cui le tre forme date sono le derivate seconde della forma M, l'equazione della jacobiana del sistema delle F² è

$$(bc)^2 (ca)^2 (ab)^2 (aA)^3 (bB)^3 (cC)^3 (aD) (bD) (cD) = 0$$
.

⁽¹⁾ Questa proprietà si può del resto dedurre anche da quella del n. 29, combinandola coll'osservazione fatta dal sig. Stahl (1. c., pag. 49), che il piano osculatore in λ a C_s è il piano polare del punto λ di K_s rispetto alla $f^2_{\lambda,\lambda}$.

36. La cubica K_3 è una cubica polare tanto per il tessuto delle $f^2_{\infty,y}$, quanto per il sistema triplo delle F^2 (1). Gli ∞^2 esaedri formati dalle sestuple di piani osculatori di K_3 , che sono tangenti alle varie $f^2_{\infty,y}$, sono esaedri polari comuni a tutte le F^2 .

Le ∞^3 sestuple di punti comuni a K_3 ed alle quadriche F^2 rappresentano sopra K_3 il sistema lineare delle sestiche apolari alla forma M, e sono i vertici di e s a g o n i p o l a r i comuni a tutte le $f^2_{x,y}$. Fra questi esagoni si trovano quelli formati da ciascun gruppo dell'involuzione fondamentale, unito con un punto arbitrario di K_3 .

Chiamando h_{λ}^{5} e k_{λ}^{5} due quintiche, da cui si può pensare determinata l'involuzione fondamentale, il sistema lineare ∞^{3} delle sestiche apolari ad M si può rappresentare con h_{λ}^{5} m_{λ} + k_{λ}^{5} n_{λ} , essendo m_{λ} ed n_{λ} due forme lineari arbitrarie. In tal modo l'equazione del sistema triplo delle F^{2} assume la forma

$$(Ah)^3 (Bh)^2 (Bm) + (Ak)^3 (Bk)^2 (Bn) = 0$$
.

Da ciò che precede risulta poi che, se imaginiamo la curva gobba razionale del 6° ordine, per la quale le coordinate del punto corrente sono le sestiche apolari alla forma M di 8° ordine, essa non possiede, come in generale, sei rette quadrisecanti, sibbene ∞' cinquesecanti (generatrici di uno stesso iperboloide) (²). Non è difficile allora riconoscere quali modificazioni subiscano nel nostro caso i teoremi dati in generale dal sig. Meyer (1. c., § 32) per un sistema lineare qualunque ∞^3 di quadriche.

§ 7.

Sopra alcuni invarianti e covarianti di una forma binaria dell'8º ordine, considerati nei due paragrafi precedenti.

37. In ciò che segue mi propongo di esprimere, in funzione dei fondamentali, gl'invarianti e covarianti di una forma binaria f di 8° ordine, che si sono considerati nella Seconda Parte di questo lavoro.

Com'è noto (3), il sistema completo di f si compone di 70 forme, cioè di 10 invarianti (compresa una costante assoluta) e 60 covarianti; di essi non ci occorreranno che i seguenti, che rappresenteremo cogli stessi simboli del sig. v. Gall:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\omega}^{12} &= (f,f)^2 \;, \quad i_{\omega}^{\,8} = (f,f)^4 \;, \quad k_{\omega}^{\,4} = (f,f)^6 \;, \quad \mathcal{A}_{\omega}^{\,4} = (k,k)^2 \;, \quad p_{\omega}^{12} = (f,i)^2 \;, \\ i_2 &= (i,k)^2 \;, \quad i_4 = (i,k)^4 \;, \quad \mathbf{A} = (f,f)^8 \;, \quad \mathbf{B} = (f,i)^8 \;, \quad \mathbf{C} = (k,k)^4 \;, \quad f_{kk} = (f,k^2)^8 \;. \end{aligned}$$

- (1) Per questi argomenti, oltre il libro citato del sig. Meyer (specialmente §§ 31 e 32) vedasi anche Reye, Ueber lineare Systeme und Gewebe von Flächen zweiten Grades (Giorn. di Crelle, Bd. 82).
- (2) Questa proprietà sussiste in generale: Se le quattro forme binarie di ordine n, che definiscono una curva gobba razionale di ordine n, costituiscono il gruppo delle forme d'ordine n apolari ad una forma m di ordine m, costituiscono il gruppo siede m rette appoggiate ad essa in m-1 punti ciascuna. Ciò si può dimostrare, per ess, osservando che in generale la forma m si può rappresentare, in m modi, come somma di m-1 potenze di forme lineari, ed applicando un teorema del sig. Stahl (Mathem. Annalen, Bd. 40, pag. 8).
- (3) Il sistema completo della forma binaria di 8° ordine è stato stabilito dai sigi v. Gall (Math. Ann., Bd. 17) e Sylvester (American Journal of Math., vol. 2, pag. 223 e vol. 4, pag. 62; inoltre Comptes rendus, t. XCIII, 25 luglio e 22 agosto 1881, pag. 192 e 365). Sullo stesso argomento vedasi pure Stroh (Math. Ann., Bd. 22, pag. 290), Maisano (Rendic. del Circolo Mat. di Palermo, vol. 3, pag. 53; vol. 4, pag. 1; vol. 5, pag. 152), Alagna (id., vol. 4, pag. 25 e 287; vol. 6, pag. 77).

Conserveremo ai simboli j, J, l, γ ed E gli stessi significati loro attribuiti nei due ultimi paragrafi, e porremo ancora col sig. v. Gall:

$$f_4 = (f,k)^4$$
, $H_4 = (H,k)^4$.

Dovremo inoltre tener presenti le seguenti polari, che si ricavano dallo sviluppo di Gordan:

(I)
$$(ab)^6 a_x^2 b_x b_y = k_x^3 k_y$$
,

(II)
$$(ab)^6 a_x^2 b_y^2 = k_x^2 k_y^2 + \frac{1}{3} \mathbf{A} (xy)^2$$
,

(III)
$$(ab)^4 a_x^4 b_x^3 b_y = i_x^7 i_y$$
,

(IV)
$$(ab)^4 a_x^4 b_x^2 y^2 = i_x^6 i_y^2 + \frac{2}{7} (xy)^2 k_x^4$$
,

(V)
$$(ab)^4 a_x^4 b_y^3 = i_x^5 i_y^3 + \frac{6}{7} (xy)^2 k_x^3 k_y$$

(VI)
$$(ab)^4 a_x^4 b_y^4 = i_x^4 i_y^4 + \frac{1}{5} \Lambda (xy)^4 + \frac{12}{7} (xy)^2 k_x^2 k_y^2,$$

(VII)
$$(ab)^2 a_x^6 b_x^5 b_y = H_x^{11} H_y$$
,

(VIII)
$$(ab)^2 a_x^6 b_x^4 b_y^2 = H_x^{10} H_y^2 + \frac{3}{11} (xy)^2 i_x^8$$
,

(IX)
$$(ab)^2 a_x^6 b_x^3 b_y^3 = H_x^9 H_y^3 + \frac{9}{11} (xy)^2 i_x^7 i_y$$

(X)
$$(ab)^2 a_x^6 b_x^2 b_y^4 = H_x^8 H_y^4 + \frac{18}{11} (xy)^2 i_x^6 i_y^2 + \frac{5}{42} (xy)^4 k_x^4$$

(XI)
$$(ab)^2 a_x^6 b_x b_y^5 = H_x^7 H_y^5 + \frac{30}{11} (xy)^2 i_x^5 i_y^3 + \frac{25}{42} (xy)^4 k_x^3 k_y$$

(XII)
$$(ab)^2 a_x^6 b_y^6 = H_x^6 H_y^6 + \frac{45}{11} (xy)^2 i_x^4 i_y^4 + \frac{25}{14} (xy)^4 k_x^2 k_y^2 + \frac{1}{7} \Lambda (xy)^6$$
.

Infine faremo uso delle relazioni seguenti, dovute al sig. v. Gall (l. c., pag. 32, 33, 36, 36, 140, 46, 47, 148 rispett.):

$$(1) (f,i)^6 = \frac{3}{14} f_4,$$

(2)
$$(f,i)^7 = 0$$
,

(3)
$$(f_4, f)^2 = \frac{10}{3}i_2 + \frac{2}{7}k^2 + \frac{1}{9}Ai - \frac{1}{9}Bf,$$

(4)
$$H_4 = \frac{56}{33}i_2 + \frac{1}{6}k^2 + \frac{1}{9}Ai - \frac{1}{9}Bf,$$

(5)
$$(i,i)^4 = -\frac{8}{35}i_2 + \frac{6}{245}k^2 - \frac{1}{30}Ai + \frac{1}{15}Bf,$$

(6)
$$(i,i)^6 = \frac{3}{7}i_4 + \frac{4}{49}\Delta - \frac{1}{30}\Lambda k,$$

(7)
$$(i,i)^8 = \frac{1}{30} A^2 - \frac{4}{35} C,$$

(8)
$$(H, i)^8 = -\frac{20}{33}i_4 + \frac{18}{77} A + \frac{15}{154} Ak.$$

38. Per una nota identità abbiamo

$$\begin{split} j = & \frac{1}{2} (ab)^2 \, a_x^2 \, b_x^2 \, c_x^4 \left[2 \, (ac)^4 \, b_x^4 + (ab)^4 \, c_x^4 - 4 \, (ab)^2 \, (ac)^2 \, b_x^2 \, c_x^2 \right] \\ = & \frac{1}{2} \, fk - (ab)^4 \, (ac)^2 \, a_x^2 \, b_x^4 \, c_x^6 \, , \end{split}$$

e trasformando l'ultimo termine colla (IV):

$$j = \frac{3}{14} fk - p$$
 (1).

Considerando ora il covariante J, abbiamo

$$(9) \ \mathbf{J} = \frac{1}{2} (ad)^2 (bc)^2 (bd)^2 (cd)^2 a_x^2 d_x^2 [2(ab)^4 c_x^4 + (bc)^4 a_x^4 - 4(ab)^2 (bc)^2 a_x^2 c_x^2]$$

$$= \frac{1}{2} (bc)^6 (ad)^2 (bd)^2 (cd)^2 a_x^6 d_x^2 - (ab)^4 (bc)^2 (ad)^2 (bd)^2 (cd)^2 a_x^2 c_x^4 d_x^2.$$
Over partle (X), si ha

Ora, per la (X), si ha
$$(10) \quad (bc)^6 (ad)^2 (bd)^2 (cd)^2 a_x^6 d_x^2 = (ab)^2 (kb)^4 a_x^6 b_x^2 = H_4 + \frac{5}{42} k^2 + \frac{18}{11} i_2 .$$
Inoltre
$$(ab)^4 (bc)^2 (ad)^2 (bd)^2 (cd)^2 a_x^2 c_x^4 d_x^2$$

$$= \frac{1}{2} (ab)^4 (bc)^2 (bd)^2 c_x^2 d_x^2 [2(ad)^4 c_x^4 + (cd)^4 a_x^4 - 2(ac)^2 (ad)^2 c_x^2 d_x^2 - 2(ac)^2 (cd)^2 a_x^2 d_x^2]$$

$$= (ab)^4 (ad)^4 (bc)^2 (bd)^2 c_x^6 d_x^2 + \frac{1}{2} (ab)^4 (cd)^4 (bc)^2 (bd)^2 a_x^4 c_x^2 d_x^2$$

$$- (ab)^4 (ac)^2 (ad)^2 (bc)^2 (bd)^2 c_x^6 d_x^2 - 1^0 \text{ membro}$$

$$= \frac{1}{2} (ab)^4 (ad)^4 (bc)^2 (bd)^2 c_x^6 d_x^2$$

$$+ \frac{1}{8} (ab)^4 (cd)^4 a_x^4 [2 (bd)^4 c_x^4 + (cd)^4 b_x^4 - 4 (cd)^2 (bd)^2 b_x^2 c_x^2]$$

$$- \frac{1}{4} (ab)^4 c_x^4 d_x^4 [2 (ac)^4 (bd)^4 + (ab)^4 (cd)^4 - 4 (ab)^2 (ac)^2 (bd)^2 (cd)^2]$$

$$= \frac{1}{2} (ab)^4 (ad)^4 (bc)^2 (bd)^2 c_x^6 d_x^2 - \frac{1}{4} (ab)^4 (bd)^4 (cd)^4 a_x^4 c_x^4$$

Ma, per la (VI), abbiamo in primo luogo:

$$(ab)^4 (bd)^4 (cd)^4 a_x^4 c_x^4 = (ab)^4 (ia)^4 i_x^4 b_x^4 + \frac{1}{5} Ai + \frac{12}{7} (ab)^4 (ak)^2 a_x^2 b_x^4 k_x^2 ,$$

 $=\frac{1}{2}(ab)^4(cd)^6(bd)^2a_x^4b_x^2c_x^2+(ab)^6(ac)^2(bd)^2(cd)^2c_x^4d_x^4-\frac{1}{8}Ai.$

da cui, trasformando il primo termine colla (VI) e l'ultimo colla (IV) e facendo poi uso della (5), si deduce

$$(ab)^4 (bd)^4 (cd)^4 a_x^4 c_x^4 = \frac{16}{5} i_2 + \frac{18}{35} k^2 + \frac{11}{30} Ai + \frac{1}{15} Bf.$$

⁽¹⁾ Questa relazione è un caso particolare di un'altra dovuta al sig. Maisano [*La sestica binaria*, Mem. della R. Accad. dei Lincei, serie 3^a, vol. XIX, 1884, formola (4)].

In secondo luogo le (II) e (IV) dànno immediatamente

$$(ab)^4 (cd)^6 (bd)^2 a_x^4 b_x^2 c_x^2 = i_2 + \frac{2}{7} k^2 + \frac{1}{3} Ai$$
.

In terzo luogo dalla (II) si deduce

$$(ab)^{6} (ac)^{2} (bd)^{2} (cd)^{2} c_{x}^{4} d_{x}^{4} = (ab)^{2} (ka)^{2} (kb)^{2} a_{x}^{4} b_{x}^{4} + \frac{1}{3} Ai$$

$$= \frac{1}{9} (ab)^{2} a_{x}^{2} b_{x}^{2} \left[2 (ak)^{4} b_{x}^{4} + (ab)^{4} k_{x}^{4} - 4 (ab)^{2} (ak)^{2} b_{x}^{2} k_{x}^{2} \right] + \frac{1}{9} Ai$$

$$= H_4 + \frac{1}{21} k^2 - \frac{4}{11} i_2 + \frac{1}{3} \Lambda i.$$

Da ultimo, per la (IV), si ha:

$$(ab)^4 (ad)^4 (bc)^2 (bd)^2 c_x^6 d_x^2 = (ab)^2 (ib)^6 i_x^2 a_x^6 + \frac{2}{7} (ab)^2 (bb)^4 a_x^6 b_x^2,$$

ossia, per la (XII) e la (10),

$$= (\mathbf{H}, i)^6 + \frac{45}{11} (i, i)^4 + \frac{247}{154} i_2 + \frac{5}{147} k^2 + \frac{1}{7} \mathbf{A} i + \frac{2}{7} \mathbf{H}_4.$$

E poichè H_4 ed $(i, i)^4$ sono dati dalle (4) e (5), non resta che calcolare $(H, i)^6$. A tal fine formiamo lo sviluppo $\begin{pmatrix} f & f & i \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ secondo una formola del sig. Gordan (1), della quale il sig. v. Gall nel citato lavoro ha fatto continuo uso; si avrà:

$$\sum \frac{\binom{6}{i} \binom{6}{i}}{\binom{13-i}{i}} [(ff)^{2+i}, i]^{6-i} = \sum \frac{\binom{2}{i} \binom{2}{i}}{\binom{5-i}{i}} [(fi)^{6+i}, f]^{2-i},$$

ossia, tenendo presente la (2),

$$(H, i)_6 + \frac{45}{11}(i, i)_4 + \frac{25}{14}i_2 + \frac{1}{7}Ai = [(f i)^6, f]^2 + \frac{1}{3}Bf$$

da cui, per le (1), (3) e (5),

$$(H, i)^6 = -\frac{3}{22}i_2 - \frac{3}{77}k^2 + \frac{4}{231}Ai + \frac{17}{462}Bf$$

Sostituendo nella (9) tutte le espressioni trovate, si conclude:

(11)
$$J = \frac{4}{5} i_2 + \frac{9}{70} k^2 - \frac{1}{30} Ai - \frac{1}{15} Bf.$$

39. Passando alla forma l, abbiamo:

$$l = \frac{1}{2} (ab)^4 (cd)^2 c_x^2 d_x^2 \left[2 (ac)^4 (bd)^4 + (ab)^4 (cd)^4 - 4 (ab)^2 (ac)^2 (bd)^2 (cd)^2 \right]$$

$$= (ab)^4 (ac)^4 (bd)^4 (cd)^2 c_x^2 d_x^2 - 2 (ab)^6 (cd)^4 (ac)^2 (bd)^2 c_x^2 d_x^2 + \frac{1}{2} Ak.$$

(1) Gordan, Ueber das Formensystem binärer Formen, Leipzig, 1875, pag. 11, formola (III).

Ora dalla (II) abbiamo in primo luogo:

$$(ab)^{6} (cd)^{4} (ac)^{2} (bd)^{2} c_{x}^{2} d_{x}^{2} = (ab)^{4} (ak)^{2} (bk)^{2} a_{x}^{2} b_{x}^{2} + \frac{1}{3} \mathbf{A}k$$

$$= \frac{1}{2} (ab)^{4} [2(bk)^{4} a_{x}^{4} + (ab)^{4} k_{x}^{4} - 4 (ab)^{2} (bk)^{2} a_{x}^{2} k_{x}^{2}] + \frac{1}{3} \mathbf{A}k$$

$$= i_{4} + \frac{11}{30} \mathbf{A}k - \frac{2}{7} \mathbf{\Delta}.$$

In secondo luogo dalla (VI) risulta:

$$(ab)^4 (ac)^4 (bd)^4 (cd)^2 c_x^2 d_x^2 = (ab)^2 (ai)^4 (bi)^4 a_x^2 b_x^2 + \frac{12}{7} (ab)^4 (ak)^2 (bk)^2 a_x^2 b_x^2 + \frac{1}{5} \Lambda k.$$

Ora, come si trovò poc'anzi,

$$(ab)^4 (ak)^2 (bk)^2 a_x^2 b_x^2 = i_4 + \frac{1}{30} \Lambda k - \frac{2}{7} A.$$

Inoltre:

 $(ab)^2 (ai)^4 (bi)^4 a_x^2 b_x^2 = \frac{1}{2} (ab)^2 (ai)^2 (bi)^2 [2 (ai)^4 b_x^4 + (ab)^4 i_x^4 - 4 (ab)^2 (ai)^2 i_x^2 b_x^2],$ ossia, trasformando i due termini estremi colle (X) e (IV),

$$= (H, i)^8 + \frac{1}{21}i_4 - \frac{4}{11}(i, i)^6.$$

Facendo uso infine delle (6), (8) e sostituendo, si ha:

$$(ab)^4 (ac)^4 (bd)^4 (cd)^2 c_x^2 d_x^2 = i_4 + \frac{11}{30} Ak - \frac{2}{7} A.$$

Epperò si conclude:

$$l = -i_4 + \frac{2}{15} Ak + \frac{2}{7} \Delta.$$

40. Consideriamo ora i due invarianti γ ed E. Si ha:

$$\gamma = \frac{1}{2} (ab)^4 (cd)^4 \left[2 (ac)^4 (bd)^4 + (ab)^4 (cd)^4 - 4 (ab)^2 (ac)^2 (bd)^2 (cd)^2 \right],$$

ossia, trasformando il primo termine colla (VI) e l'ultimo colla (II),

$$\gamma = (i, i)^8 - \frac{2}{7} (k, k)^4 + \frac{1}{30} \Lambda^2$$

ossia, per la (7),

$$\gamma = \frac{1}{15} A^2 - \frac{2}{5} C.$$

Quanto ad E, che è il cataletticante di f, scrivendone simbolicamente l'espressione data sotto forma di determinante, si trova subito:

$$E = \frac{1}{120} (ab)^2 (ac)^2 (ad)^2 (ae)^2 (bc)^2 (bd)^2 (be)^2 (cd)^2 (ce)^2 (de)^2,$$

ossia:

$$E = \frac{1}{120} (J, f)^{8}$$
.

Avremo quindi per la (11):

$$\mathrm{E} = \frac{1}{150} (i_2, f)^8 + \frac{3}{2800} f_{kk} - \frac{1}{1200} \mathrm{AB},$$

e non resta che da esprimere $(i_2, f)^8$ in funzione degl'invarianti fondamentali. Ora lo sviluppo $\begin{pmatrix} i & k & f \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ dà:

$$\sum \frac{\binom{0}{i}\binom{6}{i}}{\binom{9-i}{i}} \left[(i\ k)^{2+i}\ ,\ f \right]^{8-i} = \sum \frac{\binom{0}{i}\binom{2}{i}}{\binom{5-i}{i}} \left[(i\ f)^{6+i}\ ,\ k \right]^{4-i}\ ,$$

ossia:

$$(i_2, f)^8 = [(i, f)^6, k]^4,$$

da cui, per la (1),

$$(i_2,f)^8 = \frac{3}{14} f_{kk}$$
.

Pertanto

$$E = \frac{1}{400} \Big(f_{kk} - \frac{1}{3} AB \Big).$$

RELAZIONE

- letta dal Socio Lorenzoni relatore, a nome anche del Socio Schiaparelli, nella seduta del 5 marzo 1893, sopra la Memoria del dott. A. Abetti, intitolata: Osservazioni astronomiche su Marte, fatte a Padova nell'opposizione del 1892.
- " Queste osservazioni, instituite con molta diligenza da un astronomo provetto dietro invito del dott. Lohse mediante lo strumento reso celebre dal suo primo possessore, il Dembowski, e corredato di un micrometro di posizione di nuovo modello, costituiscono un materiale scientifico degno di considerazione e meritano di essere poste colla stampa, ed *in esteso*, alla portata di tutti gli studiosi dei problemi cui esse si riferiscono ".

Osservazioni astronomiche su Marte fatte a Padova nell'opposizione 1892. Memoria del dott. A. ABETTI.

PREMESSA

Verso la fine dello scorso maggio (1892) il dott. Lohse astronomo a Potsdam interessava, con una sua circolare a stampa gli osservatorì australi a misurare gli angoli di posizione della macchia polare australe di Marte intorno all'epoca della opposizione che doveva aver luogo il 3 di agosto, e ciò per lo scopo di dedurre da quegli angoli una più esatta conoscenza della posizione dell'asse rotatorio del pianeta. Mentre, a quell'epoca, io era occupato in osservazioni di planetoidi coll'equatoriale Dembowski mediante un nuovo micrometro a larghe lamine costruito nella nostra officina sul modello del vecchio, ma provvisto in suo confronto di un buon cerchio di posizione, mi fu proposto dal direttore prof. Lorenzoni vedere se mi riuscisse di corrispondere all'invito di Lohse, o col nuovo micrometro, o con quello filare notissimo, celebre per le misure di stelle doppie fatte da Dembowski. Accettata la proposta impiegai qualche tempo a prepararmi teoricamente e praticamente tenendo sempre sott'occhio le tre Memorie del prof. Schiaparelli (¹). Allorquando mi credetti sufficientemente apparecchiato risolsi di istituire due generi di osservazioni le quali principiai il 16 luglio e terminai il 20 agosto.

Sulle osservazioni in generale.

I due generi di osservazione sono:

- I. Le differenze di ascensione retta e di declinazione dei lembi di Marte prese rispetto a buone stelle di confronto, talune delle quali raccomandate dal Nautical Almanac; ciò vale quanto il dire Osservazioni delle coordinate del centro di Marte.
- II. Le misure dell'angolo di posizione del centro della macchia polare australe che dirò brevemente Osservazioni della macchia.

Avvedutomi nel corso delle osservazioni come avrei potuto puntar bene il centro della macchia rispetto al centro del pianeta, ho preso anche alcune differenze in asc.

(1) Memorie della reale Accademia dei Lincei, serie 3^a, vol. II, 1878; vol. X, 1881; serie 4^a, vol. III, 1886.

ret. e decl. della stessa macchia, ed ho poscia calcolato nel triangolo rettangolo che ha per vertici il centro del pianeta, il centro della macchia e la sua projezione sul cerchio di declinazione, gli angoli di posizione introducendoli in II sotto il nome di misure indirette.

Micrometro. — Tanto nell'una serie quanto nell'altra ho adoperato il micrometro a larghe lamine (¹) usando unicamente della lamina mobile convenientemente collocata secondo i casi, e lo preferii al filare perchè a pari esattezza di collimazione col labbro ben tagliente della lamina mobile questa mi permetteva di nascondere la più gran parte del disco del pianeta e di togliere così alla mia vista molta della sua viva luce. Affine poi di veder bene il labbro della lamina in tutta la sua lunghezza e per evitare il vivo contrasto fra la parte illuminata dal pianeta e le parti oscure nel resto del campo, rischiarai questo colla solita luce gialla di una lampada ad olio. Finalmente trovai utile applicare al diaframma esterno dell'oculare un vetro colorato e diedi la preferenza ad un verde chiaro.

Oculari — Fra molti oculari provati, vecchi appartenenti al Dembowski, ed alcuni nuovi costruitimi dal signor Koristka di Milano scelsi per le osservazioni della macchia il 3° e 4° di Dembowski, che hanno rispettivamente le amplificazioni 212 e 307 da me determinate (²) servendomi del primo a tutto 29 luglio, e del secondo fino alla fine, e per le osservazioni delle coordinate ho dovuto regolarmi secondo le varie circostanze di serenità, di distanza dei paralleli delle stelle e via dicendo, e pertanto adoperai anche ingrandimenti minori, cioè 143 che è il 2° di Dembowski 130 e 70 di Koristka come è notato nella colonna quarta del IV quadro.

Registrazione del tempo — Per le differenze di ascens. ret. nelle osservazioni delle coordinate del centro di Marte mi sono servito, come al solito, del cronografo e del pendolo siderale situati nella stanza dell'equatoriale, ma per le misure dell'angolo di posizione della macchia ho trovato più comodo servirmi del mio orologio da tasca, regolato sul tempo medio, attaccandolo al micrometro così che, con-

⁽¹⁾ Due di queste servono per l'ascen. retta e con un facile congegno possono venire spostate verso i bordi del campo così che questo ne viene liberato. Una terza lamina perpendicolare alle due prime serve per le misure di declinazione e perchè vien mossa dalla vite micrometrica la dico lamina mobile, mentre dico fisse le altre due che, stabilite in una data posizione, restano immobili durante i confronti di asc. retta. Non fa bisogno di dire che tutte tre partecipano del moto in angolo di posizione. Ognuna delle tre lamine è larga un minuto e un quarto circa di arco. La vite micrometrica ha il passo di 32".31. Il cerchio di posizione fisso al cannocchiale ha il diametro di 15 centimetri, ed è diviso in quarti di grado dei quali col nonio, mobile col sistema delle lamine, si ha il quindicesimo, pertanto le letture si fanno in minuti primi. La numerazione fu stabilita in senso inverso al moto degli indici di un orologio perchè così crescono gli angoli di posizione contati nel modo convenuto dagli astronomi, NESW, da 0º a 360°. Affinchè poi l'avvitamento del micrometro al tubo del cannocheiale non si rilasci mai della menoma quantità e così l'errore d'indice del cerchio di posizione rimanga costante, e rimanga determinato una volta per sempre, è stato costruito un sistema di tre molle e di tre viti a guisa di anello con cui si serra fortemente il micrometro al tubo oculare del cannocchiale. V. Atti dell'Ist. ven. Memoria Sul nuovo Micrometro ecc., t. IV, ser. 7^a 1893

⁽²⁾ Cfr. Dembowski, *Misure micrometriche*, vol. II, pag. V. — Abetti, *Osserv. astron.*, Atti dell'Istituto veneto, t. II, ser, 6^a, 1884. *Memoria*. Atti dell'Ist ven., t. IV, ser. 7^a 1893.

temporaneamente alle letture dell'angolo di posizione, ebbi sott'occhio con prontezza, e senza alcun disagio, le indicazioni di tempo; ben inteso non mancai di controllare il detto orologio col pendolo siderale per dedurre in seguito le sue correzioni con bastante esattezza.

I. Osservazioni delle coordinate del centro di Marte.

Queste furono fatte colle solite norme e si trovano raccolte nel quadro IV. La deduzione delle coordinate del centro ha per fondamento la posizione delle stelle stabilita nel quadro V (¹), così dunque questi due quadri stanno assieme ed avendoli compilati secondo l'uso comune, ormai tanto generale, credo superflua una spiegazione minuta; solo noterò che le coordinate ottenute furono paragonate col Jahrbuch di Berlino come si vede nelle colonne 16^a e 17^a accanto alle quali ho posto le differenze Nautical-Jahrbuch in caso che si voglia riferire il confronto all'effemeride inglese. Inoltre avvertasi che nelle due ultime colonne ho posto i diametri del pianeta quali mi risultarono dalle differenze prese in asc. ret. col cronografo, ed in declinazione col micrometro fra i lembi di Marte e le stelle, o fra essi ed il centro della macchia, ma sui risultati ottenuti mi riservo di dire qualche altra cosa in fine, nella Nota III.

II. Osservazioni della macchia.

Modo di osservare — Presentatamisi la macchia sempre, fino dalle prime prove, di forma elittica (²) regolarissima, presa nel suo insieme, venni a concludere come buon metodo di osservazione quello di disporre il labbro della lamina (fig. I)

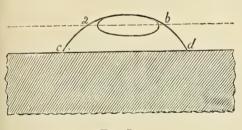


Fig. I.

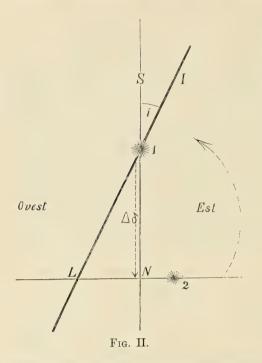
parallelo alla corda raffigurante l'asse maggiore dell'elisse, badando anche simultaneamente all'eguaglianza dei due segmenti ac e bd i quali, a volontà, io veniva impicciolendo col moto della lamina che, parallelo a sè stesso, non modificava la direzione cd del labbro rispetto ad ab. Ora quando il labbro della lamina sia orientato rispetto al moto diurno il diametro del pianeta perpendicolare alla lamina coincide

col cerchio di declinazione del centro del disco ed ha al punto nord (che nel cannocchiale astronomico è veduto inferiormente al centro) l'angolo di posizione zero. La

⁽¹) Col solo Catalogo generale Argentino di Gould pel 1875,0 ivi ritrovandosi tutte le stelle osservate. Gli altri cataloghi consultati mi servirono di verifica e d'indagine sui moti proprî che, in generale, piccolissimi ho visto di poter trascurare per i diciasette anni a cui rimonta il Catalogo Argentino. Le coppie 1.2 — 8.9 — 14.15 furono utilizzate unicamente per l'errore d'indice.

⁽²⁾ Da alcune differenze di asc. ret. e di decl. prese il 4 di agosto fra i lembi di Marte ed i contorni dell'elisse stimai che l'asse maggiore di essa eguagliasse il terzo, e l'asse minore il sesto del diametro di Marte; e che gli estremi dell'asse maggiore proiettati sul parallelo del centro equidistassero dai lembi del pianeta pure un terzo del diametro.

lettura di zero si dovrebbe fare sul cerchio di posizione qualora fosse avvenuto di collocare a questo modo il micrometro sul cannocchiale. Supposta per un momento verificata questa condizione, di una lettura zero allorquando il labbro della lamina coincide col parallelo, è chiaro come disponendo poscia la lamina parallela, all'asse



maggiore della elisse si deve leggere sul cerchio l'angolo di posizione del diametro passante pel centro della macchia, ossia l'angolo cercato. La condizione di una lettura zero quando la lamina si trova sul parallelo non è necessaria ed in suo luogo può stare una lettura qual sivoglia che dicesi « errore d'indice », o lettura rispondente all'angolo di posizione zero. Così se l'errore d'indice è Po avremo un qualsiasi altro angolo di posizione, a cui corrisponde la lettura O, dalla differenza

$$0 - P_0 = P$$

Errore d'indice — Questo fu stabilito in tre modi;

1) Colla differenza di ascensione retta osservata per alcune coppie di stelle e confrontata colla differenza calcolata dai cataloghi (1). Il paragone mi condusse a

stabilire l'inclinazione i della lamina rispetto al cerchio di declinazione, e poichè tenni conto della lettura I d'installazione della lamina potei ricavare i valori $90^{\circ} + P_{\circ}$ che si vedono nell'ultima colonna del I quadro (2).

(1) Confrontasi la nota (1) a pag. 345.

(2) Nel triangolo rettangolo \circledast_1 L N (della fig. II) che ha uno dei vertici nella stella \circledast_1 la quale precede più australe, un cateto nella direzione (N-S) del cerchio di declinazione, l'altro sul parallelo di \circledast_2 (che nel cannocchiale sta sotto \circledast_1) e l'ipotenusa sul labbro (\circledast_1 L) della lamina sia i l'angolo acuto in \circledast_1 del quale si deve aumentare la lettura d'installazione I. Se il labbro della lamina al quale si osservano gli appulsi t e t' delle due stelle (di nota differenza $I\alpha$, $I\alpha$ di asc. retta, e di declinazione), fosse diretto secondo il cerchio di declinazione (N-S), sarebbe

$$(t'-t)-J\alpha=0$$

ma deviando il labbro della lamina dell'angolo i sarà

$$(t'-t)-J\alpha=\varepsilon$$

e perciò il cateto opposto ad i

L N = 15
$$\varepsilon \cos \theta$$

e perciò

$$tg i = \frac{15 \varepsilon \cos \delta}{\Delta \delta}$$

- 2) Coll'orientazione della lamina sul parallelo apparente (1) delle stelle di Marte.
- Coll'orientazione della lamina sul parallelo vero, con stelle equatoriali in meridiano.

Nel I e II quadro si trovano tutte queste osservazioni le quali danno i tre medî seguenti:

1) 55° 29′.38

2) 55 30.98

3) 55 25 .87

Ritenuti questi valori tutti ugualmente buoni, cioè di egual peso, ho concluso per l'errore d'indice (2)

 $P_0 = 55^{\circ} 28'.7 \pm 1'.0$

Spiegazione del III quadro — Nella colonna quarta si trovano le osservazioni $P = O - P_0$ dell'angolo di posizione della macchia, tanto le dirette, quanto le indirette provenienti dalle coordinate della macchia rispetto al centro di Marte. Quest'ultime sono contrassegnate con un asterisco apposto al numero progressivo, e risultano ognuna dalla combinazione del numero di differenze in ascen. ret. ed in declinazione segnato nell'ultima colonna intestata "Misure" (3).

Quanto agli altri P ottenuti colla misura diretta è da notare che ciascuno è il medio del numero di puntate (in generale dieci) notato nella detta colonna delle misure. In

(1) Cioè deviato per effetto della rifrazione, ciò che ha luogo quando l'orientazione si fa con una stella vicina all'orizzonte fuori del meridiano, come fu il caso colle stelle prossime a Marte, perchè allora il cammino extrameridiano dell'astro non è perpendicolare al cerchio di declinazione. Ecco in che consista la deviazione calcolata per alcune declinazioni e per alcuni angoli orari di Marte e che impiegai per mettere d'accordo i valori di P₀ ottenuti in angoli orari diversi:

			Declina	azioni a	ustrali	
		20°	210	220	23°	24°
	0.h	0.0	0,0	0.0	0.0	0.0
orari	0,5	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6
	1	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
Angoli	1,5	1.4	1.6	1.8	2.0	2.1
A	2	2.3	2.6	2.9	3.2	3.5
		1	<u> </u>			

- (2) L'esattezza di P_0 , come si vede dal suo errore probabile, è di gran lunga superiore a quella voluta per le osservazioni della macchia, ma non lo è più per la correzione delle differenze di ascen. retta prese colle stelle. E resta qui opportunamente avvertito che tali differenze contenute nella colonna sesta del IV quadro sono date come, fossero state osservate ad una installazione 145°. 28'.7.
- (3) Coi numeri 4.0 del 13 agosto si deve intendere che con 4 differenze di ascen. retta mancano le corrispondenti in declinazione alle quali fu supplito con quelle delle osservazioni immediatamente precedenti. A strettissimo rigore l'osservazione 52 avrei dovuto escluderla, ma a priori non ebbi sicuro criterio per farlo: anzi parvemi che potesse compensare la 51 che a tutta prima credetti scartasse in senso contrario. Comunque sia, il 52 sta col 67 dello stesso genere e può stare con altri numeri fra i quali i 14 e 15 che sono fra loro di segno opposto. Qui faccio menzione che le diff. di ascen. retta corrispondenti ai numeri 72, 78, 79, 86 furono prese ad un filo (Cfr. Nota III Sui diametri).

una sera sola, il 4 agosto, non ho potuto ottenere che una sola serie composta di undici misure, in un'altra (15 agosto) raggiunsi il massimo di otto serie di dieci misure. L'errore probabile del valor medio P dedotto cogli scostamenti di P dalle misure che lo compongono è abbastanza piccolo, circa un terzo di grado, ma riguardato P come una sola osservazione dell'angolo di posizione avente il peso uno, l'errore dell'unità di peso è molto più grande e sale fino a 1°.957. Laonde è chiaro che il moltiplicare le misure successivamente a brevi intervalli non vale quanto il prenderne isolatamente magari una per volta in un lungo periodo di tempo, cogliendo, ben inteso, gl'istanti di migliore visibilità e badando, s'intende, alle altre condizioni favorevoli. Soltanto in un lungo periodo di tempo si può sperare di compiere osservazioni in circostanze diverse, ciò che è essenziale per arrivare a risultati concludenti. Sfortunatamente in questa opposizione il pianeta è stato troppo australe e non fu potuto osservare che poco in vicinanza del meridiano.

Valutando il numero delle misure indirette col numero dei confronti in declinazione, che è il secondo dei due nella stessa linea orizzontale della colonna Misure, si trova che sono 58 mentre le misure dirette sono 762.

In totale dunque i 95 P basano su 820 puntate fatte in vent'una notti distribuite in un periodo di circa un mese attorno il 3 agosto epoca dell'opposizione del pianeta.

Calcolo delle osservazioni della macchia.

Il metodo di discussione da me seguito è esattamente quello esposto dal professore Schiaparelli nella sua prima Memoria per l'opposizione 1877 a pag. 99, e man-

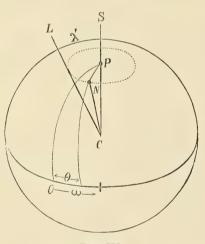


Fig. III.

tenuto nelle Memorie seguenti. Pertanto, nel III quadro, P — p è la differenza fra l'angolo di posizione della macchia e l'angolo di posizione dell'asse di rotazione del pianeta dato dall'effemeride di Marth nelle Monthly Notices vol. LII, pag. 399; ω è la longitudine areografica del punto della superficie che è sulla retta congiungente il centro di Marte ed il centro e della terra e che da questa noi vediamo projettato sul centro del disco. Questa longitudine si è desunta dalla stessa effemeride interpolando per il tempo medio dell'osservazione diminuito della differenza di longitudine Padova-Greenwich $47^{\rm m}.29^{\rm s}$. Chiamata θ la longitudine areografica del punto di mezzo della macchia polare, contata dal vertice

 d^2Aryn , come l' ω dato da Marth, in senso contrario alla rotazione del pianeta, e chiamata λ la distanza di detto punto mediano dal polo di Marte, il prof. Schiaparelli stabilisce alla sudd. pag. 99 l'equazione (1)

$$P - p = dp + \lambda' \cos \theta \sin \omega - \lambda' \sin \theta \cos \omega$$

(1) Riproducendo nella fig. III la fig. 9 della prima "Memoria di Schiaparelli" possiamo dedurre la superiore equazione dal triangolo P C N in cui l'angolo in C è la differenza fra l'angolo

dove è da avvertire che $\lambda' = \frac{\lambda}{\text{sen }\delta}$, essendo δ l'inclinazione dell'asse di Marte sulla linea visuale, ossia il complemento della latitudine areografica del centro del disco. Siccome poi nell'opposizione del 1879, come anche in questa, sen δ è poco diverso dall'unità, così si trova a pag. 7 della seconda Memoria, e nelle *Astr. Nachr.*, vol. 99, pag. 354, λ in luogo di λ' . In quest'anno per l'epoca dell'opposizione $\delta = 77^{\circ}$, ora essendo sen $\delta = 0.974$

$$\lambda = (1 - 0.026) \lambda'$$

e siccome $\lambda' = 4^{\circ}$ circa, così

$$\lambda' - \lambda = 0^{\circ}, 1$$

differenza questa, minore dell'error probabile di λ' che vedremo essere eguale a \pm 0°,3. Pertanto nell'equazione superiore possiamo immaginare tolto l'apice di λ . Quell'equazione contiene una relazione fra le incognite dp = x, correzione dell'angolo di posizione dell'asse di Marte dato dall'effemeride, le incognite λ cos $\theta = y$, λ sen $\theta = z$ coordinate della macchia, e le quantità note P, p, ed ω la prima data dall'osservazione, le altre due dall'effemeride. Posto P -p = n avremo l'equazione di condizione nella forma tipica comune,

$$x + by - cz = n \tag{a}$$

Nel III quadro ho posto accanto ad ω le funzioni numeriche $b = \operatorname{sen} \omega$, $c = \cos \omega$ perchè si possa a volontà riprodurre le 95 equazioni di condizione fornite dalle osservazioni, avvertito però che volendo riprodurle, il segno di c deve essere cambiato come sta nella (a). Nella penultima colonna dello stesso quadro trovansi i residui v che si ottengono quando nelle equazioni di condizione si sostituiscono i valori più probabili delle incognite.

Le 95 equazioni trattate col solito metodo dei minimi quadrati danno le equazioni normali seguenti:

$$95 x - 9.3741 y - 25.2403 z = -41.4100$$

$$-9.3741 x + 42.6390 y + 11.5039 z = +120.7448$$

$$-25.2403 x + 11.5039 y + 52.3637 z = +191.9521$$

di posizione della macchia, $\stackrel{\wedge}{N}$ è l'angolo di posizione dell'asse polare, cioè P-p-dp, il lato $PN=\lambda$ è la distanza polare della macchia, e l'angolo in P è $(\omega-\theta)$ essendo ω la longitudine di C contata da O nel senso della freccia, e θ la longitudine del centro N della macchia. In quel triangolo avremo

sen
$$(P - p - dp)$$
 sen $CN = \text{sen } \lambda \text{ sen } (\omega - \theta)$.

Ora con sufficiente approssimazione possiamo scambiare CN con $CP = \delta$, ed i seni dei piccoli angoli cogli archi ed avremo

$$P - p - dp = \frac{\lambda}{\operatorname{sen} d} \operatorname{sen} (\omega - \theta)$$

da cui finalmente,

$$P - p = dp + \lambda' \cos \theta \sin \omega - \lambda' \sin \theta \cos \omega$$

(v. anche Astr. Nach. 91, 273).

che risolte come stanno, ed anche invertite, danno

$$x = + 0^{\circ}.7108 \pm 0^{\circ}.2156$$
 col peso 82.47
 $y = + 2^{\circ}.0267 \pm 0^{\circ}.3098$ 39.93
 $z = + 3^{\circ}.5631 \pm 0^{\circ}.2961$ 43.71

e quindi per le tre incognite cercate abbiamo,

$$dp = +0^{\circ}.711 \pm 0^{\circ}.216$$

 $\theta = 60^{\circ}.368 \pm 4^{\circ}.287$
 $\lambda = 4^{\circ}.099 \pm 0^{\circ}.300$

L'errore probabile dell'unità di peso, ossia l'errore probabile di una delle 95 osservazioni impiegate nel calcolo quale risulta da $[v \ v]$ al solito modo, è \pm 1°.957.

Credo non affatto inutile aggiungere in nota qualche indicazione sulla formazione delle equazioni normali e sugli altri calcoli. Per verificare i coefficenti delle equazioni normali, e delle risultanti, è indicato di trattare alla stessa guisa dei coefficenti anche la loro somma s che si prepara appositamente. Ma questa volta, e per vero dire per questo caso non tanto complesso, ho creduto di prescindere dagli s provando altrimenti i coefficenti delle normali, e provando la risoluzione di queste col rifarla colle incognite diversamente ordinate, ciò che mi diede anche i pesi opportunamente verificati. Formai i coefficenti col metodo di Bessel adoperando le tavole del Ferrero ed ho avvertito che rifacendo i soli prodotti (coefficenti non quadrati) coi logaritmi avrei controllato tanto i termini non quadrati, quanto i quadrati. Impiegando il metodo di Bessel si ha per uno dei tre prodotti bc, bn, cn, per esempio per bn,

$$bn = \frac{1}{2} \left\{ (b+n)^2 - b^2 - n^2 \right\} \tag{1}$$

od anche

$$bn = \frac{1}{2} \left\{ (b+n)^2 - (b^2 + n^2) \right\}$$
 (2)

Pertanto fatte le somme b+c, b+n, c+n, le si quadrano, come si quadrano b, c, n, poscia le semidifferenze (2) danno i prodotti voluti e c'è appena bisogno di dire che il segno di bn capita da sè nella sottra. Facendo le somme deve essere

e così rimangono fatti tutti i coefficenti non quadrati e quadrati. Ma prima di fare le somme io controllai ogni prodotto coi logaritmi. Il risultato di questi doveva coincidere colla (1) a patto che in questa non fosse stato commesso errore non solo nel binomio ma anche nei monomî: inoltre doveva verificarsi il segno. Verificandosi la (3) non che le equivalenti $\lceil bc \rceil$, $\lceil cn \rceil$ tutti i coefficenti rimasero provati. In questo caso particolare c'è stata una verifica di più per i quadrati di b e c la cui somma altro non è se non sen² $\omega + \cos^2 \omega = 1$ ed essa si verificò sempre entro i limiti ± 0.0001 dell'ordine di cifre adottato. La somma $\lceil nn \rceil$ che rimane pur essa controllata non è uno dei coefficenti delle normali, ma è tutt'altro che superflua perchè serve al controllo finale di tutti i calcoli, controllo (verificantesi anche cogli s) detto da Oppolzer durchgreifendst e da Watson a complete verification. Cioè sostituite le incognite nelle equazioni di condizione e calcolati i residui v deve la somma dei loro quadrati $\lceil vv \rceil$ eguagliare la somma $\lceil nn_3 \rceil$ che si ottiene da $\lceil nn \rceil$ trattata al modo dei coefficienti delle risultanti. Cioè deve essere

$$[nn_3]$$
 — $[vv]$ = 0.

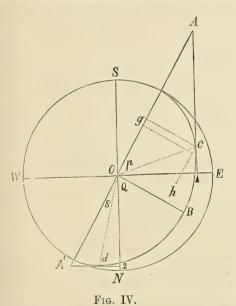
La mia verifica ebbe luogo entro il limite

$$774^{\circ}.98 - 774^{\circ}.83 = 0^{\circ}.15$$

molto soddisfacente riflettendo che nella prima somma proveniente da $[nn] = +1674^{\circ}.2045$ ho tenuto conto di quattro cifre decimali, e nella seconda, soltanto di due perchè adoperai i valori di v che ho stabiliti nel III quadro con due decimali.

Nota II. — SULLA FASE.

Quantunque a priori avessi riscontrato coll'effemeride di Marth che nel periodo delle mie osservazioni la fase di Marte avrebbe influito poco o nulla sulla posizione



del centro (per esempio in asc. ret. trattavasi al più di una correzione di 0°.015) tuttavia non mi parve superfluo calcolare la tabella qui sotto per correggere le differenze di asc. ret., quelle di declinazione, e quelle dei lembi, che danno i diametri, per poter poi dire che le mie osservazioni sono spoglie dell'influenza di fase. Anzi a motivo della fase, e della rifrazione, ho tenuto conto nel IV quadro di una decimale più del consueto, e sebbene illusoria ho creduto di mantenerla come fatto di calcolo che può servire a più tarde verifiche. Ed ora passo ad esporre il fondamento della sottoposta tabella.

Supponiamo il disco di Marte, veduto nel cannocchiale, rappresentato dal cerchio

NESW (fig. IV), sia NS la traccia del cerchio di declinazione del centro, e EW

quella del parallelo. Il pianeta si muove nel cannocchiale da Everso W e gli angoli di posizione Q della fase, dati dall'effemeride di Marth, vanno contati dal nord N per l'est E per S e W. Supposto che si tratti di un Q di circa due terzi di angolo retto, come il caso degli ultimi mesi contemplati dall'effemeride, avremo nella figura l'angolo Q = N O B.

La curva conterminante la fase è una semielisse che ha il semiasse maggiore a eguale al semidiametro del pianeta, ed il semiasse minore b eguale ad a-q, essendo q l'ampiezza della fase oscura misurata sul lato O B dell'angolo Q e che Marth chiama Amount of greatest defect of illumination. Nel nostro caso supponiamo b=0 B, sarà la perpendicolare AA' passante pel centro O la direzione dell'asse maggiore 2a.

Le puntate in asc. ret. vengono fatte in c sulla tangente all'elisse, anzichè in c, e quelle di declinazione in d anzichè in c. Condotte ora per i punti c, d, le tangenti vedesi che la correzione di fase in asc. ret. è la quantità c 1 compresa fra c e la projezione 1 di c sul parallelo, e quella di declinazione è eguale ad c 2 contata sul cerchio di declinazione. Indichiamo con c 1'angolo c 0 contato nel senso c 1 S W fatto dal raggio vettore c 2 col semiasse maggiore, e con c 1'angolo c 1'angolo c 2 di fatto da c 2 di angoli c 2, il rettasi innanzi tutto di trovare una relazione fra c 2, quantità nota, e gli angoli c 1 precedente, ed c 3, il seguente. Differenziando l'equazione dell'elisse riferita al suo centro cioè

 $a^2 x^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2 \tag{1}$

abbiamo

$$\frac{x}{y} = -\frac{dy}{dx} \cdot \frac{a^2}{b^2}$$

ora y = gc x = 0g $\frac{x}{y} = \cot p$; inoltre

$$-\frac{dy}{dx}$$
 = tg $hc1$ = tg $OA1$ = tg $(90^{\circ} - Q)$

quindi

$$\cot p = \frac{a^2}{h^2} \cot Q \tag{2}$$

analogamente essendo $\hat{A}' = Q$

$$\cot s = \frac{a^2}{h^2} \operatorname{tg} Q \tag{3}$$

Ora occorrono ϱ_1 e ϱ_2

Pertanto nella (1) introduciamo i valori

$$x = \varrho_1 \cos p$$
 $y = \varrho_1 \sin p$

o le analoghe per l'angolo s, e sarà

$$a^2 \varrho_1^2 \operatorname{sen}^2 p + b_2 \varrho_1^2 \cos^2 p = a^2 b^2$$

da cui

$$\varrho_1 = \frac{ab}{\sqrt{(a^2 \sin^2 p + b^2 \cos^2 p)}} \tag{4}$$

e così pure

$$\varrho_2 = \frac{ab}{\sqrt{(a^2 \operatorname{sen}^2 s + b^2 \cos^2 s)}} \tag{5}$$

Projettando ora ϱ_1 e ϱ_2 rispettivamente sul parallelo, e sul cerchio di declinazione abbiamo

01 =
$$\varrho_1 \cos (Q - p)$$

02 = $\varrho_2 \cos (90^\circ - Q - s) = \varrho_2 \sin (Q + s)$

e così finalmente le correzioni di fase saranno,

$$E1 = f_p = a - \varrho_1 \cos(Q - p) \tag{6}$$

$$N2 = f_s = a - \varrho_2 \operatorname{sen} (Q + s) \tag{7}$$

Sono dunque da calcolare b = a - q, gli angoli p ed s colle (2) e (3), ϱ_1 e ϱ_2 colle (4) e (5), e finalmente le f colle (6) e (7). Qualora il Q dato dall'effemeride superi 90° lo si diminuisce di uno o più quadranti in modo da introdurlo nelle formole sempre minore di 90°, avvertendo poscia che per il Q dato nel I o III quadrante, vale f_p per l'asc. ret. ed f_s per la declinazione, e per Q dato nel II e IV, f_p vale per la declinazione ed f_s per l'ascensione retta.

	1892	q	Q	Lembo	f. Asc. R.	Lembo	f. Decl.	1892		Q	Lembo	f. Asc. R.	Lembo	f. Decl.
	Luglio 16	0.46	266.5	w	0.46	s	0.00	Agosto 5	0.05	355.7	w	0.03	N	0.05
	" 20	0.32	271.1	w	0.32	N	0.00	" 9	0.09	26.9	E	0.02	N	0.07
	, 24	0.20	278.3	w	0.20	N	0.00	» 13	0.17	43.1	E	0.10	N	0.09
	» 28	0.11	291.1	W	0.10	N	0.01	» 17	0.29	52 0	E	0.19	N	0.10
	Agosto 1	0.06	316.1	W	0.06	N	0.03	» 21	0 44	57.5	E	0.31	N	0.12
1	n 5.	0.05	355.7	W	0.03	N	0.05	» 25	0.60	61.2	E	0.47	N	0.13

Nota III. — Sui diametri.

Il diametro ottenuto col Micrometro il 18 luglio (v. ultima colonna del IV quadro) è da scartare per essere stato osservato in condizioni eccezionali occorse per la forte differenza di declinazione fra Marte e la stella di confronto. In quella sera fu necessario muovere su e giù l'oculare nonchè la vite micrometrica per tutta la sua corsa impiegandola forzatamente alle sue estremità.

Fino al 14 agosto inclusivo le misure del diametro sono una conseguenza delle misure del centro ed implicano condizioni di osservazione molto svariate, e che non avrebbero altrimenti avuto luogo se le misurazioni del diametro di Marte fossero state la mira principale. Questa prima parte di diametri è dunque un materiale un po' troppo disforme. Alquanto meno lo è quello del 14 agosto al 18, avuto dalle osservazioni del centro della macchia e del centro di Marte fatte tutte in buon sereno, e collo stesso forte ingrandimento 307. Ma qui pure vi ha una nuova disformità, l'impiego, cioè, di un filo fisso coi quattro ultimi diametri cronografici, che ho segnato con una f nel IV quadro. Del filo mi servii nell'ultimo tempo per procedere più spedito evitando una doppia collocazione, ormai inutile, della lamina, imperciocchè si sappia che detto filo sta perpendicolare alla lamina mobile del micrometro per i casi in cui liberato il campo (confronta nota (1) pag. 344) occorra mantenere in esso individuata una direzione. La concordanza del diametro cronografico del 15 preso alla lamina coi

quattro seguenti presi al filo si oppone a dare certezza che colla lamina si osservino diametri maggiori; e comunque sia, rimane il fatto che tutti quelli dopo il 14, cronografici e micrometrici, alla lamina, ed al filo sono più piccoli dei precedenti; forse la ragione è da cercare nel maggiore ingrandimento sebbene non manchino contraddizioni prima del 14; ivi però hanno larga parte altre cause. Un altro fatto che non so spiegarmi in modo plausibile è la costanza del valore più piccolo dato dal cronografo in confronto del valore ottenuto col micrometro salvo un caso soltanto (27 luglio) in confronto del numero totale di dicianove.

Riducendo tutti i diametri ottenuti, alla distanza media di tutte le distanze del periodo di osservazione, ed all'unità di distanza, si hanno i numeri della sottostante tabella, coi loro medî e cogli errori probabili di questi. Dai medî all'unità di distanza si vede che i due più grandi, appartenenti al primo periodo, sono d'accordo, entro i limiti degli errori probabili, col diametro 11".10 dato dal Nautical Almanae a pag. vi della prefazione, ed il più piccolo del secondo periodo è d'accordo col diametro 9".36 del Ber. Astr. Jahrbuch (Anhang (8)).

	Diametri di Marte												
		alla dista	nza media	all'unità d	i distanza								
1899	2	Cronografo	Micrometro	Cronografo	Micrometro								
Luglio	16	29.80	31.45	11.47	12.10								
27	18	33.89		13.03									
"	26	27.56	30.84	10.60	11.87								
19	» 27 31.47		28.56	12.11	10.98								
17	28	28.08	29.41	10.80	11.31								
22	29	26.84	28.14	10.33	10.83								
Agosto	agosto 1 27.16 " 4 27.20		28.58	10.46	11.00								
29			29.89	10.46	11.50								
22	5	26.10	28.12	10.04	10.82								
22	12	28.51	31.11	10.97	11.97								
22	12	27.15	29.05	10.45	11.18								
"	13	28.26	31.20	10.87	12.00								
22	13	27.44	27.95	10.56	10.75								
22	14	27.73	28.32	10.68	10 90								
	M	edio 28.38 ± 0.37	29.43 ± 0.24	10.92 ± 0.14	11.32 ± 0.10								
Agosto	15	24.21	27.00	9.31	10.39								
n	16	f 23.37	26.40	f 8.99	10.15								
η.	17	f 23.99	27.10	f 9.23	10.40								
33	17	f 25.14	28.18	f 9.66	10.80								
"	18	f 24.25	27.73	f 9.33	10.67								
	M	ledio 24.19 ± 0.19	27.28 ± 0.21	9.30 ± 0.07	10.48 ± 0.08								

I. Quadro delle osservazioni e del risultato per l'Errore d'indice.

Coppia osser- vata	1892	Differ, osser- vata	Installazione	i	rifrazione	90° + P ₀
Stelle 1. 2 Stelle 3. 4 Stelle 5. 6 Stelle 5. 7 7 6. 7 Stelle 8. 9 Stelle 10. 11 Stelle 12. 13 7 14. 15	Luglio 15 " 18 " 26 Agosto 31 " 31 Luglio 16 " 18 " 26 " 26 " 27 " 28 " 29 Agosto 1 " 3 " 5 Luglio 26 " 26 " 27 " 28 Agosto 4 " 5 " 12 Agosto 8 " 13 " 13 " 14 " 14 " 14 " 15 " 15 a 15 " 16 " 16 " 17 " 18 " 18	vata \$ 3 225 \$ 3.130 \$ 3.101 \$ 3.108 \$ 3.510 \$ 3.946 \$ 52.485 \$ 52 393 \$ 52 486 \$ 67.818 \$ 67.801 \$ 67.838 \$ 67.806 \$ 68.065 \$ 68.160 \$ 67.925 \$ 221.455 \$ 153.638 \$ 29.945 \$ 30.019 \$ 30.004 \$ 55.053 \$ 54.900 \$ 54.790 \$ 194.000 \$ 11.853 \$ 12.008 \$ 12.018 \$ 11.919 \$ 11.688 \$ 12.018 \$ 11.919 \$ 11.889 \$ 11.812 \$ 11.943 \$ 11.943 \$ 11.943 \$ 11.945 \$ 11.886	145 0 145 35 145 35 145 35 145 18 145 0 145 0 145 0 145 0 145 0 145 35 145 35 145 35 145 35 145 35 145 35 145 36 145 0 145 35 145 35 145 35 145 36 145 30 145 46 145 46 145 46 145 50 145	$\begin{array}{c} -3.3\\ +4.4\\ +6.7\\ +62\\ -26.5\\ -61.9\\ +40.3\\ +46.5\\ +40.3\\ +40.4\\ +43.2\\ +37.1\\ +43.4\\ -0.3\\ -16.0\\ +22.8\\ +21.7\\ +26.3\\ +35.3\\ +37.6\\ -17.1\\ -12.6\\ -13.1\\ -13.6\\ -13.1\\ +35.9\\ -2.1\\ -17.1\\ -12.6\\ -13.1\\ +35.8\\ -42.1\\ +35.9\\ -2.2\\ -35.4\\ +5.0\\ -2.2\\ -17.5\\ +8.5\\ +10.3\\ -2.8\\ $	$\begin{array}{c} +\ 1.8 \\ -\ 2.5 \\ -\ 1.5 \\ +\ 0.9 \\ +\ 0.9 \\ -\ 0.5 \\ -\ 1.8 \\ -\ 1.0 \\ -\ 1.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.5 \\ -\ 0.5 \\ -\ 0.5 \\ -\ 2.0 \\ -\ 1.1 \\ -\ 2.0 \\ -\ 2.0 \\ -\ 1.1 \\ -\ 2.0 \\ -\ 4.5 \\ -\ 4.5 \\ +\ 0.6 \\ +\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 0.6 \\ -\ 1.0 \\ -\ 0.6 \\ -\ 0.$	144 58.5 145 1.9 145 5.2 145 7.1 145 4.4 144 59.0 145 39.8 145 44.7 145 38.5 145 39.4 145 41.6 145 36.1 145 42.9 145 34.2 145 34.2 145 38.8 145 20.6 145 25.2 145 33.3 145 33.3 145 17.8 145 33.3 145 13.4 145 43.2 145 13.4 145 43.2 145 13.4 145 20.0 145 20.0 145 20.0 145 24.4 145 34.7 145 38.8 145 38.8 145 13.4 145 43.2 145 13.4 145 43.2 145 145 45.7 145 44.4 145 36.9 145 45.7 145 44.4 145 31.3 145 32.3 145 32.3 145 37.3 145 37.3 145 37.3 145 37.3 145 37.3
	" 18 " 20 " 20 " 20	11.868 12.071 11.979 11.847	145 45 145 15 145 30 145 45	$ \begin{array}{r} - & 6.3 \\ + & 34.0 \\ + & 15.7 \\ - & 10.5 \end{array} $	$ \begin{array}{c c} & -1.2 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{array} $	145 37.5 145 49.0 145 45.7 145 34.5
T.	obabile di una o			$P_0 = 5$	5° 29′.38 ±	

II. Quadro delle osservazioni e dei risultati per l'Errore d'indice.

189	2	Colle stelle di Ma	arte
		Letture al Paral.	Peso
Luglio	26		
>>	27	55° 32.5	3
"	29	31.0	1
Agosto	1	40.5	2
>>	7	3.9	3
27	8	29.2	1
77	9	40.1	1
"	13		
27	16	54.2	2
"	16	15.2	3
"	16	45.8	2
"	17	23.7	1
77	17	42.0	1
"	18	29,6	1
77	18	28.7	1
"	18	36.9	1
"	19	25.4	1
27	19	33.7	1
"	19	28.6	1
"	19	40.0	1
79	19	42.9	1
27	19	37.6	1
"	20	23.0	1
27	20	37.5	1
27	20	55.9	1
>>	23	26.7	5
"	23	31.3	3
>>	30	25.0	2
27	30	31.7	3
	$P_0 = $	55° 30′.98 ± 1′17	
Err.	prob. di	un' osservazione ± 7'	.9

Con stelle equat. in	mer.
Letture al Paral.	Peso
55°24.4	5
31.0	1
24.0	5
21.0	1
29.0	1
Or O	3
25.9	
32.5	2
55° 25′.87 ± 0′	
Err. prob. di un'osse	t = 2'.1

III. Quadro contenente le osservazioni della macchia polare australe di Marte, e gli elementi del calcolo di ciascuna osservazione.

1									
Num.	1892	T. m. Pad.	P	P-p	ω	$b = \operatorname{sen} \omega$	$c = \cos \omega$	v	Misure
	T	h m s	359°44.7	0	0 15	0.000		0	
$\frac{1}{2}$	Luglio 18	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 2.7	+ 1.18 + 3.47	254 .47 263 .93	- 0.9635 0.9944	-0.2627	+ 1.47	5
3		$egin{array}{c cccc} 14 & 4 & 26 \\ 16 & 8 & 53 \\ \hline \end{array}$	4 21.1	+ 5.78	294 .26	-0.9944	$ \begin{array}{r r} -0.1057 \\ -0.4108 \end{array} $	$\begin{array}{c c} -4.40 \\ +5.45 \end{array}$	5 5
4	26	12 44 39	357 44.4	-1.76	173 .14	+0.1195	-0.9928	-6.25	5
5		12 59 3	0 19.6	+0.83	176 .65	+0.0584	-0.9983	- 3.56	5
6		13 16 21	2 59.9	+ 3.50	180 .87	-0.0151	-0.9999	-0.74	5
7 8		15 7 51	6 51.1 4 3.2	+7.35 $+4.55$	208 .06	-0.4704	-0.8825	+ 4.45	5
9	27	$\begin{vmatrix} 15 & 25 & 2 \\ 12 & 44 & 4 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{cccc} 4 & 3.2 \\ 1 & 28.3 \end{array}$	+4.55 $+1.83$	212 .28 164 .13	-0.5341 +0.2735	- 0.8454 0.9619	$\begin{array}{r} + 1.91 \\ - 2.86 \end{array}$	5 10
10		13 45 3	4 26.6	+ 4.80	178 .99	+0.0176	-0.9998	$+\ 0.49$	10
11		14 59 37	9 56.2	+10.30	197 .17	-0.2952	-0.9554	+6.78	10
12	28	12 6 9	4 54.7	+5.12	146 .00	+0.5592	-0.8290	+ 0.32	10
13 14		12 49 50	1 28.3	+1.68 $+10.90$	156 .66	+ 0.3962	-0.9182	- 3.11	10
15	29	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	10 41.4 357 58.8	-10.96	188 .01 135 .15	-0.1394 -0.7053	-0.9903 -0.7090	+6.94 -6.63	$\begin{vmatrix} 10 \\ 6 \end{vmatrix}$
16		13 18 34	5 3.1	+5.11	154 .80	-0.7055	-0.7090 -0.9048	+0.31	10
17		13 34 57	6 17.4	+6.35	158 .79	+0.3618	-0.9323	+1.58	6
18		13 45 28	7 11.8	+ 7.26	161 .35	+0.3198	-0.9475	+2.53	5
$\begin{array}{ c c }\hline 19 \\ 20 \\ \end{array}$		14 39 3	9 21.1 7 22.9	+ 9.41	174 .42	+ 0.0972	-0.9953	+ 4.96	$\begin{bmatrix} 6 \end{bmatrix}$
21	Agosto 1	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	7 22.9 357 4.0	+7.44 -3.34	176 .95 100 .57	+0.0532 +0.9831	-0.9986 -0.1834	+3.06 -6.70	$\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$
22	1180000	12 13 21	2 2.0	+ 1.62	112 .29	+0.9253	-0.1054	-0.70 -2.32	5
23		14 27 57	6 7.4	+5.71	145 .12	+0.5719	-0.8204	+ 0.92	12
24	3	11 7 52	3 46.2	+ 3.03	78 .63	+0.9804	+0.1971	+ 1.03	6
25		11 28 44	357 52.9	- 2.86	83 .71	+0.9940	+ 0.1096	-5.19	6
$\begin{array}{ c c c } 26 \\ 27 \end{array}$		$\begin{array}{c c} 12 \ 18 \ 37 \\ 12 \ 46 \ 42 \end{array}$	$ \begin{array}{cccc} 0 & 28.9 \\ 4 & 25.8 \end{array} $	$-0.26 \\ +3.69$	95 .88 102 .72	+ 0.9948	-0.1024	$-3.35 \\ +0.22$	6
28	•	13 19 41	5 48.6	+ 5.07	110 .77	+0.9755 +0.9350	-0.2202 -0.3545	+0.22 + 1.20	$\begin{vmatrix} 6 \\ 10 \end{vmatrix}$
29	4	11 52 41	3 9.9	+2.25	80 .70	+ 0.9869	+0.1616	+ 0.11	111
30	5	10 48 55	358 36.2	- 2.47	56 .30	+0.8320	+-0.5549	- 2.89	8
31 32		11 48 39	1 20.0	+0.26	70 .86	+ 0.9447	+0.3279	- 1.20	10
33		12 52 53 13 32 34	4 49 9 5 58.2	+3.76 $+4.90$	86 .53 96 .2 1	+0.9982 +0.9942	+0.0605	+ 1.24	8
*34		13 5 32	6 6.7	+ 5.04	89 .61	+1.0000	-0.1082 -0.0068	+1.79 $+2.33$	$\begin{vmatrix} 8 \\ 16.8 \end{vmatrix}$
35	7	13 19 33	3 40.7	+2.28	75 .32	+0.9674	+0.2534	+ 0.56	10
36	0	13 49 45	4 23.9	+ 3.00	82 .69	+0.9919	+0.1272	+ 0.73	10
37 38	8	10 38 55 11 26 56	358 13.6 359 42.3	-3.34 -1.87	27 .29	+0.4585	+ 0.8887	- 1.81	10
39	9	9 52 15	356 11.0	-5.54	$\frac{39.00}{7.06}$	+0.6293 +0.1229	+0.7772 $+0.9925$	$-1.08 \\ -2.96$	$\begin{vmatrix} 6 \\ 10 \end{vmatrix}$
40		10 45 2	358 5.6	-3.64	19 .93	+0.3408	+0.9401	$-\frac{2.50}{1.69}$	4
41	12	9 49 15	355 33.0	- 6.66	339 .73	- 0.3465	+0.9381	- 3.33	10
42 43		11 4 22	359 20.5	- 2.87	358 .05	- 0.0340	+0.9994	+ 0.05	10
44		$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{vmatrix} 359 & 4.3 \\ 2 & 3.8 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{c} -3.14 \\ -2.15 \end{array}$	12.43 24.58	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	+0.9766	-0.81	10
45		13 37 0	2 29.5	+ 0.28	35 .27	+0.4160 $+0.5774$	+0.9094 +0.8165	-0.46 + 1.31	$\begin{vmatrix} 10 \\ 10 \end{vmatrix}$
*46		12 53 6	1 50.4	— Õ.37	24.56	+0.4156	+0.9095	+1.32	8.8
47	13	9 36 48	357 0.8	-5.35	327.82	— 0.5326	0.8464	- 1.97	10
48 49		10 16 59 11 1 32	358 27.6 359 34.9	$\begin{array}{c c} -3.90 \\ -2.78 \end{array}$	337 .62	- 0.3810	+ 0.9246	-0.54	10
50		13 35 12	2 44.9	-2.78 + 0.39	348 .48 25 .95	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	+0.9799 + 0.8992	+ 0.41	10
*51		13 0 5	1 11.9	- 1.16	17 .39	+0.4376 +0.2989	+0.8992 +0.9543	+2.00 $+0.92$	8.8
*52		13 19 17	8 3.7	+ 5.70	22.07	+ 0.3757	+0.9267	+7.53	4.0
53	14	9 41 0	356 28.0	- 6.04	319 .96	-0.6433	+0.7656	-2.72	10
$\begin{bmatrix} 54 \\ 55 \end{bmatrix}$		10 7 26 11 4 14	357 52.1 359 7.9	-4.64 -3.38	326 .41	-0.5532	+ 0.8330	-1.26	10
56		11 41 14	359 40.5	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	340 .26 349 .28	$\begin{bmatrix} -0.3378 \\ -0.1860 \end{bmatrix}$	+ 0.9413 + 0.9826	$-0.05 \\ +0.34$	$\begin{vmatrix} 10 \\ 10 \end{vmatrix}$
57		12 42 8	0 18.3	-2.20	4 .12	$-0.1800 \\ +0.0718$	+0.9826 +0.9974	+0.54 + 0.50	10
58	45	13 3 13	1 39.0	- 0.86	9 .28	+0.1613	+0.9869	+ 1.61	10
59	15	9 57 49	356 46.0	- 5.90 l	315 .18	- 0.7049	0.7093	- 2.65	10

Num.	1892	T. m. Pad.	P	P — p	ω	$b = \operatorname{sen}\omega$	$c = \cos \omega$	v	Misure
60 61 62 63 64 65 66 *67 68 69 70 71 *72 73 74 75 76 *79 80 81 82 83 84 *85 *86 87 88 89 90 91 92 93 94	Agosto 15 16 17 18	h m s 10 18 1 10 49 46 11 25 19 11 42 41 12 29 44 12 58 55 13 27 19 13 1 29 9 36 54 10 36 35 11 26 14 12 3 7 11 2 13 9 7 18 9 5 31 9 5 31 9 5 31 9 5 31 9 46 12 10 22 0 11 3 35 11 49 14 12 51 52 11 28 48 8 53 39 9 28 50 10 19 23 11 25 2 11 45 49 12 22 43 9 24 12 10 21 5	358 10.5 358 12.7 359 17.8 0 0.0 0 41.9 2 48.2 3 8.5 7 51.7 357 15.9 359 53.5 0 3.2 0 8.8 3 33.2 356 38.2 359 34.6 358 25.9 359 46.5 1 50.5 1 41.2 2 29.2 356 44.8 358 46.4 358 13.3 359 38.9 359 59.3 1 1.7 359 6.6 359 8.8 359 7.7 359 49.5 0 23.8 1 19.7 359 19.4 0 11.4	- 4 .48 - 4 .45 - 3 .36 - 2 .66 - 1 .96 + 0 .14 + 0 .48 + 5 .20 - 5 .53 - 2 .91 - 2 .75 - 6 .30 - 3 .69 - 4 .51 - 1 .10 - 1 .25 - 0 .46 - 6 .33 - 4 .31 - 4 .86 - 3 .43 - 3 .09 - 2 .05 - 3 .69 - 4 .51 - 1 .10 - 1 .25 - 0 .46 - 6 .33 - 4 .31 - 4 .86 - 3 .43 - 3 .09 - 2 .05 - 3 .97 - 4 .06 - 4 .61 - 3 .38 - 4 .61 - 3 .88 - 2 .81 - 1 .88 - 2 .81 - 3 .14	320°.10 327.85 336.52 340.75 352.22 359.34 6.26 359.97 301.19 315.74 327.85 336.84 321.99 285.07 296.59 306.30 326.49 336.96 292.38 320.48 275.72 285.64 294.37 304.51 315.64 330.91 310.66 263.92 272.49 284.82 295.43 305.90 314.89 262.44 276.31	$\begin{array}{c} -0.6414 \\ -0.5322 \\ -0.3985 \\ -0.3297 \\ -0.1354 \\ -0.0115 \\ +0.1090 \\ -0.0005 \\ -0.8555 \\ -0.6981 \\ -0.5322 \\ -0.3933 \\ -0.6158 \\ -0.9656 \\ -0.8942 \\ -0.8059 \\ -0.5521 \\ -0.6363 \\ -0.9944 \\ -0.9950 \\ -0.9630 \\ -0.9109 \\ -0.8240 \\ -0.6992 \\ -0.4862 \\ -0.7586 \\ -0.9944 \\ -0.9991 \\ -0.9967 \\ -0.9931 \\ -0.9967 \\ -0.9913 \\ -0.9940 \\$	$\begin{array}{c} +\ 0.7672 \\ +\ 0.8467 \\ +\ 0.9172 \\ +\ 0.9441 \\ +\ 0.9908 \\ +\ 1.0000 \\ +\ 0.9941 \\ +\ 1.0000 \\ +\ 0.5179 \\ +\ 0.7160 \\ +\ 0.8467 \\ +\ 0.9194 \\ +\ 0.7879 \\ +\ 0.2600 \\ +\ 0.4476 \\ +\ 0.5920 \\ +\ 0.3808 \\ +\ 0.7714 \\ +\ 0.0997 \\ +\ 0.2696 \\ +\ 0.4126 \\ +\ 0.5666 \\ +\ 0.7150 \\ +\ 0.8739 \\ +\ 0.6516 \\ -\ 0.1059 \\ +\ 0.0434 \\ +\ 0.2558 \\ -\ 0.1316 \\ +\ 0.7058 \\ -\ 0.1316 \\ +\ 0.1099 \\ \end{array}$	- 1.16 - 1.07 - 0.00 + 0.66 + 1.13 + 3.02 + 3.09 + 8.05 - 2.66 + 0.35 + 0.63 + 0.71 + 4.09 - 4.13 - 0.91 - 1.48 + 0.22 + 2.26 + 1.27 - 4.67 - 2.11 - 2.27 - 0.45 + 0.16 + 1.34 - 0.82 - 3.13 - 2.61 - 2.45 - 0.73 + 0.21 + 1.36 - 3.24 - 1.44	10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1

ANNOTAZIONI SULLO STATO DÉL CIELO FATTE OSSERVANDO

- Luglio 16 Tempo variabilissimo Cirri e velature frequenti.
 - " 29 Notte variabile all'orizzonte sud. Malgrado le nubi talvolta si osservò bene presentandosi i contorni di Marte molto precisi.
- Agosto 1 Il 30 e 31 temporaleschi di giorno e di notte. Il 1º brutto sereno. Misuro le dimensioni della macchia.
 - " 3 Sereno splendido ma con tutto ciò si vede male assai. Le osservazioni riescono difficili e fanno disperare così che si vorrebbe smettere; perdurando, pare che riescano meglio.
 - " 4 In principio bel sereno ma poi nuvolo all'orizzonte. Sforzi vani per sviluppare l'intero programma. I contorni di Marte, qualche volta, furono visti bene. Fa chiaro di luna.
 - " 5 Bel sereno. Le immagini furono veramente buone, meglio in sul principio.
 - 7 Sereno splendidissimo. La luna in plenilunio precede il pianeta di pochi minuti sullo stesso parallelo, forse a motivo di essa altro non si vede in Marte all'infuori della macchia polare.
 - 8 Cielo con cirri vaganti. Bruttissime immagini. Plenilunio. Le osservazioni si ritengono buone ma causa il nuvolo si devono sospendere.
 - " 9 Dapprincipio bel sereno, poi nuvolo.
 - " 12 Cielo splendidissimo. Chiaro di luna. Le misure si ritengono buone.
 - " 13 Sereno splendidissimo.
 - " 14 e 15 Come la sera precedente.
 - " 16 Sereno ma aria poco trasparente, brutte immagini.
 - , 17 Sereno splendido. Si vede assai bene in sul principio.
 - " 18 Sereno. Tutte le misure sono egualmente buone.
 - Bel sereno. Si punta assai bene. Nella penultima serie, cioè nella quinta, si ebbe nuvolo frammezzo e si dovette far pausa per alcuni minuti, ma poscia riprese le osservazioni la serie fu bene compiuta con dodici misure.
 - " 20 Sereno fosco. Le immagini si fanno sempre più brutte, quelle della terza ed ultima serie sono bruttissime.

IV. Quadro contenente le osservazioni ed il calcolo delle coordinate del centro

1892	T. m. Pad.	Stella	Ingrand.º	Confr.i	Diff. di Asc. R	Diff. di Decl.	Rifra	zione	Para	llasse
		Num.	Ing	Num.	o* - *	0 -*	AR	Decl.	AR	Decl.
Luglio 16	14 11 23.1	3	70	16.8	$+2^{\text{m}}46.547$	- 17 0.45	0.013	- í.se	+ 0.143	+ 19.90
» 16	14 11 23.1	4		16.8	+ 1 53.639	_ 5 7.50	0.004	- 0.57	-+ 0.143	-+ 19.91
» 18	15 20 6.8	4	212	18.8	+ 0 43.464	- 17 52.40	- 0.067	-2.59	+ 0.505	+ 19.60
» 26	13 58 35.7	5	212	8 —	- 1 12.296		+ 0.038		+ 0.321	
» 26	13 58 35.7	6		8 —	- 2 20.288		+ 0.048		+ 0.321	
» 26	13 58 35.7	7		8.8	- 4 53.204	+ 3 41.30	→ 0.007	→ 0.48	-+ 0.321	+ 21.04
» 27	13 22 24.0	7	212	— .8		- 2 36.30		0.32		21.29
» 27	14 13 55.3	5		10 —	-2 9.860		+ 0.037		÷ 0.421	
» 27	14 13 55.3	6		10 —	— 3 17.783		+ 0.051		→ 0.421	
» 28	13 55 30.0	5	212	10.8	— 3 7.689	+ 6 1.77	→ 0.014	+ 0.82	+ 0.355	+ 21.15
» 28	13 5 5 30.0	6	,	10.8	- 4 15.643	+ 10 49.24	→ 0.026	+ 1.48	+ 0.355	+- 21.16
» 29	13 16 19.2	5	212	8.12	- 4 5.854	_ 0 6.38	- 0.000	0.01	+ 0.183	+ 21.42
" 29	13 16 19.2	6		8.12	5 13.834	+ 4 41.48	→ 0.005	+ 0.59	+ 0.183	21.43
Agosto 1	13 0 0		307	6.3						
» 4	12 56 41.3	10	143	12.8	→ 1 56.552	+ 2 47.90	→ 0.004	+ 0.38	+ 0.238	+ 21.72
" 4	12 56 41.3	11		12.8	→ 1 1.4 09	_ 8 51.40	- 0.013	1.19	+ 0.238	-+- 21.70
" 5	13 5 32.2	10	307	18.8	→ 0 50.151	_ 2 16.50	- 0.004	- 0.32	+0.285	+ 21.67
» 12	11 3 28.2	12	130	10.8	+2 24.277	_ 2 1.48	→ 0.002	- 0.28	- 0.138	+ 21.69
» 12	11 3 28.2	13		10.8	- 0 49.740	- 12 42.21	- 0.011	- 1.72	- 0.138	→ 21.68
» 12	12 53 5.7	12		8.8	+ 2 18.512	2 19.78	0.007	- 0.37	0.424	+ 21.32
» 13	11 45 36.9	12	130	8.8	+1 20.976	– 5 5.90	- 0.003	- 0.69	0.104	+ 21.67
» 13	11 45 36.9	13		8,8	— 1 52.999	— 15 45.70	- 0.011	2.13	→ 0.104	21.65
» 13	13 0 4.6	12		8.8	+1 17.391	- 5 16.06	- 0.021	- 0.71	 0.480	-+ 21.14
» 14	12 19 12.5	12	212	14.8	+ 0 19.521	- 7 50.25	- 0.016	- 1.14	+ 0.292	+ 21.47
» 15	13 1 28.7	-	307	9.12						
» 16	11 2 12.8	-	307	60.14						
» 17	9 37 16.8	-	307	28.4						
" 17	11 32 31.4	-		38.4						
" 18	11 28 48.4	-	307	32.8						

di Marte corrette per l'inclinazione della lamina, la fase, la rifrazione e la parallasse.

	Rid, al la	10g. app.	Coordinate	e di Marte	OsserJa	thrb (1)	NautJe	ahrb (2)	Dian	netri
	AR	Decl.	Asc. retta	Declinazione	AR	Decl.	AR	Decl.	Cronograf.	Micromet-
	+ 2.536	+ 7.57	21 23 3.560	-21°44′27″.81	- 0.536	- 4.13	- 0.09	+ 1.2	28.19	29.73
	-	+ 7.57 + 7.70	3.745 21 21 53.911	26.22 -21 57 13.32	-0.351 -0.567	-2.54 -4.59	- 0.11	+ 12	32.48	38.19
	+ 2.771 + 2.771	+ 7.79 + 7.79	21 15 39.803 39.884		-0.330 -0.249		- 0.07	+ 0.5		,
	+ 2.757 $+ 2.773$	+ 8.00 + 8.02	36.893	-22 48 32.88 -22 54 51.01	0.240	+1.40 -2.23	- 0.10	+ 0.6	27.52	30.79 28.61
	+ 2.787 + 2.787	+ 7.81 + 7.81	21 14 42.354 42.508		-0.281 -0.127				31.54	
	+ 2.803 + 2.803	+ 7.82 + 7.82	21 13 44.452 44.573	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-0.358 -0.237	+ 1.50 + 2.44	- 0.11	+ 0.8	28.24	29.57
	+ 2.819 $+ 2.819$	+ 7.83 + 7.83	21 12 46.117 46.205	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-0.255 -0.167	- 3.86 - 2.59	- 0.11	→ 1.0	27.07	28.39
A								• • • • •	27.58	29.01
	+ 2.927 + 2.927	+ 6.85 + 6.85	21 6 24.610 24.493	23 41 32.96 36.65	-0.280 -0.397	+ 1.30 - 2.39	0.13	+ 0.5	27.71	30.45
-	+ 2.942 + 3.011	+ 6.79 + 6.00	21 5 18.263 20 57 52.158	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-0.545 -0.189	+ 1.68 + 2.07	- 0.11 - 0.15	+ 0.5 + 0.6	26.60 28.85	28.66
	+ 3.011 + 3.011	+ 6.00 + 6.00	51.958 46.946	53.34 66.78	- 0.389 - 0.689	$\begin{array}{c c} -3.25 \\ -2.50 \end{array}$			27.48	29.39
-	+ 3.017 + 3.017	+ 5.97 + 5.97	20 56 49.100 48.947	$\begin{bmatrix} -24 & 17 & 52.90 \\ 57.30 \end{bmatrix}$	-0.136 -0.289	+ 0.26 - 4.14	- 0.17	 0.6	28.53	31.50
	+ 3.017 + 3.024	+ 5.97 + 5.80	45.873 20 55 47.827	63.61 -24 20 38.07	- 0.229 - 0.096	- 1.74 - 1.77	_ 0.19	+ 0.5	27.70 27.91	28.22 28.51
-									24.30 f 23.37	27.09 26.40
-									» 23.89	26.98
-		0 0 0		6 0 0 0	o 0 0				» 25.04 » 24.05	28.14 27.52

⁽¹⁾ Osservazione meno Berliner Astronomisches Jahrbuch.

⁽²⁾ The Nautical Almanac meno Berl. Astr. Jahrbuch.

— 362 —
 V. Quadro contenente le Stelle di confronto dedotte dal Catalogo

	Ascen. ret. 1892.0	Declinaz. 1892.0	Grandezza	Autori Cat. Gener.			Catalogo di Conf	ronto
			Gran	Numero	Epoca	Inter- vallo	Nome e nun	n. stella
1	21 28 47.271	- 20° 33′ 55″.76	6.0	29544	1877.8	anni 6	Br. Auwers	2800
2	21 28 50.455	— 20 43 50.30	7.0	29545	1878.6	1	Br. Auwres	2801
3	21 20 14.347	— 21 27 52.9 7	7.5	29375	1879.7	30	Arg. Weiss	16815
4	21 20 27.431	— 21 39 45.63	6.1	29392	1877.7	12	Br. Auwers	2787
5	21 16 48.969	- 23 7 46.88	6.0	29306	1877.2	28	Arg. Weiss	16778
6	21 17 57.032	-23 12 34.08	6.8	29322	1874.8	25	1115. 11 0155	16785
7	21 20 30.012	$-22\ 52\ 43.70$	3.7	29382	1878.7	29		16817
'	21 20 00.012	22 02 10.10	0,1	20002	10,0.,	20		10011
8	21 22 3.477	— 22 11 11.35	8.0	29410	1879.8	25.	Stumpe A N	v 123
9	21 22 33.737	— 22 16 36.97	4.7	29426	1877.8	12	Br. Auwers	2790
10	21 4 24.889	- 22 44 49.81	7.8	29038	1878.2	11	Yarnall III	9489
11	21 5 19.932	— 23 33 12.51	8.0	29052	1878.8	29	Arg. Weiss	16651
12	20 55 25.006	— 24 13 13.95	8.5	28809	1879.8	30	Arg. Weiss	16554
"	19 27 29	" " "		27	>>	32	Monaco I	26899
13	20 58 38.836	-24 2 37.09	8.5	28889	1880.7	31	Arg. Weiss	16588-89
29	22 22 22	22 22 22		, 27	27	33	Monaco I	27080
22	27 27 23	n n n		27	"	6	Monaco II	11167
14	21 0 35.480	— 23 38 52.73	7.5	28945	1876.7	27	Arg. Weiss	16605
15	21 0 47.380	- 23 34 55.00	7.0	28949	1876.2	27	Arg. Weiss	16608

Per le stelle 1, 2, 4, 9 si hanno moti propri certi in Br. Auwers; per la 8 in Stumpe Astr. Nachr. vol. 125, La stella 11 è preceduta da un'altra boreale di 9^a . Colle mie osserv. trovai $\Delta \alpha = 0^s$. 54 $\Delta \delta = 4.$ " 01.

Generale Argentino ed esaminate in altri Cataloghi.

	Argent - Cat. di Confr.		Nome della stella e numero in altri Cataloghi, ed annotazioni		
-	A R	Decl.			
	+ 0.01	+- 0.6	Flamstedio 37 Capricorni		
	- 0.04	+ 0.2	n 38 n		
	+- 0.10	→ 0.8	Lalande 41629. Cincinnati 3607		
	0.00	→ 0.9	Flamstedio 35 Capricorni		
	0.18	- 2.1	Lacaille 8794 — Zone Cordoba e di Washington		
	0.03	— 1.8	n 8802		
	- 0.08	+ 2.3	% Capricorni Ber. Astr. Jahrbuch 1892 Appendice num. 269		
i	-⊢ 0.02	- 7.4	Lalande 41703 BB VI. 31 pag. 364		
	- 0.11	- 1.0	Flamstedio 36 Capricorni b		
	0.14	— 1.6	Zone di Cordoba		
Ì	0.28	- 3.7	Yarnall III 9493 — Zone di Cordoba.		
	0.23	0.6			
	- 0.11	+ 1.8			
	- 0.20	+ 2.8			
	+ 0.06	+ 4.2	L'epoca di Monaco II è posteriore al Cat. Gen. Argentino. Fra i due cataloghi di		
	+ 0.28	+ 2.1	Monaco l'intervallo è di 39 anni e le differ. sono 0°.22 2".1		
	+ 0.10	+ 0.6	Lalande 40831 — Yarnall III 9463 — Mon. I. — Brux. — Capo. — Zone Cord.		
	+ 0.22	0.0	Lalande 40842 — Yarnall III 9464 — Lacaille 8690 — Mon. — Brux. — Capo I. — ZoneCord.		

ma non si adoperarono nel dedurre la posizione media 1892,0; confr. nota (1) pag. 345.

RELAZIONE

letta dal Socio G. Capellini, a nome anche del Socio T. Taramelli, relatore, nella seduta del 3 giugno 1893, sulla Memoria presentata dal prof. C. F. Parona, intitolata: La fauna fossile (calloviana) di Acque Fredde sulla sponda veronese del Lago di Garda.

" Il lavoro paleontologico del prof. Parona risguarda una fauna fossile da qualche anno scoperta nella provincia di Verona, a breve distanza del noto affioramento degli strati a Posidonomya alpina di Torri; della fauna di questi però è molto più complessa e varia, con forme di molluschi elegantissime e per fortuna, con specie per una fauna accantonata abbastanza numerose, che, note nei principali giacimenti calloviani delle Alpi, della Sicilia e dei Carpazi, permettono un sicuro riferimento stratigrafico. Un'accurata rivista delle specie ritenute più caratteristiche dimostra che l'accennata bivalve non conta tra queste, comparendo sporadicamente così nel batoniano come anche al di sopra dell'oxfordiano. La fauna descritta presenta le maggiori analogie con quella calloviana di Babierzówka nella Galizia Occidentale. Si descrivono quindi accuratamente 57 specie, quasi per metà nuove; e l'autore stesso ne porge delle bellissime figure in una tavola. Le descrizioni sono molto accurate e confermano la nota valentia del Parona, che in particolare è versato nello studio di fossili giuresi. L'orizzonte è importante nella tectonica prealpina e la località illustrata permette di accordare il noto giacimento sul Garda all'altro del pari conosciuto da molti anni di Campo Rovere, nei Sette Comuni. La Memoria sembra quindi ai commissari, per l'importanza dell'argomento nella geologia stratigrafica e per la diligenza con cui fu stesa, degna di essere accolta nelle pubblicazioni dell'Accademia ».

La fauna fossile (calloviana) di Acque Fredde sulla sponda veronese del Lago di Garda.

Memoria del prof. C. F. PARONA.

(Con una tavola).

Nel 1885 E. De Nicolis scoprì sulle pendici del Monte Baldo, a tre o quattro metri sopra il piano della strada postale, fra Canevini di Torri ed Acque Fredde, certe piccole cavità riempite di roccia scomposta e bianca, comprese in uno straterello di calcare bianco e rosso, compattissimo, con rare e piccole ammoniti. Questo straterello giace sopra un banco di calcare compatto, grigiastro e privo di fossili, che alla sua volta è sovrapposto agli strati ricchi della famosa fauna di S. Vigilio.

In tali cavità trovò annidati numerosi e piccoli fossili, che costituiscono una bella fauna, alla quale De Nicolis ed io accennammo nelle nostre Note stratigrafiche e paleontologiche sul Giura superiore della provincia di Verona (¹) limitandoci a citare le poche specie, le quali bastavano per fissare approssimativamente l'età dello strato colle agglomerazioni di fossili, che considerammo come membro della serie caratterizzata dalla Posidonomya alpina e probabilmente riferibile al calloviano.

Ora soltanto posso mantenere l'antica promessa fatta a De Nicolis di compiere lo studio della fauna di Acque Fredde e, nel soddisfare il desiderio dell'amico, sono lieto di potergli rendere pubbliche grazie, perchè in tutto questo frattempo si compiacque di tenere a mia disposizione la preziosa collezione.

I rapporti stratigrafici suesposti furono riconosciuti anche da Vacek (2), il quale ritenne, che l'accennato banco sterile di fossili appartenga alla stessa serie degli strati di S. Vigilio, ch'egli, come è noto, ascrive alla zona più recente del Lias superiore. Secondo questo stesso autore, l'erosione, esercitatasi prima che si deponessero gli strati a Posid. alpina, avrebbe smembrato le più antiche formazioni giuresi, di una delle quali rimarrebbe traccia nel giacimento con ammoniti della zona ad A. (Sonninia) Sowerbyi (zona a Sphaer. Sauzei) scoperto da Waagen lungo le falde del

⁽¹⁾ Boll. della Soc. geol. ital., 1885, vol. IV, pag. 13. — Vedi anche Esquisse stratigraphique par le Chev. H. Nicolis: in De Gregorio, Monographie des foss. de Ghelpa du Sous-Horizon Ghelpin; De Gr., Ann. de Géol. et de Paléont. — Palerme, 1886, pag. 6.

⁽²⁾ M. Vacek, Ueber die Fauna der Oolite von Cap S. Vigilio ecc. (Abh. d. K. K. geol. Reichs. Wien, Bd. XII) 1886, pag. 198.

Monte Baldo. Per effetto di questa erosione sarebbero state scavate le depressioni, che ricettarono poi la fauna pigmea, che forma oggetto di questo mio studio.

È fuori di dubbio che gli accantonamenti di piccoli fossili, trovati da De Nicolis presso Acque Fredde, appartengono a quel complesso di strati, che è contraddistinto dalla presenza della *Posid. alpina* e che per trasgressione poggia in questa regione direttamente sugli strati ad *H. Murchisonae*, mentre altrove giace sopra le ooliti più recenti a crinoidi ed a *Rh. Clesiana*.

La fauna conta parecchi denti di pesci riferibili, secondo il competente parere del prof. Bassani, a due sole specie, un indeterminabile avanzo di crostaceo, dieci specie di cefalopodi, trentadue di gasteropodi, sette di pelecipodi e parecchie forme di cidariti. In complesso sono cinquantasei forme, parecchie delle quali troppo incomplete o mal conservate per poter essere sufficientemente descritte e distinte con particolare nome specifico. È notevole le meschinità di sviluppo di questi fossili: tutti sono piccoli e molti piccolissimi. Non meno notevole è inoltre la conservazione degli esemplari; buona nella maggior parte, perfetta in molti. Parecchie sezioni sottili del calcare preparate per l'osservazione al microscopio e da me esaminate non presentarono traccie di foraminifere, di radiolarie o di altri organismi.

Fra i cefalopodi sono in maggioranza i *Phylloceras*, in accordo con quanto si osserva per le faune giuresi della provincia mediterranea. Il complesso dei pelecipodi e dei gasteropodi, che costituiscono la maggioranza della fauna, e specialmente i generi *Cerithium*, *Trochus*, *Patella*, *Arca*, dimostrano, che la roccia nella quale trovasi impietrita questa fauna dovette formarsi a poca profondità nel mare. Ecco l'elenco:

Notidanus cfr. Hugeliae, Münst. Orthacodus Ornati, Quenst. sp. Eryma sp. (?)

Phylloceras subobtusum, Kud. sp.

- " mediterraneum, Neum.
- " subpartitum Par
- " slamisum, De Ggr.
- " (?) Julii, n. sp.

Lytoceras Adeloides, Kud. sp. (?)

" Nicolisi, n. sp.

Sphaeroceras Brongniarti, Sow. sp.

Peltoceras cfr. Pottingeri Sow. sp.

Crioceras annulatus Desh. sp.

Alaria sp. ind.

Spinigera sp. ind.

Cerithium turritella n. sp.

- minusculum n. sp.
- " sp. ind.
- " (Colina) Nicolisi, n. sp.

Ceritella (Fibula) pupoides. n. sp.

" subcylindrica, n. sp.

Brachytrema (?) acanthicum, Uhl. Nerinea semicostata, n. sp.

- " (Ptygmatis) tardeplicata, n. sp.
- Rissoina eburnea, n. sp.
 - " labiosa, n. sp.

Narica Petri, n. sp.

" benacensis, n. sp.

Acirsa turrita, n. sp.

Nerita modesta, n. sp.

Neritopsis spinosa, Héb. et Desl. (?)

Ataphrus lateumbilicatus, Uhl. sp.

- * Francisci, n. sp.
- " sp. ind.

Trochus (Carinidea) Suessi, Uhl.

- rhombifer, Uhl.
- " (Textus) circumspinatus, Uhl.
 - " (Zizyphinus) Rinae, n. sp.
- , , plicato-gra-

nosus, n. sp.

Trochus (Zizyphinus) baldensis, n. sp.

" " n. sp.

Trochus (Zizyphinus) baldensis, n. sp.
Crossostoma Angeli, n. sp.
Pleurotomaria Uhligi, n. sp.
Patella cuculliunculus, n. sp.
Lima (Plagiostoma) rupicola, Uhl.
Posidonomya alpina, Gras.

Arca Theresitae, n. sp.

- " (Macrodon?) perplana, Uhl.
- " Caterinae, n. sp.
- " (Isoarca) subtransversa, Uhl.
 Pleuromya minima, n. sp.

Pleuromya minima, n. sp. Cidaris, sp. ind. (a. b. c. d.).

Come risulta da questo elenco, predominano le forme per le quali non mi furono possibili riferimenti a specie già note: tuttavia le specie che non sono nuove credo che bastino per stabilire l'età di questa fauna. Ad ogni modo esse, nonchè l'insieme di tutte le forme, permettono opportuni confronti con faune sincrone o quasi di altre regioni.

Per mezzo delle Ammoniti possiamo persuaderci, che la fauna di Acque Fredde è perfettamente sincrona con quella di Camporovere e di Canove (Ghelpa) nei Sette Comuni (1) ed io, che ebbi modo di studiare altri fossili di Camporovere, dopo la pubblicazione della mia Nota sui petrefatti di questa località, posso asserire, che tutte le specie di ammonidee da me ora riscontrate nella fauna di Acque Fredde si ritrovano nel ricordato giacimento dei Sette Comuni, nelle stesse condizioni di sviluppo e di fossilizzazione. Le due faune differiscono tuttavia nel fatto, che quella di Acque Fredde manca assolutamente di brachiopodi ed è ricca di gasteropodi, mentre nella fauna di Camporovere quelli sono copiosissimi e questi scarseggiano. Hanno comune le due faune anche la Posid. alpina, ma occorre appena di ricordare, che non possiamo attribuire alcun valore a questa forma variabilissima, quando si voglia precisare l'età degli strati che la racchiudono, perchè essa presenta una grande estensione geografica, non solo, ma anche verticale; infatti compare negli strati con H. opalinum e persiste fino nell'oxfordiano. Dimodochè potremmo servirci di essa per denominare una serie di strati, solo quando mancassero quei dati paleontologici per i quali fosse possibile precisare le zone cui essi spettano. Del resto è già ammesso che gli strati a Posid. alpina o di Klaus corrispondono a più di una zona paleontologica (2).

È degno di menzione la mancanza d'ogni rapporto fra la fauna d'Acque Fredde e quella a gasteropodi, pelecipodi e coralli di Monte Pastello pure in provincia di Verona ed illustrata dai professori Meneghini e D'Acchiardi (3). Il prof. D'Acchiardi dallo studio dei coralli fu indotto ad escludere che il giacimento potesse essere riferito alla Grande Oolite ed a ritenerlo invece meno antico, spettante forse all'oxfordiano, senza escludere però che possa essere ascritto al coralliano. Sarebbe quindi la fauna di Monte Pastello più recente della nostra, ammesso, come credo di poter dimostrare, che questa appartenga al calloviano.

⁽¹⁾ C. F. Parona, I fossili degli strati a Posid. alpina, di Camporovere nei Sette Comuni, 1880. Atti d. Soc. it. di Sc. Nat., vol. XXIII. = A. De Gregorio, Mem. cit., 1886.

^(*) E. Haug., Les chaines subalpines entre Gap et Digne. Bull. d. Serv. d. l. Carte géolog. de France ecc. III, 1891, 21, pag. 81

⁽³⁾ A. D'Acchiardi, Coralli giurassici dell'Italia settentrionnle. Atti d. Soc. Tosc. di Sc. Nat., vol. IV, 1880. — G. Meneghini, Fossili oolitici di Monte Pastello nella prov. di Verona. Ibid. ib.

Già le prime ricerche mi avevano avvertito di qualche affinità tra la fauna di Acque Fredde (¹) e quella di Babierzówka nella Galizia Occidentale (²). Gli studi ulteriori resero ancora più evidenti questi rapporti, che sono abbastanza stretti, quali la nostra fauna non offre con altra fra quelle a me note: infatti posso indicare come comuni ai due giacimenti

Orthacodus ornati, Quenst. sp. (=Sphenodus longidens, Ag.)

Phylloceras subobtusum, Kud. sp.

" mediterraneum, Neum.

Lytoceras Adeloides, Kud. sp.

Brachytrema (?) acanthicum. Uhl.

Ataphrus lateumbilicatus, Uhl. sp.

Trochus (Carinidea) Suessi, Uhl.

" " " rhombifer, Uhl.

" (Textus) circumspinatus, Uhl.

Lima (Plagiostoma) rupicola, Uhl.

Posidonomya alpina, Gras.

Arca perplana, Uhl.

Isoarca subtransversa, Uhl. (?)

Questo numero abbastanza rilevante di specie comuni alle due faune delle Prealpi venete e dei Carpazii, e la somiglianza per quanto riguarda la piccolezza delle forme, e la predominanza dei gasteropodi sugli altri gruppi di fossili bastano per persuadermi del sincronismo e dell'equivalenza dei due giacimenti, compresi bensì nella provincia mediterranea, ma a distanza considerevole. Il prof. Uhlig, appoggiandosi alle Ammoniti, trovò di dover ascrivere la fauna carpatica al calloviano (3), cui parmi debbasi riferire anche la nostra di Acque Fredde, sebbene comprenda una forma che non credo di poter distinguere dallo Sph. Brongniarti, pur essendo assai affine allo Sph. Devauxi Gross., che appartiene al calloviano insieme al Pelt. Pottingeri Sow., al quale io riferisco con riserva una delle ammoniti di Acque Fredde. Uhlig osservò che gli strati di Babierzówka presentano in modo tipico i caratteri di quelli di Hierlatz, e fece rilevare la somiglianza singolare del complesso delle due faune, calloviana l'una e del Lias inferiore l'altra, e riconoscere la connessione genetica fra molte forme dell'una e dell'altra fauna; per modo che fu indotto ad ammettere una consonanza di facies e di origine per le corrispondenti formazioni. Il confronto fra le faune di Hierlatz e di Acque Fredde offre argomenti per riconfermare queste osservazioni e tale interessante concordanza fra i fossili di queste formazioni isopiche di età differente.

Non ho trovato invece nessuna corrispondenza di specie colla fauna del Giura Bruno di Balin (4), non ostante la spiccata somiglianza complessiva della nostra con questa ricchissima fauna delle vicinanze di Cracovia: ho potuto notare solo qualche affinità di forma.

⁽¹⁾ Nicolis e Parona, Mem. cit., pag. 13 (1885).

⁽²⁾ V. Uhlig, Beitr. z. Kenntniss d. Juraformation in den Karpatischen Klippen; Jahrb. d. K. K. geol. Reichs. Wien., 1878, Bd. XXVIII. — Ueber die Fauna des rothen Kellowaykalkes der penninischen Klippe Babierzowka bei Neumarkt in West-Galizien. Ibid., 1881, XXXI Bd.

⁽³⁾ V. Uhlig, Mem. cit., 1881. — Ergebnisse geol. Aufnahmen in den Westgalitien Karpaten. Jahrb. d. K. K. geol. Reichs., Wien, XL Bd. 1890, pag. 753.

⁽⁴⁾ G. Laube, Die Bivalven des Brauner Jura von Balin. Denk. d. K. Akad. d. Wiss., Wien, 1867, 27 Bd. — Die Gasteropoden ecc.; Ibid., 1868, 28 Bd. — M. Neumayr, Die Cephalopodenfauna d. Oolithe v. Balin bei Krakau. Abh. d. K. K. geol. Reichs., Wien. V Bd., 1871.

Non sono molte le specie che la fauna di Acque Fredde (come in generale quelle degli strati a Posidonomya alpina delle Alpi venete) presenta con quella degli strati pure a Pos. alpina di Sicilia (1). Oltre questa bivalve, trovo soltanto: Sphenodus longidens Ag., Phylloceras mediterraneum Neum., Phyll. subobtusum Kud., Phyll. subpartitum Par., Sphaeroceras Brongniarti Sow., Crioceras annulatus D'Orb. Con molta probabilità gli strati di Camporovere e di Acque Fredde, e direi anche quelli di Klauss (2), non sono sincroni cogli strati, che in Sicilia e a Balmaceda in Portogallo (3) sono ricchi della ricordata bivalve; infatti anche recentemente il dott. Di Stefano riconfermava il riferimento degli strati siciliani al batoniano inferiore (vesuliano) (4). La lumachella a Posid. alpina, che nel versante veneto delle Alpi sottostà ai calcari con Ammoniti ed altri fossili dell'oxfordiano, rappresenta a mio avviso, come gli strati a Posid. alpina di Vils in Tirolo (5), del dipartimento dell'Ardèche (6) nelle Basse Alpi (7) e dell'Algarve occidentale (8) in Portogallo, il calloviano, piuttosto che il batoniano. Ciò non toglie che la Posid. alpina compaia sporadicamente o con frequenza, però assai minore che non negli strati ritenuti calloviani, in formazioni di età diversa, tanto nelle ora ricordate regioni, quanto nelle nostre Alpi venete: infatti nel veneto fu riscontrata al di sotto negli strati cogli H. Murchisonae ed opalinum (9) e sopra negli strati con Peltoc. transversarium (10).

Nuovi argomenti per definire questa questione dell'età della lumachella di Camporovere e della fauna di Acque Fredde potranno indirettamente essere presentati dallo studio della faunula a cefalopodi ed a rari gasteropodi dei monti della Rocchetta (appendice nordica del gruppo Suavicino) nell'Appennino centrale, che il prof. Canavari riscontrò corrispondente a quella di Camporovere (11).

Riesce abbastanza interessante il confronto della fauna di Acque Fredde con quella calloviana extralpina, a numerosi gasteropodi, di Montreuil-Bellay nella parte

- (1) G. Di Stefano, Lett. sulla struttura geol. del Capo S. Andrea, II, Nat. Sicil., 1887. Vedi anche i lavori precedenti dei prof. G. G. Gemmellaro e Seguenza.
- (2) Vedi a questo riguardo: Ed. Jüssen, Beitr. z. Kenntniss. d. Klauschichten in den Nordalpen. Jahrb. d. K. K. geol. Reichs., Wien, 1890. XL Bd.
 - (3) P. Choffat, Ét. strat. et paléont. d. terr. jurass. du Portugal, 1880, p. 41 e seg.
- (4) G. Di Stefano ed E. Cortese, Guida geologica dei dintorni di Taormina. Boll. d. Soc. Geol. ital., X, 1891, pag. 231.
- (5) A. Oppel. *Ueber die weissen und rothen Kalke von Vils in Tyrol* Würt. nat. Jahresh. XVII. 1861 *Ueb. das Vorkomm. v. jur. Posidon. Gést. in den Alpen* Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch., 1863. Rothpletz, *Geol.-palaeont. Monogr. d. Vilser Alpen.* Palaeontogr., Bb. 33, 1886.
- (6) A. Oppel, Geognostische Studien in dem Ardeche-Departement. Palaeont. Mitth., 1865, pag. 316, 322.
- (7) W. Kilian, Descript. géol. de la Montagne de Lure (Basses Alpes). Paris, 1889, pag. 94. E. Haug., Les châines subalpines ecc. 1891, pag. 93.
- (8) P. Choffat, Recherches sur les terr. second. au sud du Sado. Com. d. Com. d. Trab. Geol., I, 1887, pag. 247.
- (°) L. Botto-Micca, I fossili degli strati a L. opalinum ed a L. Murchisonae del Monte Grapa. Boll. d. Soc. Geolog. italiana, 1893.
 - (10) Nicolis e Parona, Mem. cit., 1885, pag. 45.
- (11) M. Canavari, Sulla presenza degli strati a Posid. alpina Gras nell'Appennino centrale. Proc. verb. d. Soc. Tosc. di Sc. Nat., 1883, vol. III, pag. 221.

occidentale del bacino di Parigi (1). Nel complesso le due faune presentano la stessa facies, fatta eccezione per il genere Phylloceras, che manca a questa fauna francese. Una o due forme sembrano comuni, ciò che non posso assicurare per deficienza di buoni esemplari; mentre parecchie altre, specialmente appartenenti al genere Trochus, presentano una stretta affinità e nel tempo stesso certe differenze per le quali non è possibile ammetterne l'identità. Diversa dalla nostra, per quanto riguarda le specie, è invece quella alquanto più recente (oxfordiana) e non meno ricca di gasteropodi del Terrain à Chailles di Pfirt (2) in Alsazia, nella parte orientale del bacino di Parigi: nè diversamente potrei osservare in confronto colla fauna batoniana (3) (nella quale i gasteropodi hanno tanto larga rappresentanza) della provincia mediterranea e dell'Europa centrale.

Da questi confronti credo dunque di poter concludere, che la fauna di Acque Fredde deve essere riferita al calloviano.

Descrizione dei fossili di Acque Fredde.

VERTEBRATA

(Pisces)

Gen. Notidanus, Cuv.

Notidanus cfr. Hügeliae, Münster.

Fra i fossili raccolti ad Acque Fredde sonvi parecchi piccoli denti, che io comunicai in esame all'amico prof. F. Bassani, il quale gentilmente volle favorirmi sopra di essi le seguenti osservazioni: « Uno dei denti appartiene al genere Notidanus; è incompleto e non permette una sicura determinazione specifica. Ha molti rapporti con N. Münsteri Ag. (4), trovato in tutte le zone del giura bianco a cominciare degli strati più bassi. Somiglia ancora più al N. Hügeliae Münst. (5), riscontrato nel calloviano (giura bruno ζ di Quenstedt) di Gaumelshausen presso Boll nel Würtemberg.

- (1) Hébert et Deslongchamps. Mémoire sur les fossiles de Montreuil-Bellay. Bull. d. l. Soc. Linn. de Normandie, 5.º vol., 1860. A De Grossouvre. Sur le Callovien de l'ovest de la France et sur sa faune. Bull. d. l. Soc. géol. de France, 3.º sér., t. XIX, 1891.
- (2) A. Andreae, Die Glossophoren des Terrain à Chailles der Pfirt. Abh. z. Geol. Specialkarte von Elsass-Lothringen. Ad. IV, 1887. Strassburg.
- (3) Vedi ad es. M. Cossmann, Contrib. a l'étude de la Faune de l'étage Bathonien en France (Gastropodes). Mém. Soc. géol. de France, 3.° sér., t. III, 1885. O. Schlippe, Die Fauna des Bathonien in Oberrheinischen Tieflande. Abh. z. geol. Specialk. v. Elssas-Loth., Bd. IV, 1888.
 - (4) Agassiz, Poiss. foss., vol. III, pag. 222, tav. XXVII, fig. 2, 3.
 - (5) Münster, Beitr. z. Petrefakt., VI (1843), pag. 54, tav. I, fig. 5.

Gen. Orthacodus, A. Smith Woodward.

Orthacodus ornati, Quenst. sp.

"Tutti gli altri dentini sono del genere Orthacodus. Corrispondono a quelli provenienti dalla suddetta località del Not. Hügeliae (giura bruno ζ Quenstedt) descritte da Quenstedt col nome di Sphenodus ornati (1). Devesi per altro notare che l'ittiologo inglese A. S. Woodward mette l'ornati in sinonimia con l'Orth. longidens, Ag. sp. (2), riscontrato nel giura bianco α di Streitberg in Franconia (insieme al Not. Münsteri) ed in altri depositi giuresi più recenti. Ed in verità la rassomiglianza fra l'ornati ed il longidens è molto grande".

Lo Sphenodus longidens Ag. ora citato fa parte anche della fauna calloviana di Babierzówka (3) e di quella degli strati con Posid. alpina di Sicilia (4); così Oppel e Benecke riscontrarono nei Klausschicten dei denti, che per confronto riferirono a questa specie.

CRUSTACEA

Eryma (?) sp. ind.

Frammento, che probabilmente apparteneva alla pinza di una delle estremità del primo paio. È affatto insufficiente per la determinazione generica e specifica, nè si presta ad un confronto colla forma del pari indeterminata e rappresentata dal modello interno di cefalotorace da me trovata fra i fossili di Camporovere (5).

CEPHALOPODA

Gen. Phylloceras, Sues.

Phylloceras subobtusum, Kud. sp.

(fig. 1).

Ammonites subobtusus. Kudernatsch. Die Ammoniten von Svinitza. Abhandl. d. k. k. geol. Reichs. Wien, I, Bd., 1852, pag. 7, Taf. II, fig. 1-3

Phylloceras subobtusum. Neumayr, Jurastudien — Die Phylloceraten des Dogger und Malm, Jahrb. d. k. k. geol. Reichs. Wien, 21 Bd., 1871, pag. 346. — G. G. Gemmellaro, Sopra alcuni fossili della zona con Posid. alpina Gras di Sicilia. Giorn. d. sc. nat. ed econ., Palermo, 1871, pag. 127, tav. XVIII, fig. 2. — V. Uhlig, Ueber d. Fauna d. roth. Kellowayk. ecc., 1881, pag. 8. — G. Di Stefano, Lett. s. strutt. geol. d. Capo S. Andrea, II (Nat. Sicil.), 1886, pag. 8. — E. Haug., Les Chaines subalpines entre Gap et Digne etc., 1891, pag. 79 (zone ad Opp. fusca).

Ascrivo a questa specie 17 piccoli esemplari, il più grande dei quali offre queste dimensioni: diametro 15 mm., altezza dell'ultimo giro mm. 8, suo spessore mm. 6, ampiezza dell'ombelico mm. 1,5. Questo ed altri 12 esemplari sono modelli interni,

- (1) Quenstedt, Handb. d. Petrefakt., 3ª ediz., 1885, pag. 271, tav. 20, fig. 42 a e b.
- (2) Agassiz, Poiss. fossiles, vol. III, pag. 298, tav. 37, fig. 24-29.
- (3) Uhlig, Ueber d. Fauna d. roth. Kellow., ecc. 1881, pag. 1.
- (4) Di Stefano, Lett. sulla strutt. geol. del Capo S. Andrea, II (Nat. Sicil.), 1887, pag. 9.
- (5) C. F. Parona, Nota cit., 1880, pag. 13.

gli altri sono provvisti di guscio. Nessuno presenta traccie di costolatura; ciò concorderebbe con quanto il prof. Gemmellaro potè osservare in un esemplare di Sicilia, i cui giri interni sino al diametro di 15 mm. sono completamente lisci. Per i fianchi appiattiti, per il lato esterno arrotondato, per la sezione dei giri più larga verso l'esterno, che non verso l'interno ed a lati rettilinei, per l'ombelico stretto ed imbutiforme, essi corrispondono strettamente alla specie di Kudernatsch. Questo riferimento è d'altronde confermato dalla costituzione della linea lobale, visibile in tutti gli esemplari, sebbene imperfettamente, così che mi riuscì di rilevarne solo delle porzioni staccate. La figura, che presento del lobo sifonale e del primo lobo laterale, corrisponde in modo perfetto alla parte corrispondente della figura di Kudernatsch.

A questa stessa specie parmi che si potrebbe ascrivere anche la forma distinta del marchese De Gregorio (¹) col nome di *Phyll. posalpinum* De Greg. e rappresentata nella sua monografia sui fossili di Ghelpa colle figure 27 c-f. della Pl. I.

Il *Phyll. subobtusum* Kud. fu trovato a Swinitza nel Banato, negli strati di Klaus e negli strati con *Posid*. di Mitterwand presso Hallstadt, nel calcare con *Posid*. del *Dogger* superiore di Brentonico e della Madonna del Monte nel Tirolo meridionale, in diversi giacimenti giuresi delle Alpi bernesi, nella zona ad *Opp. fusca* delle Basse Alpi fra Gap e Digne e negli strati a *Posid. alpina* di Sicilia.

Phylloceras mediterraneum, Neum.

Neumayr. Jurastudien. I. Die Phylloceraten des Dogger und Malm, Jahrb. d. k. k. geol. Reichs. 1871, 21 Bd., pag. 340, Taf. XVII, fig. 2-5. — Gemmellaro, Sopra alcune faune giuresi e liasiche, 1872-82, pag. 11, 113, 133, 159, 182, tav. XVII, fig. 2. — Uhlig, Ueb. d. Fauna des roth. Kellow., ecc., 1881, pag. 387. — G. Di Stefano, Lett. sulla strutt. geol. del Capo S. Andrea, II (Nat. Sicil.), 1887, pag. 12. — E. Jüssen, Beiträge zur Kenntniss der Klausschichten in den Nordalpen, Jahrb. d. k. k. geol. Reichs., 1890, Bd. XL, pag. 389. M. Neumayr und V. Uhlig. Ueb. die von H. Abich im Kaukasus Gesammelten Jurafossilien, Denkschr. Akad. Wien, 1892, pag. 35.

Ascrivo a questa specie tre piccoli esemplari: quello di media grandezza misura il diametro di 15 mm. e ad onta del grande divario nelle dimensioni esso corrisponde perfettamente e per le misure proporzionali, per la scultura del guscio e per il numero ed andamento delle strozzature al grande esemplare figurato da Neumayr.

Phylloceras subpartitum, Par.

(fig. 2 a, b. c).

C. F. Parona, I fossili degli strati a Pos. alpina di Camporovere nei Sette Comuni, 1880, pag. 16, tav. V, fig. 4 a, b.

Negli esemplari (8) in esame il guscio, ben conservato, appare liscio; le strozzature presentano ancora più accentuato il carattere dell'espansione a gomito rivolto all'avanti e sul fianco esterno i loro margini formano una leggiera salienza. Il dia-

⁽¹⁾ A. De Gregorio, Monogr. des foss. de Guelpa du Sous-Horizzon Ghelpin De Greg., Palermo, 1886, pag. 13.

metro del più grande esemplare misura mm. 16 e le altre dimensioni corrispondono a quelle proporzionali già indicate per gli esemplari di Camporovere.

Evidentemente questa forma appartiene al gruppo del Phyl. ultramontanum Zitt. (1); anzi è affine a questa stessa specie (2), come lo dimostra anche la costituzione della linea lobale, che sono riuscito a scoprire (fig. 2 c). Ne differisce però per la maggiore ampiezza dell'ombelico, per il numero maggiore delle strozzature e per la loro espansione a gomito assai più estesa ed anche per lo spessore un po' maggiore dei giri. Si potrebbe dubitare, a tutta prima, che questa forma di Camporovere e di Acque Fredde sia lo stadio giovanile del Phyll. ultramontanum, specie del Dogger inferiore; ma tale dubbio resta escluso dal fatto, che il modello interno di giovane esemplare, più piccolo dei miei, figurato nell'opera di Vacek (3) sulla fauna di S. Vigilio, ed ascritto al Phyll. ultramontanum, dimostra che in questa specie le misure dell'ombelico e dell'altezza dei giri in rapporto al diametro non mutano sensibilmente col crescere della spira, nè cangia il numero e la forma delle strozzature. Questi stessi caratteri delle strozzature, nonchè la sezione dei giri di forma diversa escludono il confronto col Phyll. tortisulcatum d'Orb. sp. (4), cui si avvicina la nostra forma per l'ampiezza dell'ombelico e per l'altezza dei giri in rapporto al diametro. Per la forma della sezione dei giri si avvicina d'assai al Ph. nov. sp. (Neum.) aff. tortisulcatum d'Orb. (5), ma ne differisce pur sempre per i caratteri dell'ombelico e delle strozzature.

Questa specie fu citata anche per gli strati con *P. alpina* della Montagna della Ficuzza (Palermo) (6).

Phylloceras slamisum, De Greg.

(fig. 3-6).

A. De Gregorio, Monogr. des foss. de Ghelpa du Sous-Horizzon Ghelpin De Greg. 1886, pag. 14, Pl. I, fig. 30.

Conchiglia piccola, involuta, a rapido sviluppo, convessa. I giri hanno lo spessore di poco minore dell'altezza; sono convessi sui fianchi e più sulla regione sifonale: il guscio è liscio o lievemente ondulato per l'ineguale sviluppo delle finissime pieghe di accrescimento. Il margine dell'apertura boccale è accompagnato da una strozzatura assai poco impressa e diretta fortemente all'avanti anche sul fianco esterno; sull'ultimo giro si notano traccie appena visibili di altre tre o quattro stroz-

- (1) Neumayr, Jurastudien. Die Phylloceraten des Dogger und Malm. 1871, Jahrb. d. k. k. geol. Reichs., Wien, 21 Bd., pag. 338.
- (2) Zittel, Bemerkungen üb. Phyll. tatricum Pusch. sp. u. enig. and. Phylloceras Arten, 1869, Jahrb. d. k. k geol. Reichs., Wien, pag. 66, Taf. I, fig. 4-6.
- (3) Vacek, Oolithe von Cap St. Vigilio, 1886, Abhand. d. k. k. geol. Reichs., Bd. XII, Taf. V, fig. 19.
 - (4) D'Orbigny, Paléont. franç., Terr. crétac., Céphalop., 1840-42, pag. 163, Pl. 51, fig. 4-6.
 - (5) Neumayr, op. cit., 1871, Taf. XVII, fig. 9.
- (6) G. Di Stefano, Lettere sulla struttura geologica del Capo S. Andrea (Natur. Sicil. VI, 1887), II, pag. 12.

zature, che sono quasi indistinte in taluni individui e mancano affatto nei più grandi. Queste strozzature sono invece ben accentuate sui modelli interni. L'ombelico è ampio, assai profondo e negli esemplari più grandi lascia vedere il margine arrotondato di sei giri.

Due soli esemplari presentano porzioni visibili della linea lobale. La figura 6 riproduce il lobo sifonale ed il primo e secondo lobo laterale, poco frastagliati, del primo setto, al fondo della camera di dimora in un individuo di media grandezza. Dei 33 esemplari esaminati, 12 presentano il guscio ben conservato, gli altri sono modelli interni. I tre grandi e meglio conservati hanno queste dimensioni

diametro	altezza dell'ult. giro	spessore mass.	largh. ombelic.
mm. 20	0,50	0,45	0,20
mm. 15	0,53	0,40.	0,20
mm. 10	0,50	0,40	0,20

Riferisco questa forma alla specie, che il marchese De Gregorio descrisse nel testo con brevissime frasi sotto il nome generico di *Phylloceras*, citandola poi nella spiegazione della tav. I. come *Haploceras*. Giudicando in base alle traccie imperfette della linea lobale ed alla conformazione del labbro alla apertura boccale, credo che questa specie spetti realmente al genere *Phylloceras*. Confrontando i miei esemplari colle figure di questo autore riesce evidente la corrispondenza, che in certo qual modo trova conferma anche nel fatto, che gli esemplari di De Gregorio provengono da strati sincroni a quelli di Acque Fredde.

Questa specie somiglia alla forma giovanile del *Phylloceras* che il Vacek (¹) ascrive al *Ph. Nilssoni* Héb. La somiglianza non è però tale da lasciar sospettare che realmente si tratti, anzichè di specie distinta, di stadio giovanile del *Phylloceras* illustrato da Vacek; infatti sono notevoli le differenze del numero minore di strozzature e della maggiore ampiezza dell'ombelico.

Conchiglia piccola, discoidale, compressa, a spira lenta, involuta così che ciascun giro copre per oltre i due terzi il precedente. L'ombelico è largo, profondo, imbutiforme e lascia allo scoperto il margine arrotondato dei singoli giri. I fianchi sono appena convessi; il guscio appare liscio, anche osservato colle lente, nei piccoli esemplari e nei maggiori solo l'ultimo giro, il sesto, lascia scorgere le linee di accrescimento dapprima visibili soltanto colla lente, e poi gradatamente più manifeste, finchè nella seconda metà o sull'ultimo terzo del giro stesso si rendono rilevabili con stento ad occhio nudo a guisa di costelline esilissime, tanto che nello spazio di un millimetro se ne contano cinque. Queste linee e costelline dipartono dalla sutura ombelicale, descrivono sul fianco una forte curva convessa all'avanti, che raggiunge la massima altezza alla metà del fianco stesso e passano sul fianco esterno senza interrompersi e descrivendo altra curva meno sentita ed in senso opposto.

⁽¹⁾ Vacek, Oolithe von Cap St. Vigilio, 1886, pag. 67, Taf. IV, fig. 4, 5.

Sulla camera di dimora, dietro all'apertura boccale, guasta in tutti gli esemplari, si notano due strozzature poco distanti l'una dall'altra, disposte parallelamente alle costelline, appena distinte sui fianchi e ben impresse sul lato esterno. Il lato esterno è convesso e manca di carena.

La camera di dimora occupa oltre la metà dell'ultimo giro e negli esemplari che la conservano si osserva questo fatto singolare e caratteristico, che il giro avvicinandosi all'apertura si allarga gradatamente e si estende sul giro precedente fino a coprirlo completamente o quasi (fig. 8).

Otto esemplari conservano il guscio e ventidue sono allo stato di modello interno. L'individuo meglio conservato misura mm. 12 di diametro, mm. 0,46 nell'altezza dell'ultimo giro, mm. 0,33 nello spessore dello stesso e mm. 0,29 di ampiezza ombelicale. Sonvene altri più piccoli ed altri grandi all'incirca un terzo di più; tutti di forma assai costante.

Per la forma e per l'ornamentazione questa specie si direbbe un *Haploceras*; ma per la linea lobale, esaminata sopra varî individui ed in punti diversi, parmi che non la si possa staccare dai *Phylloceras*, al quale genere io la riferisco però con riserva. La figura (9) riproduce la linea lobale, quale si presenta dalla sella sifonale alla sutura ombelicale in uno degli esemplari meglio conservati. L'irregolarità di sviluppo nell'ultimo giro si effettua in senso opposto a quella, che distingue le specie del genere *Oecotraustes*, al quale del resto non può essere ascritta la specie di Acque Fredde per i caratteri della linea lobale.

Gli esemplari giovani, completamente lisci, presentano qualche somiglianza con lo *Haploceras blandum* De Gr. (1); tuttavia se ne distinguono per il più lento sviluppo dalla spira.

Gen. Lytoceras, Suess.

Lytoceras Adeloides, Kud. (?)

I tre esemplari da me esaminati sono assai piccoli, il maggiore di essi misurando solo 8 mm. di diametro. Ad occhio nudo sembrano affatto lisci e solo con forte lente di ingrandimento si scopre l'ornamentazione del guscio a caratteri assai incerti, di guisa che non avvi modo di decidere se essi appartengano realmente al *L. Adeloides* (2) piuttosto che al *L. Eudesianus* d'Orb. (3); specie le quali si distinguono per i diversi caratteri di ornamentazione, mentre sono strettamente affini per la loro forma, la quale appunto si ripete in modo esatto nei tre esemplari di Acque Fredde. Forse al *L. Adeloides* appartiene anche l'esemplare di Canove distinto dal marchese De Gregorio col nome di *Lyt. posidonomensis* De Greg. (4).

- (1) De Gregorio, Monogr. de foss. de Ghelpa etc., 1886, pag. 14, Pl. I, fig. 29 a-d.
- (2) J. Kudernatsch, Die Ammoniten von Swinitza, Abhandl. d. k. k. geol. Reiss., I Bd., 1852, pag. 9, Taf. II, fig. 14-16. K. A. Zittel, Palaent. Notiz. üb. Lias-Jura- und Kreide Schichten in den baierisch. u. oesterr. Alpen, Jahrb. d. k. k. geol. Reichs., 1868, 18 Bd., pag. 603. V. Uhlig, Ueber die Fauna des rothen Kellovaykalkes der penninischen Klippe Babierzowka bei Neumarkt in West-Galizien, 1881, Jahrb., idem, pag. 9, Taf. VII, fig. 1, 2.
 - (3) D'Orbigny, Paléont. Franç. Terr. jurass., Céphalop., 1842, pag. 386, Pl. 128.
 - (4) De Gregorio, Mem. cit., 1886, pag. 12, Pl. I, fig. 19.

Lytoceras Nicolisi, n. sp. (fig. 10-14).

Conchiglia discoidale, compressa, ad accrescimento assai lento, a giri che si sovrappongono senza quasi abbracciarsi, a guscio liscio, con finissime linee, visibili solo colla lente, di rado parallele ai cercini, i quali sono per lo più in numero di cinque sopra ogni giro, diretti in avanti sui fianchi ed appena incurvati all'indietro sul lato esterno, prominenti, arrotondati ed accompagnati anteriormente e posteriormente da un solco poco impresso; ombelico larghissimo ed appena incavato. I fianchi ed il lato esterno sono poco convessi. La sezione dei giri è subrettangolare, più alta che larga.

Soltanto un giovane esemplare mi ha presentato la linea lobale; il poco frastaglio accenna al suo imperfetto sviluppo, particolarmente per parte della sella laterale (fig. 12). Non ho creduto conveniente di rompere questo esemplare per mettere allo scoperto il lobo antisifonale e rilevare tutta la linea lobale.

Della fauna in esame è questa la specie rappresentata dal maggior numero di esemplari; sono all'incirca 100 gli individui completi da me studiati e quasi tutti ben conservati, cui si aggiungono numerosi frammenti. Due individui, fra i più grandi, offrono queste dimensioni:

diametro	altezza dell'ult. giro	spess. mass.	largh. ombel.
mm. 26	0,30	0,23	$0,\!46$
mm. 21	0,33	0,23	0,47

Da questi, per una successione graduata di altri più piccoli, si arriva ad esemplari col diametro di mm. 5, mantenendosi costanti i rapporti delle varie misure.

Nella maggior parte dei piccoli esemplari i cercini sono assai poco sviluppati ed in numero di quattro. Parecchi individui differenziano alquanto dal tipo comune perchè hanno la spira ancora più compressa e più appiattiti i fianchi ed il lato esterno.

I modelli interni hanno i giri più rotondeggianti, ben rilevati i cercini e ben impressi i solchi. La fig. 13 rappresenta il modello interno di maggiori dimensioni.

Un esemplare, che misura mm. 3 di altezza nell'ultimo giro e mm. 2 di spessore nello stesso, offre dei caratteri eccezionali a riguardo dei cercini, i quali nel penultimo giro sono cinque, mentre nell'ultimo raggiungono il numero di dodici e presentano sul lato esterno una fortissima curva colla convessità rivolta all'indietro. Questo esemplare, unico fra tanti, per tutti gli altri caratteri corrisponde esattamente al tipo sopra descritto e, piuttosto che una forma distinta, la ritengo una varietà pluriannulata. Le figure 14 lo rappresentano alquanto ingrandito.

Il Lyt. Nicolisi è affine al Lyt. pygmeum (d'Orb.) (1) del bajociano e del batoniano. D'Orbigny descrive la sua specie come intieramente liscia; accenna solo ad un individuo provvisto di un solco obliquo in avanti, mentre nella figura si notano traccie di due strozzature. Il dott. Haug (2) osserva che i solchi esistono in modo

⁽¹⁾ D'Orbigny, Paléont. franç. — Terr. jurass., T. I, 1842, pag. 391, Pl. 129, fig. 12, 13.

⁽²⁾ E. Haug., Les Chaines subalpines entre Gap et Digne etc. Bull. d. Serv. d. l. Carte géolog. de France etc., T. III, 1891-92, n. 21, pag. 65, 71, 74.

costante sui modelli interni di questa specie e sono assai pronunciati sopra gli esemplari di Beaumont. Ad ogni modo non risulta che il guscio del *Lyt. pygmeum* presenti cercini ben sviluppati in numero di cinque; di più sembra più lento lo sviluppo della sua spira e più alta la sezione dei giri.

Il Lytoceras ophioneum (Ben.) (1) è molto simile alla specie di Acque Fredde pur mantenendosene distinto in modo speciale per la diversa sezione dei giri ed anche per l'ornamentazione del guscio, quale appare dalle figure del Vacek (2). La figura della sezione dei giri ed il numero dei cercini escludono il ravvicinamento della nostra forma col Lyt. quadrisulcatum (D'Orb.) (3).

Gen. Sphaeroceras, Bayle.

Sphaeroceras Brongniarti, Sow. sp.

Ammonites Brongniarti, Sowerby, Min. Conch., Tab. 184, fig. 2.7

Ammonites Gervilli (Sow.), D'Orbigny, Paléont. Franç. — Terr. jurass., Cephal., I, Pl. 140, fig. 3-8.

Ammonites Brongniarti, Waagen, Ueber die zone des Amm. Sowerby. — Geogn., Palaeont. Beitr, I Bd., 1867, p. 602.

Stephanoceras Brongniarti, Di Stefano, Lett. s. strutt. geol. d. Capo S. Andrea, II, 1887, pag. 7.

L'unico esemplare è piccolo (diam. mm. 10) e corrisponde perfettamente alle citate figure di D'Orbigny, fuorchè nella conformazione del labbro, che termina la camera d'abitazione. In queste figure il labbro è liscio e preceduto da un solco ben distinto; nel mio esemplare invece il solco è meno profondo ed il labbro è bernoccoluto e manca, evidentemente per guasto, delle espansioni laterali. Nessuna traccia di linea lobale. L'ornamentazione sensibilmente diversa distingue questa forma dello Steph. n. f. cfr. Brongniarti Sow. descritto e figurato da Uhlig (4) e da De Grossouvre (5) unito al suo Amm. Devauxi.

Gen. Peltoceras, Waagen.

Peltoceras cfr. Pottingeri, Sow. sp.

Ammonites Chauvinianus, D'Orbigny. Paléont. franç. — Terr. jurass. Céphalop. 1842, pag. 460, Pl. 165.

Ammonites Pottingeri, Sov. (A. Chauvinianus d'Orb.) - D'Orbigny, ibid., pag. 618.

Piccolissimo esemplare col diam. di mm. 5,5, costituito da sei giri di spira. Ritengo che esso rappresenti la porzione iniziale della spira d'un esemplare appartenente alla citata ben distinta specie. Infatti i giri interni sono lisci, mentre sul-

- (1) E. W. Benecke, *Ueber Trias u. Jura in den Südalpen.* Geogn. Palaeont. Beitr., 1868, pag. 172, Taf. VI, fig. 5.
 - (2) M. Vacek, Ueber d. Fauna der Oolithe von S. Vigilio, 1886, pag. 62, Taf. III, fig. 1-4.
 - (3) D'Orbigny, Paléont. franç., Terr. crétac., Céphalopod., 1840-42, Pl. 49.
 - (4) Uhlig, Ueber die Fauna des roth. Kell. etc., 1881, pag. 393, Taf. VII, fig. 7.
- (5) A. De Grossouvre, Sur le Callovien de l'ouest de la France et sur sa faune (Bull. d. l. Soc. géol. de France, 3ª sér., T. XIX), 1891, pag. 261, Pl. IX, fig. 6.

l'esterno compare l'ornamentazione caratteristica del *Peltoceras Pottingeri*, tanto sui fianchi quanto sul lato esterno.

D'Orbigny dice che questa specie è propria del *calloviano* e De Grossouvre (¹) ascrive l'*Amm. Chauvinianus* agli strati ad *Amm. Athleta* Phill., che appartengono per gran parte al *calloviano* superiore, passando anche all'*oxfordiano* inferiore.

Gen. Crioceras, Leveillé.

Crioceras annulatus, Desh. sp.

Ancyloceras annulatus, D'Orbigny. Paléont. Franç. — Terr. jurass., Céphalop. 1842, I, pag. 576, Pl. 225, fig. 1-7.

Ancyloceras annulatus, E. W. Benecke. Ueber Trias und Jura in den Südalpen (Geogn. Palaeont. Beitr.), 1886, pag. 114, 115, 118, 119, 176.

Ancyloceras annulatus, P. Choffat. Ét. stratigr. et paléont. des Terr. jurass. du Portugal, 1880. Lisbonne, pag. 43, 45 (Bajocien), pag. 50 (Callovien inf.).

Crioceras annulatus, Di Stefano. Lett. s. strutt. geol. Capo S. Andrea, II, 1887, pag. 7 e seg.

Appartiene a questa specie un esemplare incompleto, rappresentato soltanto da un frammento corrispondente alla porzione quasi rettilinea dell'ultimo giro. Lo sviluppo di questo individuo è assai meschino; infatti il frammento, lungo mm. 12, misura in altezzza mm. 4 ed in spessore mm. 3,5. Oltrecchè per le misure proporzionali esso corrisponde perfettamente alle figure di D'Orbigny anche per l'ornamentazione.

Il Benecke ebbe già occasione di accennare alla presenza di questa specie negli strati con *Posid. alpina* di Brentonico. Io la ascrivo provvisoriamente al genere *Crioceras*, seguendo lo Zittel (²), in attesa che qualche paleontologo riveda il gruppo giurese delle Ammoniti a spira svolta, ne fissi la vera posizione sistematica e gli assegni, come pare convenga, uno speciale nome generico.

Per la sua piccolezza questo frammento ricorda l'*Ancyl. Trigeri* H. D. (3), differendone però perchè le sue pieghe trasverse sono assai meno oblique.

GASTROPODA

Gen. Alaria, Morris et Lycett.

Alaria, sp. ind. (fig. 15).

Frammento di piccola conchiglia, turriculata, costituita da sei giri convessi, separati da suture impresse; i primi sono ornati da pieghe trasversali oblique da sinistra a destra, l'ultimo è liscio e tutti presentano una linea spirale, lungo la su-

⁽¹⁾ A. De Grossouvre, Sur le système oolithique infér. dans la partie occident. du bass. de Paris. Bull. d. l. Soc. géol. de France, 3° sér., T. 15°, 1887, pag. 514. — Sur le callovien de l'ouest de la France etc., ibid., 1891, pag. 253.

⁽²⁾ Zittel K. A., Traité de Paléontol., II, 1887, pag. 478.

⁽³⁾ Hébert et E. E. Deslongchamps, Mém. sur les foss. de Montreuil-Bellay (Maine-et-Loire), 1860, pag. 12, Pl. VIII, fig. 4.

tura al margine superiore ed inferiore. La base manca completamente. Credo che appartenga ed una forma immatura del genere Alaria.

Sottogen. Spinigera, d'Orb.

Spinigera, sp. ind.

(fig. 16).

Piccolissima conchiglia pupoide, formata di cinque giri convessi, separati da suture lineari, lisci. Il fianco dell'ultimo giro si incurva regolarmente a formare la base, la quale inferiormente si continua in un canale lungo e stretto. Lunghezza mm. 6, larghezza mm. 2,5.

L'unico esemplare è parzialmente decorticato e infisso sulla roccia, di modo che non mi è possibile rilevare i caratteri della sua apertura; non è improbabile che trattisi dei giri iniziali od anche di un individuo giovane di forma affine alla *Spinigera longispina* Desl. (1) od alla *Spinigera nitida* H. et D. (2).

Gen. Cerithium, Adans.

Cerithium turritella, n. sp.

(fig. 18).

Conchiglia piccola, turriculata, allungata, con giri numerosi, a lento sviluppo, più larghi che alti, separati da suture profonde, convessi; presentano una ottusa carena mediana, spirale e tre cordoncini pure spirali, uno dei quali attiguo alla sutura superiore, gli altri due ai lati della carena; superficie lucida, con rare linee di accrescimento, ripiegate all'avanti ad angolo in corrispondenza della ottusa carena. Nell'ultimo giro la carena stessa delimita la base, percorsa da tre cordoncini spirali; apertura quadrilatera, con canale largo e breve, labbro grosso variciforme, columella saliente, accartocciata, concava.

L'esemplare è monco dei giri iniziali, restandone sei con una complessiva lunghezza di mm. 7,5 ed una larghezza massima di mm. 3.

I caratteri della apertura mi inducono ad ascrivere al genere *Cerithium* questa forma, che nella conformazione dei giri e nella loro scultura, simula invece una *Turritella*.

Cerithium minusculum, n. sp.

(fig. 19).

Conchiglia piccolissima, a rapido sviluppo, con giri di poco più larghi che alti, convessi, separati da suture profonde, ornati al loro margine superiore da un cingolo spirale attiguo alla sutura e da circa dodici grosse pieghe trasversali. L'ultimo giro

⁽¹⁾ V. H. Hudleston, A Monograph of the British jurassic Gasteropoda. Part I, n. 2 (Infer. Oolite), Palaeontogr. Society, 1888, pag. 104 (estratto), Pl. III, fig. 4.

⁽²⁾ Hébert et E. Deslongchamps, Mém. sur les foss. de Montreuil-Bellay (Bull. Soc. Linn. de Normandie), 1860, pag. 19, Pl. IX, fig. 2.

è assai sviluppato e presenta le pieghe fortemente incurvate all'avanti e che si sfumano sulla base; apertura subtriangolare, labbro incurvato, grosso e variciforme, columella rilevata, concava, canale profondo, lungo ed obliquo.

Due esemplari di eguale grandezza; altezza mm. 5, larghezza mm. 2.

È una forma molto distinta e non conosco nessuna specie di Cerithium di giacimenti sincroni o quasi, che con essa possa confrontarsi utilmente.

Cerithium, sp. ind. (fig. 20).

Piccola conchiglia, conica, composta di giri numerosi, separati da suture impresse, ornati da dodici varici trasversali, specialmente grosse sui giri iniziali, e da una diecina di finissimi cordoncini spirali, dei quali il superiore, attiguo alla sutura è evidentamente più largo degli altri. Sopra l'ultimo giro uno di questi cordoncini separa il fianco dalla base, la quale è soltanto segnata da altri piccoli cordoncini spirali.

L'esemplare manca dei primi giri ed è guasto alla bocca: mi riuscì quindi impossibile il darne una completa descrizione. L'insieme dei sei giri conservati misura 8 mm. col diametro massimo di 3 mm.

È forma affine alle congeneri *C. multiforme*, Piett. e *C. portuliferum*, Piette (¹), differendone per la più fine ornamentazione e per lo sviluppo della spira.

Cerithium (Colina) Nicolisi, n. sp. (fig. 17).

Conchiglia piccola, subfusiforme, allungata, composta di giri numerosi, bassi, separati da suture lineari ben impresse, convessi, ornati da numerosi cordoncini spirali, esilissimi, intersecati da linee quasi impercettibili di accrescimento, concave all'avanti. I giri iniziali presentano anche delle pieghe dirette nello stesso senso delle linee di accrescimento, che si ripresentano sull'ultimo giro, dove l'ultima di essa accompagna a guisa di varice il labbro. Nell'ultimo giro una carena ben distinta scorre parallelamente alla columella, che è saliente e quasi accartocciata e fra l'una e l'altra giace un seno ampio e profondo. Apertura semiovale, oblonga ed obliqua, espansa all'avanti in un canale breve ed incurvato.

Dodici esemplari, due sono completi e misurano in lunghezza mm. 13 a 18, in larghezza mm. 2,5 a 4.

La forma generale di questa distintissima conchiglia e in particolare dell'ultimo suo giro mi induce a riferire questa specie al sottogenere Colina H. et A. Adams.

⁽¹⁾ Ed. Piette, Descript. d. Cerithium enfouis dans les dep. bathoniens de l'Aisne et des Ardennes, Bull. d. l. Soc. géol. de France, 1857, T. XIV, pag. 553, 556, pl. V, fig. 37, 39 e 35. — M. Cossmann, Contribution à l'étude de la Faune de l'étage bathonien en France; (Gastropodes), Mém. d. la Soc. géol. de France, 3° sér., T. III°, 1885, pag. 101 et 105, Pl. XVII, fig. 2 et 39, Pl. XI, fig. 39, Pl. XVIII, fig. 8

Gen. Ceritella, Morr. et Lyc.

Ceritella (Fibula) pupoides, n. sp. (fig. 21).

Conchiglia piccola, breve, pupoide, a giri bassi, convessi, separati da suture impresse, ornati da finissimi cordoncini spirali, intersecati da linee flessuose di accrescimento. Questa ornamentazione è visibile soltanto colla lente di ingrandimento. Nell'ultimo giro una ottusissima carena separa il fianco dalla base; l'apertura è subquadrata, il labbro guasto, la columella diritta, l'ombelico chiuso.

L'unico esemplare, cui mancano i giri iniziali, misura nella lunghezza complessiva dei sei giri conservati mm. 12 e nella massima larghezza mm. 4,5.

Questa forma, che offre qualche somiglianza colla *Cer. minuestriata* Piett. sp. (*C. pupa* Rig. et Sauv) (¹), per il suo profilo si avvicina d'assai a qualche specie del genere *Palaeoniso* Gemm. (²) del Lias inferiore, al quale genere non posso tuttavia ascriverla in considerazione dell'ombelico chiuso e della ornamentazione del guscio.

Ceritella (Fibula) subcylindrica, n. sp. (fig. 22).

Conchiglia piccola, lunga, subcilindrica, con spira leggermente pupoide al principio, a giri numerosi, più larghi che alti, appena convessi, ornati da fili spirali minutissimi e da un sottile cingoletto spirale, che gira sul margine superiore, lungo la sutura lineare, impressa. Nell'ultimo giro il fianco si incurva regolarmente a formare la base; ombelico ampio e profondo; apertura subovale, columella lunga e diritta, il labbro è guasto e non mi permette di verificare la presenza o la mancanza di canale.

Anche di questa specie conosco un solo esemplare, mancante al solito dei primi giri; ne rimangono sette, i quali complessivamente danno una lunghezza di mm. 9,5, con una larghezza massima di mm. 3,5.

La forma stretta, allungata, subcilindrica, pupoide sul principio distingue questa specie. La forma subcilindrica e l'ornamentazione la tengono separata dal genere *Palaeoniso* Gemm. (3), cui corrisponderebbe per l'andamento pupoide della prima parte della spira e per la presenza dell'ombelico.

In considerazione della scarsità degli esemplari ascrivo provvisoriamente queste due specie al genere *Ceritella* ed al sottogenere *Fibula*. Riconosco però che esse nel complesso dei loro caratteri non rispondono perfettamente alle diagnosi degli accennati genere e sottogenere: ma questo dubbio potrà essere risolto soltanto quando si avranno à disposizione altri esemplari ben conservati anche nel peristoma.

- (1) Cossmann, Contrib à l'étud. etc., 1885, p. 113, Pl. V, fig. 50, 51.
- (2) G. G. Gemmellaro, Sui foss. del calc. crist. d. Mont. del Casale e di Bellampo nella prov. di Palermo. Giorn. d. Sc. Nat. ed Econ. di Palermo. XIII, 1878, pag. 240, tav. XXII.
 - (3) Gemmellaro, op. cit., 1878.

Gen. Brachytrema, Morris et Lycett.

(?) Brachytrema acanthicum, Uhlig.

V. Uhlig, Ueber die Fauna des rothen Kellowaykalkes ecc. 1881, pag. 13, Taf. IX, fig. 3.

L'unico esemplare è più piccolo, all'incirca di un terzo, in confronto di quello rappresentato dalla figura sopraricordata, cui corrisponde in modo perfetto; ma ne è ancora più incompleto, essendo monco dell'apice e guasto alla bocca.

Alle specie, ricordate dal dott. Uhlig come affini a questa sua, dobbiamo aggiungere anche il *Brach. Thorenti* d'Arch. (¹) sp., che differisce per il più rapido sviluppo dei giri.

Gen. Nerinea, Defr.

Nerinea semicostata. n. sp.

(fig. 23).

Conchiglia piccola, conica, a giri numerosi, piani, più larghi che alti, rilevati inferiormente a formare un largo cingolo spirale, che corre alla base di ciascun giro, attiguo alla sutura lineare, ornati inoltre da cordoncini spirali finisssimi. I giri costituenti la prima metà della conchiglia portano anche delle pieghe trasversali alquanto irregolari. Nell'ultimo giro il cingolo separa il fianco dalla base, pure ornata da cordoncini spirali. L'apertura è incompleta, essendo guasto il labbro ed incrostata da calcare la columella.

L'unico esemplare, monco dei primi giri, ne conta otto, che complessivamente misurano mm. 12, colla larghezza massima di mm. 3.5.

L'ornamentazione tiene ben distinta questa forma, la quale ricorda la *N. funi*culifera Piette (2), differendone per lo sviluppo più rapido della spira, nonchè per i caratteri diversi di ornamentazione.

Nerinea (Ptygmatis) tardeplicata, n. sp. (fig. 24).

Conchiglia piccola, allungata, leggermente pupoide, a giri numerosi, di poco più larghi che alti, convessi, separati da suture profonde, con superficie lucida ed ornata da qualche filo spirale finissimo. L'ultimo giro è ornato sul fianco da dodici pieghe trasversali, più o meno complete; la base è delimitata da un cordoncino spirale, parallelamente al quale ne decorre un altro nel mezzo della base stessa. L'apertura è irregolarmente quadrangolare; i caratteri del labbro e della columella rimangono nascosti da incrostazione calcare.

⁽¹⁾ M. Cossmann. Contrib. à l'étud. ecc. 1885, p. 78, Pl. V, fig. 56.

⁽²⁾ Cossmann, Contrib. à l'étud. ecc. 1885, pag. 213, Pl. I, fig. 35, 36, Pl. XVII, fig. 52-55.

La distinta forma, ora descritta, è rappresentata da un solo esemplare, che conta undici giri e che misura in lunghezza mm. 12, ed in larghezza mm. 2.5.

Non potendo disporre che di un solo esemplare, piccolo e fragile, per ciascuna delle due specie suddescritte, non ho potuto controllare la determinazione generica coll'esame della sezione della spira.

Gen. Rissoina, d'Orb.

Rissoina eburnea, n. sp.

(fig. 25).

Conchiglia esile, assai allungata, a giri numerosi, convessi, più larghi che alti, hanno aspetto eburneo e sembrano perfettamente lisci; osservati però con forte lente di ingrandimento si vedono ornati da linee trasverse estremamente fine di accrescimento appena incurvate all'avanti, che si incrociano con rari cordoncini spirali, qua e là ancora colorati in nero, del pari sottili, uno dei quali meno fine accompagna al margine superiore dei giri la sutura, che è ben impressa. Sull'ultimo giro alle linee di accrescimento si aggiungono delle pieghe dirette nello stesso senso e più o meno distinte a seconda degli esemplari. La base è uniformemente arrotondata; l'apertura è subovale, obliqua, ristretta a punta superiormente ed aperta a guisa di breve canale inferiormente; il labbro è variciforme più o meno regolarmente arcuato; la columella è rilevata e concava.

Oltre i frammenti, gli esemplari perfettamente riconoscibili sono tre; nessuno è completo nel senso della lunghezza, nel resto sono conservatissimi. Le dimensioni di un esemplare di media grandezza sono: lunghezza probabile mm. 17, larghezza mm. 3.5.

Questa bella specie è affine alla Rissoina (?) vermiformis Cossmann (1), pur differendone spiccatamente, per il diverso sviluppo della spira ed anche per la ornamentazione.

Rissoina labiosa, n. sp. (fig. 26).

Conchiglia allungata, a giri numerosi, più larghi che alti, convessi e percorsi nel mezzo da una carena spirale assai ottusa, separati da suture incavate, ornati da rari e finissimi cingoletti spirali, che si intrecciano colle linee flessuose di accrescimento. La base dell'ultimo giro è arrotondata. L'apertura è subtriangolare, ristretta a punta superiormente e con breve canale inferiormente; labbro variciforme, robusto, fortemente incurvato, columella liscia.

L'unico esemplare è incompleto e conta tre soli giri intieri. Sebbene mi riesca impossibile darne le dimensioni, credo sufficienti i caratteri esposti per riconoscere in questa forma il rappresentante di una specie ben distinta da quella precedentemente descritta e dalle altre congeneri giuresi a me note.

⁽¹⁾ Cossmann, Contribut. à l'étud. ecc. 1885, pag. 234, Pl. XIV, fig. 49.

Gen. Narica, Récluz in d'Orb.

Narica Petri, n. sp. (fig. 27).

Conchiglia piccola, allungata, subfusiforme, ombelicata. I primi tre giri sono quasi piani e formano una sorta di cuspide, gli altri tre sono molto convessi a sviluppo più rapido e separati da sutura lineare impressa, leggermente canaliculata. L'ultimo giro occupa la metà della lunghezza totale della conchiglia, si incurva regolarmente a formare la base; la sua apertura è quasi semilunare, il labbro è guasto, la columella, sottile e diritta, lascia allo scoperto la fessura ombelicale. La superficie della conchiglia mostra in qualche parte, sui fianchi dei giri e presso la fessura ombelicale, le traccie ben conservate delle linee di accrescimento intersecate da fascioline spirali del pari esilissime.

Questa specie è rappresentata da due esemplari; il più piccolo e meglio conservato è lungo mm. 9.5 e largo mm. 6.

Rimasi sulle prime incerto in riguardo al riferimento generico di questa specie, ma infine la presenza dell'ombelico ed i caratteri dell'ornamentazione mi indussero ad ascriverla, non senza dubbio però, al genere Narica (Vanikoro), sebbene per il modo di svolgimento della spira essa si avvicini piuttosto al genere Phasianella ed anche per la scultura del guscio al genere Littorina. La forma svelta la distingue appunto dalle altre Nericae a me note.

Narica benacensis, n. sp. (fig. 28).

Conchiglia piccola, subglobosa, di poco più lunga che larga, ombelicata, a giri ornati da numerose fascioline spirali, separate da sutura impressa, quasi canaliculata. I primi tre giri della spira sono rotondeggianti e poco convessi, l'ultimo è assai grande, occupando in larghezza oltre i due terzi dell'intiera conchiglia e molto rigonfio; il suo fianco si incurva regolarmente a formare la base, sulla quale si ripete l'ornamentazione a fascioline, che si osservano anche sulle pareti dell'ampio e profondo ombelico. Queste piccole fascie sono larghe quanto gli intervalli che le separano e sull'ultimo giro se ne conta una trentina; soltanto presso l'ombellico si vedono intrecciate dalle linee di accrescimento.

L'apertura pare debba essere subovale, ma non ne sono certo perchè il labbro è rotto e la columella, costituita da una lamina ripiegata verso l'ombelico, è pure incompletamente conservata. Le dimensioni sono: lunghezza mm. 8, larghezza mm. 7 (?).

Differisce dalla affine Narica? arata Lycett sp. (1) perchè presenta la spira più svelta e l'ombelico ampio e profondo.

⁽¹⁾ Lycett, Suppl. a Monogr. of the Mollusca from the Great Oolite. Palaeont. Society, 1863, pag. 97, Pl. XLV, fig. 2. — Cossmann, Contrib. ecc., 1885, pag. 147, Pl. III, fig. 39-41.

Gen. Scalaria, Lmk.

Sottogen. Acirsa, Mörch.

Acirsa turrita, n. sp. (fig. 29).

Conchiglia allungata, a giri numerosi, a lento sviluppo, convessi, più larghi che alti, separati da suture assai profonde; apparentemente sono lisci, ma osservati colla lente mostrano una finissima ornamentazione reticolata, dovuta a numerosi cordoncini spirali, intersecati da linee più fine d'accrescimento, alquanto incurvate all'avanti. L'ultimo giro è diviso da una ottusa carena con andamento spirale; la base è arrotondata, l'apertura subrotonda, labbro spesso, columella liscia, canale appena manifesto.

L'unico esemplare, privo dei giri iniziali, misura mm. 10 in lunghezza e mm. 3 in larghezza.

Questa specie ricorda la *Acirsa inornata* Tq. et Jourdy del *batoniano* (¹) differendone per lo sviluppo meno lento della spira, per l'apertura più ampia e per l'ornamentazione.

Gen. Nerita, Adans.

Nerita modesta, n. sp. (fig. 30).

Conchiglia piccola, obliquamente ovale, rigonfia. Spira a rapido sviluppo: l'ultimo giro avvolge quasi completamente i precedenti, è un po' appiattito superiormente e nel resto regolarmente convesso; per metà circa appare liscio, mentre nell'ultima porzione porta finissime regolari pieghe trasversali di accrescimento; l'apertura è subcircolare ed otturata da calcare che nasconde gli altri caratteri.

L'esemplare più grande, fra i quattordici esaminati, misura il diametro di 7 mm. e la lunghezza di 6 mm.

L'avvolgimento quasi completo della spira per parte dell'ultimo giro, l'appiattimento che questo presenta superiormente e la forma dell'apertura distinguono questa specie. Essa è affine, ma non identica per effetto degli stessi caratteri accennati, alla N. ovula Buv. dell'oxfordiano (²) ed alla N. cfr. ovola Buv. (Uhlig) (³), e da quest'ultima si distingue anche per l'assoluta mancanza, quale si può constatare negli esemplari ben conservati, delle costoline spirali, granulari sui giri interni.

- (1) Terquem et Jourdy, Monogr. de l'étage bathonien dans le departement de la Moselle, Mem. d. l. Soc. géol. de France, 2° sér., T. 9°, 1869, pag. 46, Pl. I, fig. 16 (Turritella inornata). Cossmann, Contrib. ecc., 1885, pag. 227, Pl. XV, fig. 43-46.
- (2) D'Orbigny, Paléont. franç.. Terr. jurass., Gastérop., 1850, pag. 234, Pl. 302, fig. 10.11. Cossmann, Contrib. ecc., 1885, pag. 151 e seg.
 - (3) Uhlig, U. d. Fauna d. roth. Kellow., 1881, pag. 17, Taf. IX, fig. 1.

Gen. Neritopsis, Gratel.

Neritopsis spinosa, H. et D. (?)

Hébert et Deslongchamps, Mém. sur les foss. de Montreuil-Bellay, 1860, pag. 32, Pl. I, fig. 5.

Nella collezione di Acque Fredde trovai diversi frammenti di forme appartenenti al genere *Neritopsis*; sono però tutti indeterminabili specificamente, tranne uno piccolissimo, che credo di poter riferire alla bella specie sopracitata di Hébert e Deslongchamps.

Trattandosi di un esemplare piccolo ed incompleto non oso ritenere sicura la determinazione, sebbene assai probabile, anche per il fatto che la *Neritopsis spinosa* fu già riscontrata negli strati ad *H. Murchisonae* e ad *H. opalinum* de Vacek a S. Vigilio (¹) e da me a Castel Tesino.

Gen. Ataphrus, Gabb.

Ataphrus lateumbilicatus, Uhl. sp.

Chrysostoma lateumbilicatum, Uhlig. Ueber die Fauna des rothen Kellowayk. ecc., pag. 22, Taf VIII, fig. 3 e 5.

Ascrivo a questa specie un unico esemplare molto più piccolo di quelli figurati, ma ben caratterizzato.

Per le ragioni addotte dal sig. Cossmannn (2) sostituisco alla determinazione generica Chrysostoma Swainson, quella di Ataphrus Gabb.

Ataphrus Francisci, n. sp.

(fig. 31).

Conchiglia piccola turbinata, più alta che larga, composta di sei giri di spira, arrotondati, alquanto depressi i primi quattro, a rapido sviluppo gli altri due. Questi ultimi sono assai convessi nella parte mediana ed inferiore e depressi, quasi concavi (circumvallati) superiormente, lungo il cingoletto spirale che accompagna la sutura, la quale è lineare. Il fianco dell'ultimo giro si incurva regolarmente a formarne la base. L'apertura ha il margine intiero ed è perfettamente circolare, col labbro tagliente e colla columella provvista verso l'interno di un solco ben distinto e verso l'esterno di una robusta callosità, la quale forma una ottusa protuberanza alla estremità dell'asse columellare. La superficie della conchiglia è liscia, lucida e solo con forte lente d'ingrandimento vi si vedono le finissime linee di accrescimento.

Ebbi in esame otto esemplari, fra i quali uno di media grandezza e di conservazione perfetta, il quale misura mm. 9 in altezza e mm. 8 in larghezza.

⁽¹⁾ Vacek, Oolithe von Cap S. Vigilio, 1886, pag. 107, Taf. XVIII, fig. 6.

⁽²⁾ Cossmann, Contribut. ecc., 1885, pag. 276.

Questa specie si avvicina all'*Ataphrus Labadyei* d'Arch. sp. (¹) per la forma generale della conchiglia, pur differendone per la maggior lunghezza della spira e sopratutto per la conformazione affatto diversa dell'apertura. Per la forma dell'apertura somiglia ancor meglio al *Turbo Erinus* d'Orb. (²) del *coralliano*; ma anche da questa specie si distingue per la maggiore lunghezza dell'ultimo giro e per la più robusta ed estesa callosità columellare. E affine anche allo *A. ovulatus* H. et D. sp. (³) ed all'*A. papilla* H. et D. sp. (⁴), se non che differisce dal primo specialmente per la forma della spira e dall'altro per la forma dell'apertura.

Ataphrus, sp. ind.

(fig. 32).

Conchiglia piccola, più lunga che larga, non ombelicata, a giri uniformemente convessi, separati da sutura lineare, impressa. L'ultimo giro misura più della metà della lunghezza totale della conchiglia; il suo fianco si incurva regolarmente a formare la base; il labbro rotto non permette di rilevare esattamente la forma della apertura; la columella è formata di una lamella rilevata anch'essa guasta. La superficie della conchiglia è liscia. Lunghezza mm. 10, larghezza mm. 8 (?).

Questo Ataphrus è molto affine ad una forma ascritta da Cossmann allo A. Halesus d'Orb. sp. (5); sono tuttavia d'avviso che qualunque riferimento riuscirebbe dubbio, perchè l'esemplare presenta guasto il peristoma e gli manca quindi uno dei criterî più sicuri per la determinazione, tanto più che la forma della conchiglia è priva di impronte particolari.

Gen. Trochus, (Rond.) Linn.

Trochus (Carinidea) Suessi, Uhlig.

Uhlig, Ueber die Fauna des rothen Kellowaykalk ecc., pag. 24, Taf. VII, fig. 12-14.

Ascrivo a questa specie un piccolo esemplare incompleto: la somiglianza è perfetta.

Trochus (Carinidea) rhombifer, Uhl.

Uhlig, Ueber die Fauna des rothen Kellow. ecc., pag. 25, Taf. VII, fig. 15, 16.

L'unico esemplare, sebbene incompleto, basta per constatare l'identità sua colla specie di Uhlig. È alquanto più piccola degli esemplari figurati da questo autore e presenta ben conservata l'elegante ornamentazione.

- (1) Cossmann, Contribut. ecc., 1885, pag. 279, Pl. XII, fig. 5-8 (Chrysostoma Acmon, Laube (non d'Orb.) Die Gastrop. d. Br. Jura von Balin, Denk. d. k. Akad., Wien, 1868, pag. 13, Taf. III, fig. 2.
 - (2) D'Orbigny, Paléont. franç.. T. jurass., Gaster., 1850. pag. 362, Pl. 336, fig. 12-14.
- (3) Hébert et Deslongchamps, Mém. s. l. foss. d. Montreuil-Bellay, 1860, pag. 58, Pl. II, fig. 9 (Monodonta ovalata). Cossmann, op. cit., pag. 278.
 - (4) Hébert et Deslongchamps, op. cit., pag. 59, Pl. III, fig. 1.
 - (5) Cossmann, Contribut., 1885, pag. 283, Pl. VII, fig. 11.

Trochus (Textus) circumspinatus, Uhl.

Uhlig, Ueber die Fauna des rothen Kellowayk. ecc., pag. 25, Taf. VII, fig. 17-20.

L'unico esemplare è piccolissimo ed incompleto; tuttavia la sua perfetta somiglianza colla specie di Uhlig lascia ritenere esatto il riferimento.

Trochus (Zizyphinus) Rinae, n. sp. (fig. 33).

Conchiglia conica, di poco più lunga che larga, non ombelicata. I giri sono cinque, alquanto concavi e separati da suture lineari appena impresse; al margine inferiore di ciascuno di essi, lungo la sutura si ha un grosso cingolo con strie spirali e con nodi a coroncina, i quali raggiungono la maggior grossezza nel cingolo che sta alla base del penultimo giro; del resto i giri stessi sono ornati da deboli solchi lineari ed irregolari, spirali, intrecciati a maglia da altri solchi simili, trasversali, obliqui da destra a sinistra. Nell'ultimo giro il cingolo divide il fianco dalla base, sulla quale si ripete l'ornamentazione descritta; l'apertura è subquadrangolare, il labbro semplice, la columella concava e callosa. Le dimensioni dell'esemplare, ben conservato. sono: lunghezza mm. 4, larghezza mm. 3.5.

Questa specie ricorda il *Trochus Dirce* d'Orb. (¹) del *coralliano*, dal quale tuttavia si distingue facilmente per i dettagli dell'ornamentazione; ciò la distingue anche dal *Trochus Thoutensis* H. et D. (²) che le è assai somigliante per l'insieme della forma della conchiglia.

Trochus (Zizyphinus) plicato-granosus, n. sp. (fig. 34).

Conchiglia subconica, più lunga che larga, non ombelicata, composta di sei giri appena convessi, separati da suture lineari impresse. I giri portano pieghe trasversali, oblique da destra a sinistra, le quali nei due ultimi giri scompaiono quasi e si riducono a traccie presso le suture, per effetto di una minuta uniforme ornamentazione a granuli, dovuti allo intersecarsi di solchi lineari spirali e di solchi simili diretti da sinistra a destra, in direzione contraria a quelle delle pieghe suaccennate. Un angolo ottuso ed arrotondato separa il fianco dell'ultimo giro dalla base, la quale è alquanto convessa, provvista di granulazioni meno distinte: l'apertura è subquadrangolare, col labbro esterno sottile ed incurvato e colla columella concava e biplicata.

Ebbi in esame un frammento ed un esemplare completo e ben conservato, che misura in lunghezza mm. 7.5, ed in larghezza mm. 6. Rende ben distinta questa specie il doppio ordine di scultura, che trova un riscontro nell'ornamentazione del *Turbo modestus* H. et D. (3), al quale la specie di Acque Fredde non può essere ascritta per

⁽¹⁾ D'Orbigny, Paléont. franç. — Terr. jur., Gastér., 1850, pag. 297, Pl. 319, fig. 14-17.

⁽²⁾ Hébert et Deslongchamps, Mém. s. l, foss. d. Montr.-Bellay, 1860, pag. 60, Pl. II, fig. 5.

⁽³⁾ Hebert et Deslongchamps, Mém. s. l. foss. d. Mont.-Bellay, 1860, pag. 59, Pl. II, fig. 7.

i caratteri diversi di forma della conchiglia, per cui credo di doverla riferire al genere Trochus.

Trochus (Zizyphinus) baldensis, n. sp. (fig. 35).

Conchiglia piccola, larga quanto lunga, regolarmente conica, non ombelicata, a cinque giri piani separati da suture lineari, ornati da cordoncini spirali. Uno spigolo tagliente divide il fianco dall'ultimo giro della base, ornata come i fianchi di giri, piana nella parte marginale e leggermente concava presso la columella. Il peristoma è guasto, la columella grossa e callosa inferiormente a forma di due pieghe. Lunghezza e larghezza mm. 5.

Questa specie si distingue dall'affine *T. Piettei* H. et D. (¹) per la forma piatta dei giri e per la diversa ornamentazione: l'ornamentazione la distingue poi dalla varietà a giri piatti dello stesso *T. Piettei* (²).

Trochus (Zizyphinus) n. sp. (fig. 36).

Conchiglia assai più lunga che larga, subconica non ombelicata, a giri appena convessi nel mezzo del fianco e leggermente concavi al margine superiore lungo la sutura lineare. L'ultimo giro, assai grande, presenta uno spigolo ottuso ed arrotondato tra il fianco e la base, che è convessa. Dell'apertura non rimane che il labbro columellare, assai sviluppato e calloso. Da scarsi indizi si può presumere che la superficie dei giri fosse ornata da linee finissime spirali; tale scultura è evidente sulla base. La descrizione di questo unico esemplare rimane incompleta, anche perchè la mancanza dei primi giri e di gran parte del peristoma impediscono di rilevarne le dimensioni.

La spira alta e stretta ed il grande sviluppo del labbro columellare rendono ben distinta questa specie dalle numerose congeneri del *Dogger* e del *Malm*.

Trochus (Zizyphinus), n. sp. (fig. 37).

Conchiglia più lunga che larga, subconica, non ombelicata, a giri alquanto convessi, separati da suture lineari, lisci ed ornati al margine superiore da un cingolo carenato spirale, che corre attiguo alla sutura. L'ultimo giro è assai grande; un ottusissimo ed arrotondato angolo separa il fianco della base, che è convessa; l'apertura è guasta dal lato del labbro, la columella è robusta, solcata al margine interno e callosa inferiormente.

⁽¹⁾ Hébert et Deslongchamps, Mém. s. l. foss. de Montr.-Bellay, 1860, pag. 63, Pl. IX. fig. 7, 8. — Cossmann, Contribut. ecc., 1885, pag. 288, Pl. VII, fig. 19.

⁽²⁾ Hébert et Deslongchamps, Mem. cit., Pl. II, fig. 5.

La mancanza dei giri iniziali ed il guasto al labbro non permettono di completare la descrizione e di rilevare le dimensioni dell'unico esemplare. Il carattere distintivo di questa forma è di avere la carena soltanto al margine superiore, ciò che la distingue da altre specie giuresi, ad esempio dal *Z. Zangis* d'Orb. (¹), nelle quali la carena o le carene si ripetono anche alla circonferenza tra il fianco e la base di ciascun giro, oppure la carena è limitata alla circonferenza della base.

Gen. Crossostoma, Morris et Lycett.

Crossostoma Angeli, n. sp.

(fig. 38).

Conchiglia piccola, turbinata, ombelicata, più larga che alta; spira a rapido sviluppo e con giri arrotondati, separati da sutura alquanto infossata. L'ultimo giro è assai grande in confronto dei precedenti e fortemente convesso; il suo fianco si incurva regolarmente a formare la base, perforata da un ombelico ampio e profondissimo. Il peristoma è di forma circolare; non si conoscono perfettamente i suoi caratteri perchè è guasto in tutti gli esemplari nella parte corrispondente alla columella; il labbro, ben conservato nel più grande esemplare, è formato da una larga e spessa lamina che superiormente si attacca e si espande sul fianco del penultimo giro. La superficie della conchiglia è liscia, lucida ed a stento colla lente di ingrandimento si scorgono le linee di accrescimento.

Il maggiore degli esemplari (5) è largo mm. 17 ed è alto mm. 15.

Sebbene non mi sia stato possibile verificare i caratteri del labbro columellare, per il complesso degli altri caratteri mi pare che questa distinta specie debba essere ascritta al genere Crossostoma. Per la forma dell'ultimo giro e per l'ombelico si avvicina d'assai alla Vitrinella perampla Uhl. (²), ma ne la distinguono la spira più alta ed i caratteri del peristoma. Per la forma generale della conchiglia essa si avvicina di più alla Chrysostoma Sturi Uhl. (³), differendone per la presenza dell'ombelico, ampio in tutti gli individui grandi e piccoli e per il labbro variciforme. Per quest'ultimo carattere essa ricorda la Delphinula (Crossostoma) reflexilabrum d'Orb. (⁴)/del Lias medio. La Cross. Erycina Di Blas. (⁵), per quanto si può giudicare dalla sola e breve descrizione pubblicata finora, sembra essere affine alla descritta specie di Acque Fredde.

⁽¹⁾ Cossmann, Contribut. ecc., 1885, pag. 293, Pl. VII, fig. 16, 17, Pl. XIV, fig. 27.

⁽²⁾ Uhlig, Ueber d. Fauna d. roth. Kellowaykalk. ecc., 1881, pag. 22, Taf. IX, fig. 19.

⁽³⁾ Uhlig, op. cit., pag. 19, Taf. VIII, fig. 1.

⁽⁴⁾ D'Orbigny, Paléont. franç., Terr. jurass., Gastérop., 1850, Pl. 323, fig. 14-16.

⁽⁵⁾ G. G. Gemmellaro, Sul Dogger inf. di M. S. Giuliano (Erice), Bull. d. Soc. Nat. ed Econ., Palermo, 1886, pag. 11 (estr.).

Gen. Pleurotomaria, Defr.

Pleurotomaria Uhligi, n. sp.

(fig. 39).

Pleurotomaria sp. ind., Uhlig. Ueber die Fauna d. roth. Kellowayk. ecc., 1881, pag. 408.

Conchiglia larga quanto alta, provvista di ombelico aperto, a sviluppo regolare, composta di giri convessi, bicingolati. La fascia del seno larga, alquanto concava, delimitata da due cordoncini spirali prominenti a guisa di carene, divide i giri in due parti di ineguale larghezza, più ampia e declive la superiore, più stretta e quasi verticale la inferiore, l'una e l'altra elegantemente ornate a reticolo per l'intreccio di cordoncini spirali e di cordoncini trasversali; questi ultimi sono obliqui all'indietro superiormente, descrivono una curva concava all'avanti sulla fascia del seno e si dirigono pure obliquamente all'avanti inferiormente. I due giri iniziali sono lisci e la scultura dei successivi è ben pronunciata, così che si sorge senza sussidio della lente. Nell'ultimo giro il fianco è separato mediante uno spigolo ottuso dalla base, la quale è convessa, leggermente sinuata ed ornata da cordoncini circolari concentrici, che si intrecciano con altri radianti dall'ombelico e flessuosi. Nessun esemplare presenta ben conservato il peristoma, che sembra subquadrato.

Fra i cinque esemplari da me esaminati, il migliore è di media grandezza e misura mm. 8.5 in altezza ed in larghezza.

Come ha già osservato il prof. Uhlig, questa *Pleurotomaria* somiglia alla *Pleurot.* subscalariformis Hörn. (1) triasica ed alle *Pl. Sturi* Neum. (2) del Lias inferiore e particolarmente a quest'ultima.

Gen. Patella, Linn.

Patella cuculliunculus, n. sp.

(fig. 40).

Conchiglia piccola, subconica, alta, a base ovale, coll'apice anteriore, leggermente incurvato all'avanti; la superficie è ornata da numerose e fine strie radianti, che si originano a qualche distanza dall'apice; presso l'apice e presso il margine inferiore si osservano delle linee concentriche.

Due esemplari ben conservati; il maggiore misura mm. 45 di massima larghezza e mm. 3.5 di altezza.

Questa specie si distingue per la sua rilevante altezza e per la finissima scultura, che si può vedere soltanto col sussidio della lente.

⁽¹⁾ Hörnes M., Ueber d. Gaster. a. d. Trias d. Alpen., Denkr. k. Akad., Wien., 1856, pag. 32, Taf. III, fig. 11.

⁽²⁾ Neumayr M., Zur Kennt. d. Fauna d. untersten Lias in den Nordalpen, Abhandl. d. k. k. geol. Reichs., 1879, pag. 17, Taf. I, fig. 18.

PELECYPODA

Gen. Lima, Brug.

Lima (Plagiostoma) rupicola. Uhl.

Uhlig, Ueber die Fauna d. roth. Kellow. ecc., 1881, pag. 30, Taf. IX, fig. 4.

Un unico esemplare di valva sinistra; è più piccolo della valva destra figurata da Uhlig, ma le corrisponde in modo perfetto tanto nella forma quanto nella ornamentazione.

Gen. Posidonomya, Bronn.

Posidonomya alpina Gras (P. ornati Quenst.).

Posidomya alpina, Gras. Parona. I foss. d. str. a Pos. alpina di Camporovere nei Sette Comuni, 1880, pag. 22, Tav. V, fig. 9.

Posidonomya alpina, Gras. Uhlig. Ueb. die Fauna d. roth. Kellow. ecc., 1881, pag. 32.

Posidonomya ornati, Quenst.-De Gregorio. Monogr. d. foss. de Ghelpa, 1886, pag. 16, Pl. II.

Posidonomya alpina, Gras. Kilian. Étud. paléont. sur les terr. second. et tert. de l'Andalusie, Mém. Acc. d. Sciences. Paris, 1889, Tome 30, pag. 621. (ved. sinon.).

Posidonomya alpina, Gras - Neumayr u. Uhlig - Ueb. d. v. Abich im Kaukasus Gesamm. Jurafossilien. 1892 pag. 24-

Le poche valve isolate, incomplete e fisse sul calcare, pur bastando a dimostrare la presenza di questa specie nel giacimento di Acque Fredde, non permettono altra osservazione all'infuori di questa, ch'esse appartengono alle forme a pieghe meno numerose e più grossolane.

Gen. Arca, Linn.

Arca Teresitae, n. sp. (fig. 41, 42).

Conchiglia piccola, equivalve, più lunga che alta, appena obliqua, convessa uniformemente, a contorno arrotondato, colla linea cardinale diritta, apici mediani o di poco anteriori. Le valve sono ornate da costicine filiformi radianti dall'apice sul fianco posteriore in numero di quattro a cinque, che intersecano le ben sviluppate pieghe concentriche, le quali decorrono su tutta la superficie delle valve stesse. A questo primo ordine di ornamentazione se ne aggiunge un altro visibile soltanto con forte lente di ingrandimento per tutta la superficie; esso è dato da un reticolato di linee radianti e di linee concentriche che dà al guscio un aspetto punteggiato assai caratteristico. L'area è breve e alta, il margine cardinale breve e diritto: la cerniera della valva sinistra consta di numerosi denti, obliqui rispettivamente al margine car-

dinale, lunghi e diritti gli esterni, brevi e talora di forma irregolare gli interni. L'apparato cardinale della valva destra resta sconosciuto.

Ebbi in esame due esemplari intieri'e tre valve isolate; una di queste presenta eccezionalmente breve il margine cardinale (fig. 42). Le dimensioni dell'esemplare completo e più grande sono: altezza massima mm. 8. lunghezza mm. 9.5, spessore mm. 5.

Per la forma e per l'ornamentazione questa conchiglia si ascriverebbe piuttosto al genere *Pectunculus* o al genere *Limopsis*; ma fortunatamente sono visibili i caratteri dell'area e dell'apparato cardinale, i quali provano ch'essa appartiene invece al genere *Arca*. Il contorno subrotondo ed il margine cardinale assai breve, nonchè la piccolezza la avvicinano alla specie terziaria *Arca pisum* Partsch.

Arca (Macrodon?) perplana, Uhl.

Uhlig, Ueb. d. Fauna d. roth. Kellow. ecc., 1881, pag. 35, Taf. IX, fig. 5.

Due esemplari, uno di valva destra e l'altro di valva sinistra, appartenenti ad individui diversi. Posso ripetere quanto già scrissi per la *Lima rupicola* Uhl.: sono più piccoli dell'esemplare figurato dall'Uhlig, ma gli corrispondono perfettamente nella forma e nella ornamentazione.

Per quanto me lo poteva permettere la piccolezza e la fragilità degli esemplari infissi sulla roccia, ho cercato invano di mettere allo scoperto l'apparato cardinale per verificare se realmente questa specie, come sembra assai probabile, appartiene al sottogenere *Macrodon*.

Conchiglia piccola, allungata, inequilaterale, assai obliqua, subromboidale, poco convessa, bassa ed appuntita anteriormente, alta e troncata posteriormente, colla linea cardinale diritta e cogli apici antemediani, dai quali sopra ciascuna valva si diparte una sinuosità, che, dirigendosi obliquamente all'avanti, raggiunge allargandosi il margine palleale. La superficie della valva è ornata da pieghe numerose, che irradiano a poca distanza dall'apice e che sono tagliate da pieghe e linee ineguali, concentriche di accrescimento; al punto di incontro delle pieghe di accrescimento, specialmente le più grosse, con quelle radianti si osservano delle squame irregolari ripiegate all'insu.

Conosco quattro valve, una di destra, le altre di sinistra, tutte isolate; per la loro piccolezza, per la fragilità del guscio e per il fatto che sono tutte infisse sulla roccia non mi fu possibile mettere allo scoperto l'area e l'apparato cardinale. Resta quindi incerto, per quanto assai probabile, il riferimento al sottogenere *Macrodon*.

La valva più grande (di sinistra) misura 7 mm. in lunghezza e 4 mm. in altezza massima.

È questa una specie ben distinta per la sua forma assai obliqua e per la scultura del guscio, tanto che credo poterle assegnare un nome specifico, sebbene la diagnosi resti incompleta per quanto riguarda i caratteri interni. Per la forma si av-

vicina alquanto al *Macrodon ornatum* Lbe (1), pur differendone in modo assai evidente, oltrecchè per l'ornamentazione, per la troncatura del lato posteriore.

Arca (Isoarca) subtransversa, Uhl. (?)

Isoarca subtransversa, Uhlig. Ueb. d. Fauna d. roth. Kellow. ecc., 1881, pag. 34, Taf. IX, fig. 6.

Piccola valva sinistra incompleta nella regione dell'apice, ciò che non mi permette di ritenere per certo il riferimento, sebbene appoggiato alla forma del contorno della porzione conservata ed alla finissima ornamentazione corrispondente a quella della specie di Uhlig.

Gen. Pleuromya, Ag.

Pleuromya minima, n. sp.

(fig. 44).

Conchiglia piccola, trasversa, poco allungata, inequilaterale, arrotondata anteriormente ed alla fronte, troncata posteriormente, convessa in modo regolare, ad eccezione della parte posteriore superiore dov'è depressa; apici appena anteriori; superficie delle valve liscia e con linee sottilissime di accrescimento. Margine cardinale leggermente incurvato colla concavità rivolta verso l'alto.

Le tre valve, tutte di sinistra ed isolate, sono tenacemente infisse sulla roccia, per modo che mi riuscì impossibile rilevare i caratteri della cerniera.

La valva più grande misura in lunghezza mm. 14, in altezza mm. 9.5.

Questa forma differisce dalla affine *Amphidesma recurva* Ziet. (2) specialmente per la troncatura distinta del lato posteriore.

ECHINODERMATA

Gen. Cidaris, Klein.

Cidaris, sp. ind. (a)

(fig. 45, 46).

L'identica ornamentazione mi induce a raggruppare parecchi piccoli radioli sebbene differiscano nella forma.

- 1. Radiolo claviforme, colla sommità ottusa ed arrotondata, sulla quale si innalza in posizione alquanto eccentrica un mucrone appuntito. Lunghezza mm. 10, larghezza massima 3 mm. (fig. 45).
- 2. Radiolo breve subfusiforme colla sommità a punta ottusa: lunghezza 8 mm., larghezza 2 mm. (fig. 46).
- (1) G. Laube, Die Bivalven des Braunen Jura von Balin, Denksch. d. k. Akad. d. Wiss., Wien. 1867, 27 Bd., pag. 25, Taf. II, fig. 9.
 - (2) Quenstedt, Der Jura, 1858, Taf. 62, fig. 3,

3. Radiolo subcilindrico, allungato, monco delle estremità; alquanto più grosso del precedente.

Questi tre tipi di radioli hanno comuni questi caratteri: scultura finissima, visibile solo con forte lente di ingrandimento, a strie longitudinali contigue, minutissimamente granulari, colletto nullo, bottone con anello ben sviluppato, ornato da pieghe numerose, del pari granulari e con faccetta articolare con circa 20 merlature.

Il radiolo claviforme (1) si avvicina alquanto nella forma a quelli del *C. Marioni* Gauthier dell' *Oxfordiano* (1) e gli altri a quelli lisci del *C. spinulosa* Roemer del *bajociano* (2): siamo tuttavia ben lontani da qual grado di somiglianza che potrebbe permettere anche un semplice ravvicinamento per confronto. Si tratta con molta probabilità di cidariti di una o forse due specie nuove.

Cidaris, sp. ind. (b).

Due frammenti di radioli esili, lunghi, prismatici, a sette costole longitudinali, rettilinee, regolarmente spaziate e ornate di aculei colla punta rivolta all'insù, distanti un millimetro all'incirca l'una dall'altra e disposti quelli di una costola in piani diversi da quelli occupati dagli aculei delle costole attigue. Nel resto la superficie di questi radioli è ornata da minutissime granulazioni in serie longitudinali, parallele alle coste e visibili solo colla lente. Il frammento maggiore sopra una lunghezza di 14 mm. ne misura 2 in larghezza.

Frammento di radiolo assai sottile, lungo, alquanto flessuoso, con dieci sottili costole longitudinali, che portano, ciascuna una serie di granuli disposti a coroncina: sulla superficie si osservano inoltre colla lente delle tenuissime linee granulari parallele alle coste. Lunghezza del frammento mm. 12.5, larghezza mm. 1.5.

Cidaris, sp. ind. (d).

Due frammenti di piccoli radioli subcilindrici, lisci con due sole serie avvicinate di grossi aculei. Essi somigliano assai ai radioli del *Cidaris spinosa* Ag. (3).

⁽¹⁾ G. Cotteau, *Paléont. franç.*, *Terr. jurass.*, *Éch. regul.*, 1875-1880, pag. 514, Pl. 172, fig. 1-6.

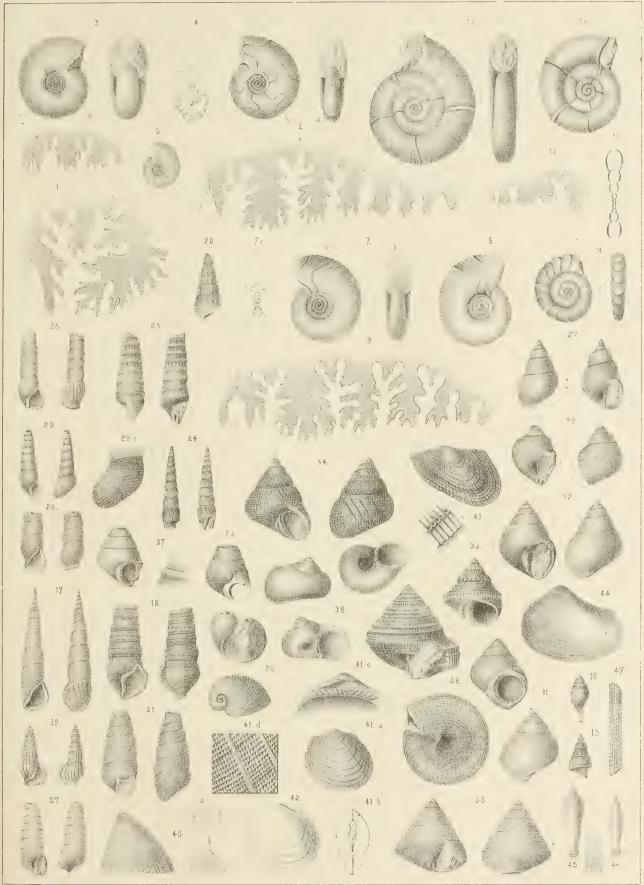
⁽²⁾ G. Cotteau, op. cit., pag. 37, Pl. 148, fig. 11-20.

⁽³⁾ Cotteau, op. cit., Pl. 194.

DESCRIZIONE DELLA TAVOLA (1)

```
Fig. 1
          Phylloceras subobtusum, Kud. sp.
    2
                    subpartitum, Par.
 22
              77
    3-6
                      slamisum, De Gr.
    7-9
          Phylloceras (?) Julii, n. sp.
    10-13 Lytoceras Nicolisi, n. sp.; le fig. 11 e 13 sono in grandezza naturale.
           2) 22
                             var. pluriannulata.
    15
          Alaria, sp. ind.
    16
          Spinigera, sp. ind
    17
          Cerithium (Colina) Nicolisi, n. sp.
    18
          Cerithium turritella, n. sp. fig. con ingrandimento di 4 volte.
    19
              ". minusculum, n. sp.
    20
              " sp. ind.
    21
          Ceritella (Fibula) pupoides, n. sp.
    22
             " subcylindrica,
    23
          Nerinea semicostata, n. sp.
    24
          Nerinea (Ptygmatis) tardeplicata, n. sp.
    25
          Rissoina eburnea, n. sp.
    26
            " labiosa, n. sp.
    27
          Narica Petri, n. sp.
     28
           " benacensis, n. sp.
    29
          Acirsa turrita, n. sp.; fig. 29ª dettaglio d'ornamentazione assai ingrandito.
    30
          Nerita modesta, n. sp.
    31
          Ataphrus Francisci, n. sp.
    32
           " sp. ind.
    33
           Trochus (Zizyphinus) Rinae, n. sp.; fig. con ingrandimento di 4 volte.
    34
             " plicato-granosus, n. sp.
                               baldensis, n. sp.
    36-37
                               n. sp.
    38
          Crossostoma Angeli, n. sp.; fig. in grandezza naturale.
          Pleurotomaria Uhligi, n. sp.; fig. con ingrandimento di tre volte.
          Patella cuculliunculus, n. sp.; fig. a, b, in grandezza naturale.
    41-42 Arca Teresitae, n. sp.; fig. 41 c, d, dettagli assai ingranditi.
    43
          Arca (Macrodon?) Caterinae, n. sp.; fig. a dettaglio d'ornamentazione assai in-
            grandito.
    44 Pleuromya minima, n. sp.
    45-46 Cidaris, sp. ind. (a)
          Cidaris, sp. ind. (c).
```

(1) Le figure non accompagnate da indicazioni particolari rappresentano i fossili ingranditi del doppio.



C.F. Parena dis

Lit I Brans Paura



RELAZIONE

letta dal Socio Todaro, a nome anche del Socio C. Golgi, relatore, nella seduta del 12 novembre 1893, sulla Memoria del dott. A. Ruffini, intitolata: Di un nuovo organo nervoso terminale ecc.

- "La Memoria del dott. A. Ruffini, portante il titolo: Di un nuovo organo nervoso terminale ecc., intorno la cui ammissibilità alla stampa negli Atti dell'Accademia, siamo stati incaricati di riferire, include, come lo stesso titolo indica, la descrizione di un'apparato di terminazione nervosa (nel connettivo sottocutaneo dei polpastrelli delle dita) finora sottrattosi all'attenzione degli anatomici.
- « Questo semplice enunciato, crediamo possa bastare per dimostrare l'importanza della Memoria e per giustificare la proposta che la Memoria suddetta del sig. dott. A. Ruffini venga per intero pubblicata negli Atti dell'Accademia. Ad ogni modo stimiano non inutile aggiungere che l'accurata descrizione che, col necessario corredo di figure, il dott. Ruffini fà del nuovo apparato terminale, esattamente corrisponde con quanto è dimostrato dalla ricca serie di preparati conservati dall'Autore e del medesimo sottoposti all'esame di uno di noi ».

Di un nuovo Organo nervoso terminale e sulla presenza dei corpuscoli Golgi-Mazzoni nel connettivo sottocutaneo dei polpastrelli delle dita dell'uomo. Memoria del dott. ANGELO RUFFINI (1).

Con due tavole).

.......... dacchè la brevità è l'anima dello spirito, come le lungaggini ne sono le membra e la pompa esteriore, sarò breve.

SHAKESPEARE

Il Vater ed il Pacini (1741-1830) furono i primi a descrivere terminazioni nervose nella cute dell'uomo e vi scoprirono quegli speciali corpuscoli che tuttora vanno sotto il loro nome: diedero ad essi una interpretazione funzionale che più tardi fu da alcuni fisiologi ritenuta erronea per la scoperta che il Wagner e Meissner (1852-53) fecero di altri corpuscoli nervosi, che presero pur essi nome dagli scopritori. Oggi si ritiene come cosa fisiologicamente provata essere questi corpuscoli veramente deputati alla funzione della percezione tattile, mentre per quelli del Vater-Pacini le opinioni dei fisiologi non sono pienamente d'accordo. Alcuni, e sono i più autorevoli a questo riguardo, tengono fermo nel ritenere i corpuscoli Vater-Pacini deputati a quelle percezioni tattili per avvertire le quali o noi abbiamo bisogno di esercitare sui corpi esteriori una certa pressione, oppure che i corpi esteriori stessi, per mezzo del loro peso più o meno grande, impressionino più o meno fortemente la superficie del nostro corpo: ci avvertirebbero quindi fino a qual punto possiamo sopportare simili sensazioni. Altri fisiologi per converso, basandosi sul fatto che tali corpuscoli furono ritrovati nelle più diverse e svariate parti del nostro e del corpo di altri animali, ed in punti che nè direttamente nè indirettamente possono essere impressionati dai corpi del mondo esterno, opinano che i detti corpuscoli si debbano ritenere come organi della sensibilità generale.

⁽¹⁾ Dal laboratorio della Clinica Medica di Bologna (prof. A. Murri).

Nel 1868 il Langerhans, col metodo del cloruro d'oro, potè scoprire una finissima rete nervosa intraepidermica i cui filamenti terminano ad estremi liberi e rigonfiati e non oltrepassano mai lo stratum granulosum. Più tardi l'Unna, lo Pfitzner ed il Canini studiarono con precisione maggiore questi estremi liberi dei filamenti nervosi della rete di Langerhans, specialmente in riguardo al loro modo di terminare ed al rapporto che probabilmente essi contraggono coi nuclei delle cellule dello strato muccoso del Malpighi. Finalmente, oltre alle suddette specie di terminazioni, nell'epiderma furono ritrovate anche le cellule tattili del Merkel coi relativi menischi tattili; e sono appunto queste le terminazioni alle quali il Ranvier diede il nome di terminesons hédériformes.

Si attribuiscono a queste terminazioni intraepidermiche le più delicate sensazioni tattili, le sensazioni dolorifiche superficiali, le sensazioni termiche e quelle trofiche per le cellule epiteliali dell'epiderma.

Tutto questo adunque è quanto fino ad oggi si sapeva intorno alla qualità delle terminazioni dei nervi nella cute ed al loro significato fisiologico.

Sui primi giorni del 1891 io ricercavo in un individuo, morto per tabe dorsale, se i corpuscoli nervosi terminali dei polpastrelli delle dita avessero patito nessuna alterazione, quando mi accadde d'osservare alcune forme di terminazioni nervose, che nè io conoscevo nè trovavo che alcuno avesse mai descritte. Estesi allora le mie ricerche sopra altri quindici individui, dei quali sette uomini ed otto donne, di diversa età, dai venti ai sessanta anni, e vidi quelle speciali terminazioni trovarsi costantemente in ciascuno di essi e sempre colle medesime caratteristiche, sì nelle dita della mano che in quelle del piede.

Per tutte queste indagini procurai sempre di adoperare materiale molto fresco, evitando di ricercare in individui morti per malattie del sistema nervoso.

Il metodo al cloruro d'oro secondo il Fischer fu l'unico mezzo ch'io trovai veramenie eccellente per la chiara dimostrazione di queste terminazioni nervose. Meno bene mi servì il metodo del Löwit. Non ottenni nessun risultato positivo da quello dell'Ehrlich col Bleu di Metilene.

La dilacerazione dei pezzi di polpastrello, trattati col metodo Fischer, è un'operazione assai difficoltosa, e richiede moltissima pazienza appunto per la durezza che acquista il tessuto dopo un simile trattamento. Si può però in certo modo riparare a questo inconveniente lasciando i pezzi per molti giorni (20-30) nella glicerina leggermente acidulata con acido formico.

Io adunque ho trovato nei polpastrelli dell'uomo due specie di terminazioni, delle quali una nuova per forma e per sede (Organi nervosi terminali), l'altra nuova solo per sede (corpuscoli Golgi-Mazzoni); perocchè la loro conoscenza rimonta fino al 1880, anno in cui il Golgi primo li descrisse e li chiamò; gomitoli, clave, diverse forme di corpuscoli paciniani e che il Fusari e Monti, nel loro recente Compendio di Istologia generale, chiamano: Terminazioni nervose nei tendini analoghe ai corpuscoli di Pacini. Tutte queste denominazioni a me sembrano un po' vaghe e generiche, non valendo esse a designare con esattezza e precisione questa specie di corpuscoli, per cui mi pare più giusto chiamarli: Corpuscoli Golgi-Mazzoni, dal nome dello scopritore e di colui che nel 1891 ne descrisse con maggiore esattezza la ter-

mināzione della fibra nervosa, cioè il Mazzoni (¹). Oltre a ciò la mia denominazione ha il vantaggio della brevità, condizione tanto necessaria al giorno d'oggi specialmente pel la nomenclatura delle scienze anatomiche.

Organi nervosi terminali.

Si trovano di preferenza nel contermine fra lo strato reticolare del derma ed il tessuto connettivo sottocutaneo, ma non è raro il caso di trovarli anche nella parte più profonda di detto connettivo (fig. 13). È degno di nota il fatto come questi organi si trovino sempre discosti dalle zolle adipose e stiano annidiati fra i setti connettivali che si frappongono e delimitano le zolle adipose medesime.

Non potrei dire se per numero sieno o no inferiori ai corpuscoli del Pacini; il vederne in maggiore o minor numero, spesso dipende dalla reazione ruscita più o meno bene. Quando essa infatti riesce bene, il che non è sempre facile, se ne trovano in quantità eguale e fors'anche superiore ai corpuscoli del Pacini.

La loro grandezza varia fra limiti abbastanza vasti. Nei miei preparati, accuratamente misurati col micrometro obbiettivo Koristka, notai le cifre seguenti:

Massimo diam. longit. da 24 a 135 cent. di mm.

** trasveso da 5 a 20 ** **

Nella quale misurazione è naturalmente compreso quel tessuto che serve di sostegno alla piastra nervosa e del quale avremo ad accuparci più avanti.

Per rendere più ordinata e concisa la descrizione, e più chiara alla mente di chi legge, la struttura morfologica di questi organi nervosi, è opportuno, a mio credere, dividere la trattazione dei suddetti organi in tre diversi capitoli, corrispondenti ai loro tre costituenti principali, cioè: Piastra nervosa terminale, Tessuto di sostegno, Capillari sanguigni.

Piastra nervosa terminale.

La figura d'insieme della piastra nervosa terminale ha una grande somiglianza con quella degli organi muscolo-tendinei del Golgi, specialmente se l'osservazione viene praticata a piccolo ingrandimento; però anche in tali condizioni non sfugge, ad un occhio bene esercitato, la differenza che corre fra le due piastre, per gl'intrecci più complicati e più fitti che nel nostro caso dà a vedere il cilindro dell'asse.

La fibra nervea destinata alla formazione della piastra nervosa terminale, poco prima di raggiungerla, si divide in rami secondarî, i quali o vanno tutti insieme a formare una sola piastra (fig. 1 e 2), oppure ognuno separatamente (fig. 3), o riunito con qualche altro, ne va a formare una. Nella fig. 10 ad es. ho rappresentato come una fibra nervea si partisce in sette rami, i quali poi vanno a formare cinque piastre

⁽¹⁾ Mazzoni, Osservazioni microscopiche sopra i così detti corpuscoli terminali dei tendini dell'uomo e sopra alcune particolari piastre nervose superficiali che si trovano nei medesimi tendini. Mem. R. Accad. delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ser. 6^a; tom. I, 1891.

terminali. C'è da notare anche che esiste quasi sempre, almeno per quello che è capitato sotto la mia osservazione, un rapporto diretto fra la grandezza della piastra ed il numero delle fibre che vanno a formarla. La fibra nervea adunque, o le fibre nervee, nella maggioranza dei casi penetrano di lato nell'organo terminale, però non è raro il caso di osservare alcuni di questi organi nei quali la fibra nervea penetra per uno degli estremi (fig. 4 e 6). Giunta la fibra nervea nell'interno dell'organo e diventata fibra amielinica, va a risolversi negli intrecci terminali. Ma non sempre essa diventa puro cilindrasse appena entrata nell'organo, che anzi soventi volte accade d'osservare com'essa, prima di formare la piastra nervosa terminale, giri e percorra buon tratto dell'organo nervoso stesso, rivestita ancora della sua guaina mielinica (fig. 2).

La piastra nervosa terminale non ha sempre la medesima struttura. In generale il cilindrasse, spiccatosi dalla fibra midollata, si divide e suddivide in una grandissima quantità di ramoscelli molto sottili, i quali in punti talvolta più vicini, tal'altra più lontani presentano delle varicosità o ingrossamenti di varia forma e grandezza, per figura irregolari, che generalmente si osservano nei punti di anastomosi che contraggono coi vicini ramoscelli, provenienti dalla divisione del medesimo cilindrasse. Queste anastomosi io le ammetto in modo certo ed indiscutibile, perocchè in alcuni preparati, dove la reazione mi riuscì finissima, si vedono con molta chiarezza. Stando adunque così le cose, le suddivisioni finali della fibra nervea verrebbero a formare una vera reticella nervosa, a fili presentanti ingrossamenti irregolari nel loro decorso ed a maglie aventi i punti nodali con ingrossamenti analoghi. Ma s'ingannerebbe chi credesse che qui si tratti di una reticella nervosa semplicemente distesa sopra un tessuto di sostegno. Per mezzo di sezioni praticate nel senso trasversale di questi organi ho potuto chiaramente dimostrare (fig. 9, 11, 12) come i filetti nervosi girino e s'intreccino variamente anche nel senso dello spessore del tessuto di sostegno. Analoga maniera di comportarsi dei cilindrassi terminali fu dimostrata dal Ciaccio (1) per le terminazioni nervose negli organi muscolo-tendinei del Golgi. Con questa differenza che negli organi muscolo-tendinei la terminazione a spirale o ad anella (Ciaccio) si fa con una certa regolarità attorno ai fascetti primarî dei tendini, mentre nel nostro caso non si può affatto parlare di una simile terminazione, perchè i giri delle fibre pallide si compiono assai irregolarmente e direi quasi in modo tumultuario, com'è chiaramente dimostrato dalle già citate figure 9, 11 e 12. Ciascuno poi di questi sottilissimi fili del cilinder axis termina finalmente ad estremo libero e quasi sempre rigonfiato; questo fatto si può chiaramente vedere in quei preparati in cui la reazione sia venuta molto nettamente e senza precipitati di sorta, adoperando per l'osservazione ingrandimenti piuttosto forti.

Da quello che ho detto, possiamo benissimo ricostruire colla nostra mente, più che colla osservazione diretta, la forma che hanno queste piastre terminali. Girando, intrecciandosi ed anastomizandosi variamente fra loro, tanto nel senso della lunghezza e della larghezza, quanto in quello dello spessore del tessuto di sostegno, i cilindrassi terminali verrebbero in realtà a donare alla piastra terminale una forma di cilindro,

⁽¹⁾ Ciaccio, Intorno alle piastre nervose finali nei tendini dei vertebrati. Memorie della R. Accad. delle Scienze dell'Istituto di Bologna, serie 4^a, vol. X, 1890.

ma non cavo, bensì ripieno di quel mirabile ed intrigatissimo già descritto reticolato di cilindrassi, terminanti di preferenza con estremi liberi e rigonfiati, verso la periferia della terminazione stessa.

Per la qual cosa a me non pare esatto chiamare questa forma di terminazione: piastra terminale, volendosi con tal denominazione intendere un oggetto geometricamente piano o pianeggiante, ma più volentieri la sostituirei con quest'altra: cilindro terminale, denominazione che dà subito l'idea vera e non apparente della forma che in natura hanno queste terminazioni.

Però osservando le figure 9 ed 11 della tavola annessa, ei parrebbe che questo mio modo di vedere sia poco conforme al vero, perchè dalle predette figure non apparirebbe la forma cilindrica ch'io credo debbano avere queste terminazioni. Ma a tal proposito mi è duopo far notare, in primo luogo che delle due figure solo la nona rappresenta un taglio quasi perfettamente trasversale di un cilindro terminale, mentre l'altra figura ne rappresenta uno obbliquo: in secondo luogo che se anche la figura 9 non rappresenta perfettamente una sezione di un corpo cilindrico, è da notare che il preparato, dal quale fu tolto il disegno, aveva già dovuto subire uno schiacciamento piuttosto prolungato, come sempre succede in preparati di questo genere, e quindi la caratteristica figura cilindrica si era già modificata in un'altra di forma tendente all'ovale.

La figura cilindrica di queste terminazioni si osserva chiaramente allorchè vengano praticate delle sezioni, e non delle dilacerazioni, sui pezzetti di polpastrelli trattati col metodo Fischer, per studiare la topografia di questi organi nervosi; ma da quelle sezioni non è possibile, o per lo meno è molto difficile, poter trarre delle figure così dimostrative come le due suaccennate, a cagione dello spessore troppo grande che hanno le sezioni stesse; per la qual cosa è indispensabile ricorrere sempre alla inclusione in paraffina degli organi nervosi, dopo averli accuratamente isolati, alquanto schiacciati e bene orientati, qualora si vogliano ottenere dei tagli molto sottili e dimostrativi.

Io però, ma dopo molte prove, son potuto riuscire nell'intento di avere delle sezioni sottili e dimostrative da organi isolati e non schiacciati; e ciò per essermi imbattuto in un piccolissimo pezzetto di tessuto sottocutaneo, nel quale si trovavano, l'uno vicino all'altro ed in posizioni diverse, sei di questi organi terminali. Tagliandolo ebbi naturalmente, da questo pezzo, delle sezioni di organi dirette in diversi sensi e tra questi organi ne capitò uno tagliato in perfetta sezione trasversale, dal quale potei trarre la fig. 13 che dimostra in una maniera mirabilmente chiara quanto di sopra ho esposto.

Oltre a queste terminazioni, diremo così, tipiche, ne trovai anche qualcuna nella quale i cilindrassi si comportavano alquanto diversamente nella formazione del cilindro terminale. I due esemplari che ottenni di questa varietà sono rappresentati nelle figure 5 ed 8. Delle quali la fig. 5 per la sua forma e pel modo di comportarsi delle fibre pallide, mi pare non abbia nulla a che vedere cogli organi nervosi tipici. Trattasi di una espansione di fibre pallide, di una sottigliezza estrema, con rigonfiamenti succedentisi a brevissima distanza, sì da impartire ad ogni fibra l'aspetto di una coroncina; le quali fibre pare non si anastomizzino mai fra loro, ma s'intreccino varia-

mente per andare poi a terminare ad estremità libera e rigonfiata a forma di pallina. Questa terminazione era sprovvista del tessuto di sostegno ed è l'unico esemplare che ottenni in tutte le mie ricerche. La fig. 8 poi rappresenta un organo nervoso che si differenzia dagli altri in ciò, che i cilindrassi non hanno quelle varicosità e non formano quel reticolo coi punti nodali rigonfiati che si osservano negli organi tipici, ma pare che ogni cilindrasse giri e s'involga isolatamente, senza contrarre anastomosi con quelli vicini, o se pur ne contrae esse sono rarissime e difficilmente dimostrabili. Nel resto appare affatto simile agli altri organi.

Non saprei dire se queste terminazioni debbano interpretarsi come varietà morfologiche o piuttosto come terminazioni che abbiano subìto un arresto nel loro sviluppo embrionale.

Tessuto di sostegno.

Tutti questi organi nervosi hanno un tessuto di sostegno bene caratterizzato e facilmente riconoscibile fra i tessuti circonvicini. Tale tessuto generalmente assume la forma di fuso, qualche volta quella di cilindro e ciò specialmente in quegli organi nei quali la fibra nervea penetra per uno degli estremi. Qualche volta ha uno degli estremi bipartito (fig. 2) e rarissimamente tripartito. È di grandezza variabilissima e non è sempre in rapporto diretto colla grandezza del cilindro terminale. Io ad esempio ne trovai dei molto larghi e lunghi, nei quali la terminazione nervosa era assai piccola ed esile. Ne osservai anche parecchi molto grandi e lunghi nei quali due o più cilindri terminali, or più or meno distanti fra loro, vi andavano a finire indipendentemente l'uno dall'altro.

Il tessuto di sostegno risulta fatto di fibre e cellule connettivali e di fibre elastiche. Queste sono disposte secondo la lunghezza del tessuto di sostegno e si vedono uscire a guisa di ciuffetto da ciascuno estremo di esso (fig. 7). Le fibre connettivali e le cellule sono interposte fra le fibre elastiche ed alla estremità dell'organo nervoso quelle s'arrestano prima di queste, che discostandosi l'una dall'altra dopo breve tratto insensibilmente finiscono. Il rapporto quantitativo fra connettivo e fibre elastiche non è sempre costante: ma si può asserire che generalmente le fibre elastiche sono piuttosto abbondanti.

Tenendo adunque conto e della forma fusata che generalmente ha il tessuto di sostegno e della qualità del tessuto di cui esso risulta composto, mi pare giusto poterlo chiamare: fuso elastico-connettivale, o fuso di sostegno.

Prima di passare alla descrizione dei capillari sanguigni, mi debbo fermare a considerare un'altra particolarità anatomica che si osserva nei fusi elastico-connettivali già descritti. In quegli organi terminali, infatti, nei quali la fibra nervosa penetra per uno degli estremi, si nota come la guaina di Henle, che veste con una o più lamelle concentriche la fibra nervosa stessa, senza interruzione seguita avanti il suo cammino e va a rivestire, tutto all'esterno e per tutta la sua lunghezza, l'organo terminale, venendolo così a fornire di una guaina o capsula che conserva tutti i caratteri anatomici proprî della guaina di Henle (fig. 4 e 6). Questa particolarità, che è così chiara e dimostrativa in cotale specie di organi terminali, non la si vede altrettanto

bene in quegli organi nei quali la fibra nervosa penetra di lato. Ma esaminando con molta accuratezza e ad un conveniente ingrandimento gli esemplari microscopici di quest'ultima specie, si osserva come la guaina di Henle si arresta appena la fibra nervea penetra dentro al fuso elastico-connettivale e più non la segue, ma espandendosi a guisa d'imbuto va a consumarsi sulla periferia esterna del fuso di sostegno (fig. 3). Di più osservando attentamente il contorno del fuso di sostegno dalla parte opposta a quella nella quale penetra la fibra nervosa si vede oltre al contorno del fuso, una esilissima lamella connettivale fornita di nuclei allungati e succedentisi a breve distanza. Il che m'induce a credere che anche a questa specie di organi nervosi la guaina di Henle fornisca una capsula o guaina involgente.

Capillari sanguigni.

Gli organi nervosi fin qui descritti hanno ancora un'altra particolarità, la quale deve in modo speciale richiamare la nostra attenzione. Questa particolarità è che costantemente un numero variabile di capillari sanguigni va a distribuirsi esclusivamente nell'organo nervoso in discorso. Questi capillari decorrono insieme alla fibra nervea e poco prima di raggiungere l'organo terminale si dividono e suddividono in un numero variabile di altri esilissimi capillari, i quali tutti vanno a circondare, or più ed or meno strettamente, l'organo terminale stesso, giuando variamente intorno ad esso.

Secondo l'osservato da me, ei parrebbe che questi capillari non penetrino mai dentro al fuso elastico-connettivale, ma non potrei asserirlo con certezza. I vasi efferenti ritornano poi indietro accompagnando sempre la fibra nervea (fig. 7 ed 8).

Quando la fibra nervosa colle sue molteplici suddivisioni va a formare non un solo cilindro terminale ma più cilindri separati, allora questi capillari si veggono serpeggiare in gran numero attorno e fra i cilindri, formando come una rete, la quale però non oltrepassa mai l'area occupata dai cilindri medesimi.

Mi piace ora fare rilevare come la fig. 7, che rappresenta fedelmente l'immagine dell'esemplare microscopico dal quale fu tolta, riassume in modo assai dimostrativo tutto ciò che si è fin qui detto intorno alla struttura istologica di quesi speciali organi nervosi.

Corpuscoli Golgi-Mazzoni.

Esposi già altrove le ragioni per le quali io preferisco, anzi propongo, che vengano così chiamati i corpuscoli che andrò qui sotto descrivendo.

Si trovano anch'essi nel tessuto connettivo sottocutaneo, in numero non molto grande. Non è facile vederli se non si dilacerano con molta diligenza i pezzetti di cute, e se la reazione non riuscì assai fine. Spesso accade che per l'eccessiva riduzione del sale d'oro questi corpuscoli appaiano come pallottoline colorate internamente in nero, senza poter affatto scorgere nel loro interno la struttura della terminazione nervosa; allora si può ricorrere alla decolorazione con una debole soluzione di cianuro di potassa, ma per tal manovra è necessaria moltissima attenzione per non correre il rischio di decolorarli completamente.

Hanno forma e grandezza variabili. Sono muniti talvolta di poche capsule, tal'altra all'incontro di moltissime.

La fibra nervosa vi si termina in diverse maniere, come fu già descritto dal Mazzoni (1).

Nella maggior parte dei casi adunque la fibra nervosa, appena entrata nell'interno del corpuscolo, a contatto cioè della sostanza granosa di sostegno e ridottasi in puro cilindrasse, si divide in un numero piuttosto rilevante di esili ramoscelli secondarî, i quali presentano a brevissimi intervalli degli ingrossamenti di svariate forme. Di questi ramoscelli se ne osservano dei molti corti, che terminano in vicinanza del punto d'ingresso della fibra nervosa e dei molto lunghi che vanno a raggiungere l'estremità opposta del corpuscolo. Nel loro decorso s'intrecciano e si avvolgono svariatamente fra loro e finiscono tutti ad estremo libero ed ingrossato (fig. 14, 15, e 16).

In altri casi l'atteggiamento della fibra nervosa dentro al corpuscolo è alquanto diversa, perocchè gira e si ripiega in varie guise su sè stessa, in modo da formare una specie di gomitolo; spicca qualche raro e corto ramo laterale e presenta gli stessi ingrossamenti che descrivemmo precedentemente per l'altra varietà di corpuscoli. La maggior parte di questi corpuscoli è di forma perfettamente sferica con una quantità grandissima di capsule, mentre solo rare volte ne trovai di forma allungata e con poche capsule.

La differenza però che corre fra queste due varietà di corpuscoli è, come vedesi, poco rilevante e degna solo d'essere notata per dovere di scrupolosa osservazione.

Nel loro interno tutti questi corpuscoli sono ripieni di quella caratteristica e già nota sostanza granosa di sostegno, dentro alla quale avviene l'espansione terminale della fibra amidollare.

Dal fin qui detto adunque appare chiaramente come questi corpuscoli in nulla differiscono da quelli descritti dal Golgi e dal Mazzoni sulla superficie dei tendini, che anzi per meglio far vedere l'analogia di struttura che corre fra essi e per confermare quanto fu descritto dal Mazzoni stesso intorno alla terminazione della fibra nervosa nel loro interno, ho voluto aggiungere alle tavole annesse a questo lavoro le fig. 17, 18 e 19 che rappresentano i corpuscoli Golgi-Mazzoni della superficie dei tendini dell'uomo.

Ed ora poche parole sul modo di comportarsi delle fibre nervose che vanno a formare i descritti corpuscoli.

Una fibra nervosa, dopo avere abbandonato il suo ramoscello nervoso, ad una distanza variabile dal corpuscolo, si divide e suddivide in fibre secondarie (io ne ho contate_fino a sette) le quali o tutte insieme vanno a formare un solo corpuscolo, oppure ognuna di esse ne va a formare uno separatamente; in quest'ultimo caso però assai di frequente avviene che due o più fibre secondarie si riuniscano insieme alla formazione di un corpuscolo. Così ad es., da una fibra principale che si partisca in cinque fibre secondarie, si possono avere le seguenti formazioni: un solo corpuscolo cinque corpuscoli, oppure due, tre o quattro corpuscoli. Solo rarissime volte si dà il caso che una fibra nervosa indivisa vada a formare un solo corpuscolo. Spesso invece trovai di quei corpuscoli nei quali le fibre nervose secondarie non penetrano nell' in-

terno di essi tutte per una sola parte, ma alcune vi penetrano per un lato ed altre per il lato opposto. A me è occorso osservare un corpuscolo in cui per un lato penetravano quattro fibre nervose e per l'altro ne penetravano tre: queste sette fibre poi provenivano tutte dalla divisione e suddivisione di una sola fibra nervosa primaria.

Debbo rilevare che non esiste un rapporto diretto fra la grandezza di un corpuscolo ed il numero di fibre secondarie che vanno a formarlo, anzi qualche volta osservai precisamente l'inverso.

Un'altra particolarità degna di nota è questa, che ogni corpuscolo trovasi sempre vicino o ad un intreccio di capillari sanguigni (fig. 15), oppure vicino ad un solo capillare, e spesso si vede come in corrispondenza del corpuscolo, o poco prima, questo capillare spicca dei ramoscelli secondarî che si dirigono verso il corpuscolo stesso, ma non potrei asserire nè per qual parte essi vi penetrino, se pur vi penetrano, nè in che altra maniera si comportino. Il fatto però si osserva costantemente come io l'ho descritto; il che vuol dire che anche questi corpuscoli sono forniti di una vascolarizzazione. Tale particolarità io l'osservai anche nei corpuscoli Golgi-Mazzoni della superficie dei tendini dell'uomo.

Delineata così e più brevemente che mi è stato possibile la struttura istologica di queste due forme di terminazioni nervose, non resta che a dire qualche parola sulla probabile loro funzione fisiologica.

Il tessuto nel quale si trovano, la loro forma ed il modo di terminare della fibra nervosa, ci dicono chiaramente ch'esse sono terminazioni nervose di genere sensitivo. Ma a quale specie mai di sensibilità saranno esse deputate?

Pongo anzitutto fuori di questione i corpuscoli Golgi-Mazzoni, sia perchè essi non vanno considerati che come una varietà dei corpuscoli del Pacini e quindi con molta verisimiglianza avranno analogo scopo funzionale, e sia anche perchè se ne trovano in così scarsa quantità che sarebbe molto difficile, dato che avessero una funzione diversa da quelli del Pacini, poter dire anche approssimativamente quale possa essere questa loro funzione. Quindi la nostra domanda circa la specie di sensibilità dev'essere fatta solo per gli organi nervosi da me descritti.

A vero dire ci mancano i dati più probativi per potere arrischiare un giudizio di probabilità intorno a tale questione.

L'anatomia comparata, l'anatomia patologica e lo sperimento non possono naturalmente darci oggi nessun lume per la interpretazione fisiologica di questi organi nervosi. Ci manca eziandio un altro dato, che sarebbe prezioso a questo riguardo, ed è di poter stabilire in quali zone della cute, oltre ai polpastrelli delle dita, questi organi si trovano di preferenza, e vedere poi anche sperimentalmente quali sono le sensazioni che meglio si percepiscono in questi punti: bisognerebbe insomma ripetere sperimentalmente ed anatomicamente gl'interessanti studî del Blix e Goldscheider, che potrebbero fornirci un dato molto prezioso e positivo per la giusta interpretazione del nostro problema.

Stando adunque così le cose, non ci resta che a vedere se la morfologia, la fisiologia, nonchè la topografia che i detti organi hanno nella cute, possono in qualche modo guidarci alla ricerca della loro funzione fisiologica.

La morfologia nel nostro caso può dirci ben poco. Abbiamo già accennato più addietro come la forma che ha la terminazione nervosa di questi organi non trova, fra le terminazioni nervose oggi conosciute, che un certo riscontro in quella degli organi muscolo-tendinei del Golgi. E vorremo perciò attribuire ad essi la stessa funzione che hanno quelli del Golgi? Non mi pare. Fra le tante ragioni che si potrebbero addurre a tal proposito basterebbe, a mio credere, ricordare solo la località affatto diversa in cui essi si trovano.

La fisiologia verrebbe in qualche modo a sedurci nell'accettare ciò che a questo riguardo ci suggerisce. Ed ecco infatti quello che in essa leggiamo: "Vi fu questione se il senso della temperatura si dovesse ammettere come funzionato da organi diversi o dai medesimi organi che servono al senso del tatto; ed in favore della distinzione si citano dei casi patologici in cui era stata notata una iperestesia del senso della temperatura senza alterazione del senso della pressione; e dei casi in cui il paziente non distingueva il caldo dal freddo, mentre sentiva bene il contatto. Questi fatti però non valevono a provare che gli organi dei due sensi erano veramente distinti, perchè potevano dipendere da alterazioni speciali dei centri nervosi. Le recenti osservazioni di Blix e Goldscheider tendono a provare che esistono realmente degli organi periferici distinti per il senso del tatto, del caldo e del freddo; ma non sappiamo quali possono essere " (Albertoni e Stefani, Manuale di fisiol. umana, pag. 470).

Non possiamo però accettare così alla leggera e senza prova alcuna questa ipotesi, tanto più che è cosa comunemente nota come noi percepiamo più squisitamente le sensazioni termiche col dorso della mano, piuttosto che colla palma e coi polpastrelli. Ad ogni modo credo che l'ipotesi di Blix e Goldscheider debba tenersi in gran conto dal momento che io non so per ora se sulla cute del dorso della mano esistano o meno gli organi da me descritti. Allargando le ricerche dirette a questo scopo si potrà in avvenire decidere meglio intorno a tale questione.

Vediamo finalmente se la topografia che i detti organi hanno nella cute possa menarci ad una conclusione attendibile. Anche da questo fatto non possiamo trarre gran che in nostro aiuto, tuttavia la loro posizione piuttosto profonda nella cute fa sospettare, con una qualche speranza di cogliere nel segno, che possano essere deputati a percepire quelle sensazioni tattili per avvertire le quali ci è d'uopo esercitare una mediocre pressione sui corpi esterni. Verrebbero così ad essere organi tattili intermedî fra quelli del Meissner, che ci avvertono delle leggerissime e superficiali sensazioni tattili, e quelli del Pacini, che ci fanno avvisati di quelle sensazioni tattili le quali vengono percepite solo o quando noi comprimiamo piuttosto fortemente i corpi del mondo esterno, o quando questi corpi comprimono piuttosto fortemente la superficie del nostro corpo. Così verremmo ad avere tre qualità di organi tattili: superficiali, medî e profondi, per le rispettive qualità di sensazioni.

Ma quanto possa avere di buono e di attendibile questa mia opinione, giudichi chi può.

Non potendo, per mio conto, inoltrarmi di più nel campo delle ipotesi, non posso che por fine al mio scritto augurandomi che un avvenire non molto lontano porti un po' di luce anche su quest' argomento, che non mi sembra del tutto privo d'interesse.

SIGNIFICAZIONE DELLE LETTERE ADOPERATE NELLE FIGURE

At, - Arteriola in sezione trasversa.

cM, - Corpuscoli di Meissner.

cP, - Sezioni trasversali dei corpuscoli del Pacini.

cs, - Capillari sanguigni.

fe, - Fibre elastiche del fuso elastico-connettivale.

ge, - Guaina o capsula dell'organo nervoso.

gH, - Guaina di Henle.

gs, - Ghiandole sudoripare.

it, - Intrecci terminali del cilindrasse.

L, - Fuso elastico-connettivale o fuso di sostegno.

ncc, - Nuclei delle cellule connettivali.

ON, - Organi nervosi da me descritti.

Sp, - Strato papillare del derma.

Sr, - Strato reticolare del derma.

st, - Sezione trasversa di tranchicini nervosi.

tn, - Terminazione nervosa.

za, - Zolle adipose.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Le figure poste nelle tavole qui annesse furono tutte fedelmente disegnate con l'aiuto della camera lucida Abbé-Zeiss ed all'altezza del tavolino del microscopio.

Fig. I. — Cilindro nervoso terminale formato da diverse fibre, derivanti dalla divisione e suddivisione di una sola fibra nervosa.

$$\frac{2}{6}$$
 Koristka $\times 175$.

Fig. II. — Organo nervoso terminale col relativo fuso elastico-connettivale o fuso di sostegno.

$$\frac{2}{7}$$
 Koristka $\times 265$.

Fig. III. — Un organo nervoso terminale a forte ingrandimento per mostrare come la guaina di Henle vada a formare la guaina o capsula dell'organo stesso; nel fuso elastico-connettivale veggonsi manifestamente i nuclei delle cellule connettive (Colorazione complementare col carminio di Beale).

$$\frac{3}{1/12}$$
 Immers. Omog. Koristka \times 665.

Fig. IV. — Organo nervoso terminale dove la fibra nervea penetra per uno degli estremi; nel quale si vede chiaramente come la guaina di Henle vada a formare la guaina o capsula dell'organo nervoso.

$$\frac{3}{7}$$
 Koristka \times 320.

Fig. V. - Speciale intreccio nervoso fatto da fibre amieliniche, sprovvisto del tessuto di sostegno e ritrovato nel polpastrello delle dita della mano.

$$\frac{3}{6}$$
 Koristka $\times 220$

 $\frac{3}{6} \text{ Koristka} \times 220.$ Fig. VI. — Altro organo nervoso terminale come alla fig. IV.

$$\frac{3}{7}$$
 Koristka \times 320.

Fig. VII. - Serve come figura d'insieme per mostrare specialmente la forma del fuso elasticoconnettivale e la distribuzione dei capillari sanguigni.

$$\frac{4}{4}$$
 Koristka $\times 140$.

Fig. VIII. - Speciale cilindro terminale nel quale notasi come i cilindrassi girino in diversi sensi e pare che non si anastomizzino mai fra loro; di più essi non presentano quegl'ingrossamenti così manifesti negli altri cilindri nervosi. Fa vedere anche una maniera di comportarsi dei capillari, diversa da quella che si osserva nella figura precedente.

$$\frac{4}{4}$$
 Koristka $\times 140$.

Fig. IX. — Taglio trasversale di un cilindro nervoso terminale che aveva subito uno schiacciamento piuttosto prolungato.

$$\frac{4}{7}$$
 Koristka $\times 500$.

Fig. X. - Mostra a piccolo ingrandimento una fibra nervea che si divide in sette fibre secondarie, le quali vanno a formare cinque organi nervosi terminali.

$$\frac{2}{3}$$
 Koristka \times 70.

Fig. XI. - Taglio obbliquo di un cilindro nervoso terminale che aveva anch'esso subito uno schiacciamento piuttosto prolungato.

$$\frac{4}{8}$$
 Koristka \times 600.

Fig. XII. - Taglio trasversale di un cilindro nervoso terminale che non aveva subito nessun schiacciamento.

$$\frac{4}{1''}$$
 Immers. Omog. Koristka \times 900.

Fig. XIII. — Sezione semi-schematica della cute di polpastrello della mano, per dimostrare la topografia degli organi nervosi terminali (ON) da me descritti (Preparato ottenuto col semplice trattamento al cloruro d'oro secondo il metodo di Fischer senza colorazione nucleare alcuna).

Fig. XIV-XV-XVI. — Corpuscoli Golgi-Mazzoni ritrovati da me nel connettivo sottocutaneo dei polpastrelli delle dita.

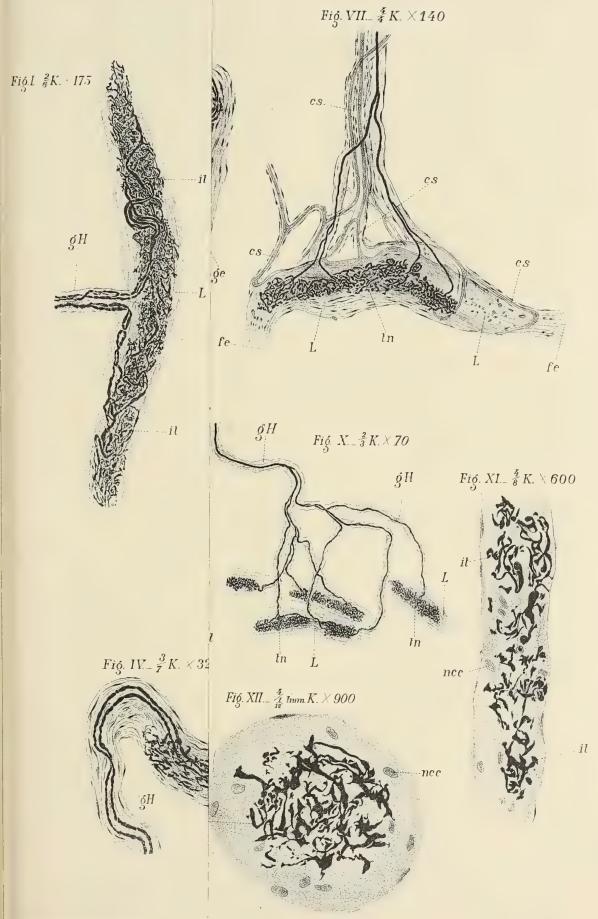
fig. 14
$$\frac{2}{7}$$
 Koristka $\times 265$

" 15 $\frac{3}{7}$ " $\times 320$

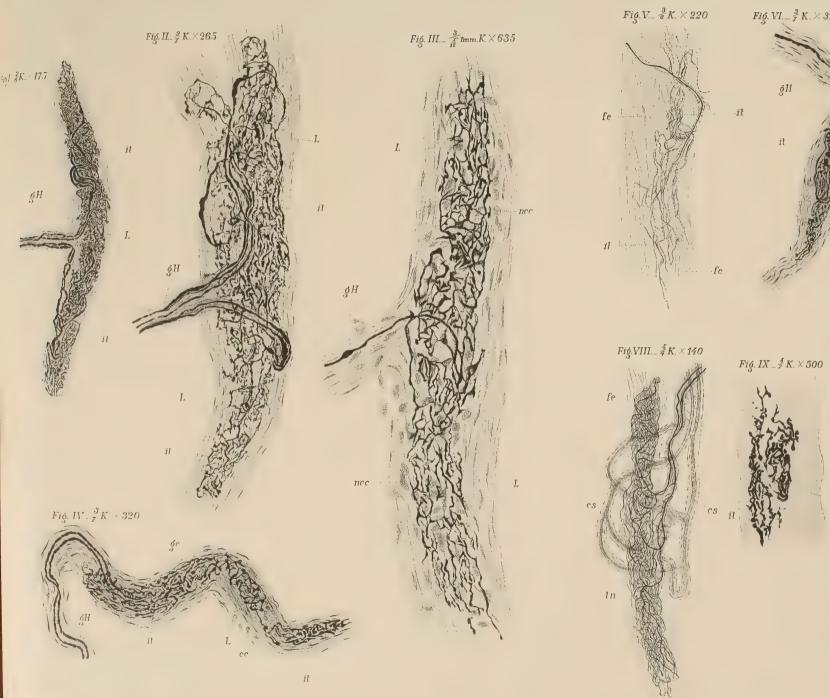
" 16 $\frac{4}{8}$ " $\times 600$.

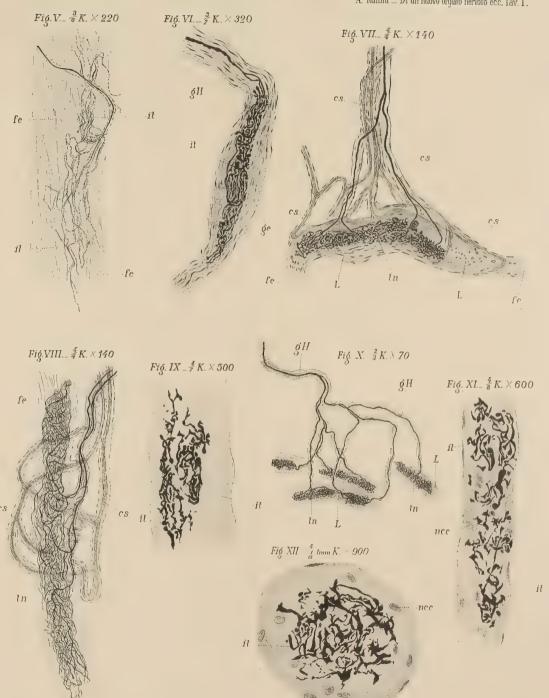
Fig. XVII-XVIII-XIX. — Corpuscoli Golgi-Mazzoni della superficie dei tendini. Questi tre corpuscoli, come già dissi nel testo, volli qui figurare per portare un contributo di conferma allo studio del Mazzoni e perchè ognuno possa convincersi de visu come tanto quelli da me trovati nei polpastrelli delle dita, quanto quelli trovati dal Golgi sulla suprficie dei tendini sieno fra loro analoghi per forma e struttura.

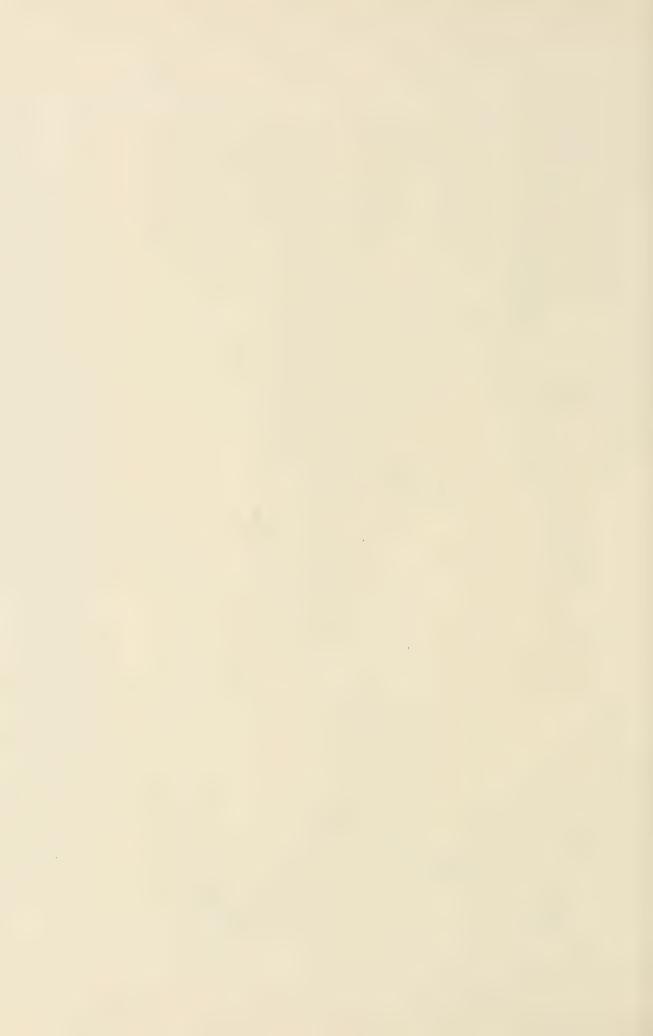


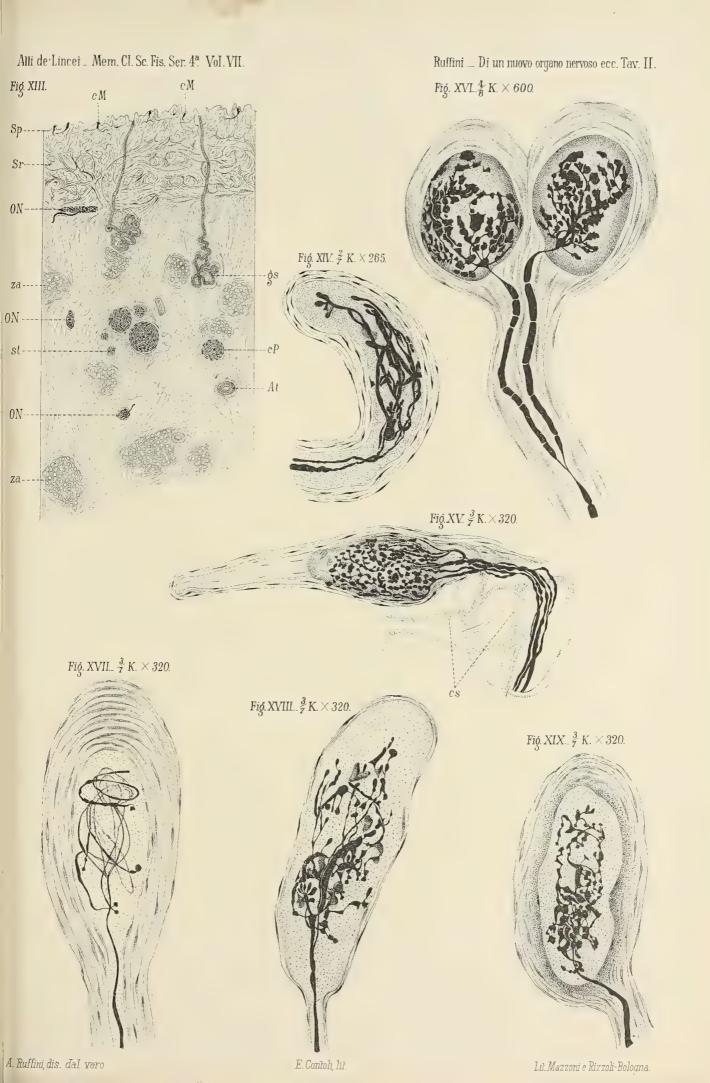


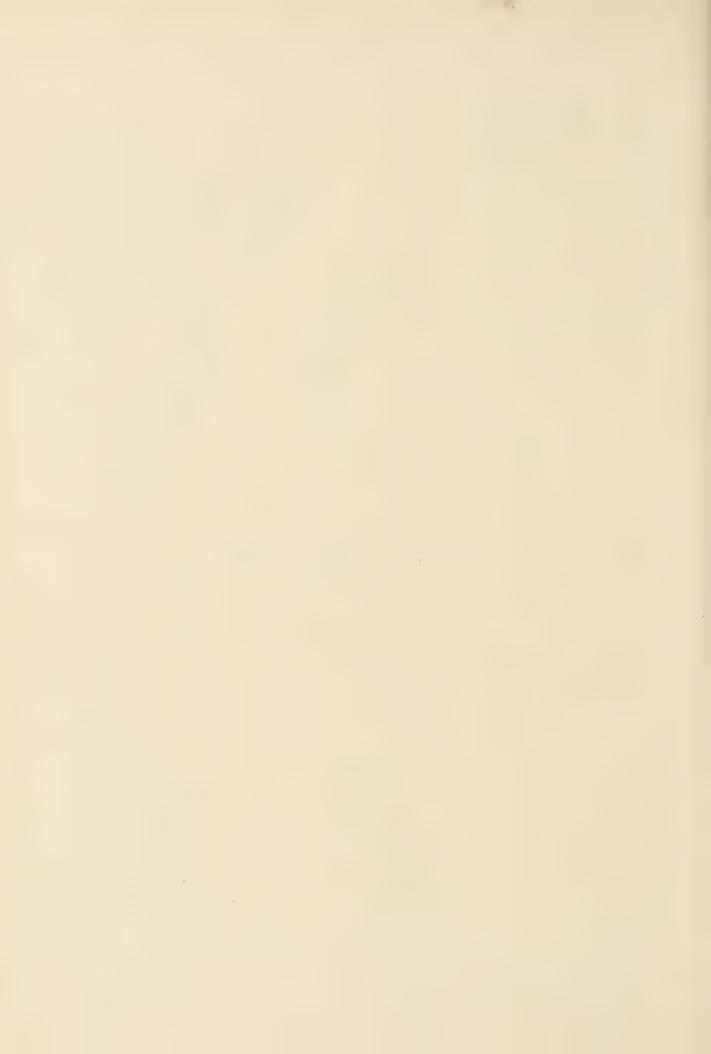












Sulle relazioni fra Pirrazolo, Pirrolo e Piridina. Memoria del Corrispondente L. BALBIANO. presentata nella seduta del 7 gennaio 1894.

PREFAZIONE.

Il gruppo di sostanze che si denotano col nome di derivati del "Pirrazolo" comprende un numero grande di termini, quantunque il loro studio sia stato iniziato appena da un decennio. Se poi si considerano come derivati del Pirrazolo anche quei composti che si possono derivare dal nucleo Pirrazolo biidrogenato, ossia dal "Pirrazolino" e dal suo derivato parzialmente ossigenato, il "Pirrazolone" il numero degli anzidetti termini cresce a dismisura, ed un'abbondante letteratura sparsa nelle diverse raccolte scientifiche rende evidente il contributo portato dai chimici allo studio di questi composti.

Le proprietà fisiologiche e terapeutiche dell'Antipirina, ossia del dimetilfenilpirrazolone e dei suoi derivati, rendendone estesa l'applicazione nella medicina pratica, contribuirono senza dubbio ad attirare l'attenzione dei chimici su questa classe di composti, e dagli svariati lavori eseguiti il Pirrazolo ha preso un posto nella letteratura chimica come la Piridina, il Pirrolo, il Tiofene ed il Furane, coi quali presenta delle strette analogie.

Da alcuni anni mi vado occupando dei derivati del Pirrazolo e reputo arrivato ora il momento opportuno di riepilogare in un'unica memoria le ricerche numerose che ho eseguito in massima parte da solo, in parte colla collaborazione del mio assistente dott. G. Marchetti e collo studente O. Severini.

Comincierò questa Memoria col tratteggiare brevemente la storia dell'origine dei composti pirrazolici, affinchè il lettore possa farsi un giusto concetto della parte che le mie esperienze hanno avuto allo sviluppo delle nostre conoscenze attuali sul gruppo dei pirrazoli.

Roma, agosto 1893.

SUNTO STORICO

Nel 1876 A. Oppenheim ed H. Precht (¹) dimostrarono che, riscaldando all'ebollizione etere acetacetico ed anilina, si formava difenilurea alcool ed acetone,

Nell'ottobre del 1883 L. Knorr (²) ripigliò lo studio di questa reazione variando alquanto le condizioni di temperatura, ed escludendo l'azione dell'aria atmosferica. In queste condizioni egli ottenne un'acido anilacetacetico, che, a contatto dell'acido solforico concentrato, dette l'ossimetilchinolina:

tere acetacetico Ac. anilacetacetico Ossimetilchinolina.

Indotto da questa reazione il Knorr (3) e forse consigliato da E. Fischer, come ne fa dubitare una nota di ringraziamento inserita in fondo alla memoria, studiò diligentemente l'azione della Fenilidrazina sullo stesso composto. Già E. Fischer in una nota di H. Reisenegger (4), aveva fatto rilevare che l'etere acetacetico si combinava alla temperatura ordinaria colla Fenilidrazina, ma egli s'era accontentato di un'osservazione superficiale, interessandogli di generalizzare solo qualitativamente la reazione caratteristica del carbonilo acetonico od aldeidico colla Fenilidrazina. Il Knorr invece approfondì lo studio della reazione, ne seguì le diverse fasi; e dimostrò che il primo prodotto, formatosi con eliminazione di acqua, era suscettibile, quando si riscaldasse moderatamente, di un'ulteriore condensazione con eliminazione di alcole:

I.
$$\begin{array}{c} CH^{3} & CH^{3} \\ CO \\ CH^{2} \\ COOC^{2}H^{5} \\ CH^{3} \\ \end{array} + H^{3}N^{2}C^{6}H^{5} = H^{2}O + CH^{2} \\ COOC^{2}H^{5} \\ CH^{3} \\ = C^{2}H^{5}OH + C^{10}H^{10}N^{2}O \\ CH^{2} - COOC^{2}H^{5} \end{array}$$

Il composto C¹⁰H¹⁰N²O è il primo derivato pirrazolonico ottenuto, cioè, come vedremo in seguito, è l'1-fenil-3-metil-5-pirrazolone, la sostanza madre dell'Antipirina.

Nella nota successiva (5) estese lo studio ad altre idrazine aromatiche, e gettò le basi di una ipotesi sulla struttura di questi nuovi composti, ipotesi che un anno dopo dovette abbandonare.

Impressionato dai lavori di E. Fischer e Besthorn (6) sulla Fenilsolfocarbizina

egli credette di scorgere una certa analogia fra questo composto ed i suoi preparati, ed ammise perciò, che le sostanze ottenute derivassero da una base ipotetica "Chinizina" (7) una specie di tetraidrochinolina imidata

nella quale si trova l'aggruppamento:

$$-N-N-H$$

chiamato da E. Fischer « Carbizino »

Il composto C¹ºH¹ºN²O deriverebbe da una Chinizina ossigenata. « Ossichinizina » e sarebbe la Ossimetilchinizina. Il meccanismo della sua formazione sarebbe il seguente:

Questa ipotesi si basa sopra due premesse, che l'esperienza modificò in seguito, cioè:

a) Che nella prima fase della reazione l'eliminazione dell'acqua si faccia a spese dei due atomi di idrogeno della Fenilidrazina, attaccati ai due atomi di azoto. Questa era anche l'opinione di E. Fischer (8) quantunque avesse dimostrato fin dal 1878 (9) che le idrazine secondarie dissimetriche

$$(R^1)^2 = N - N = H^2$$

davano l'eliminazione di acqua coll'ossigeno del carbonilo aldeidico od acetonico.

b) Che l'eliminazione di alcole, nella seconda fase, si faccia a spese di un'idrogeno metinico del radicale Fenile.

I derivati condensati, dichinizinici, che coll'ossidazione danno una materia colorante azzurra paragonabile all'Indicotina, non fanno altro che appoggiare apparentemente questa ipotesi; però fin d'allora un dubbio doveva essere penetrato nella mente del Knorr perchè il brevetto preso nel luglio 1883 porta il titolo: *Preparazione di Ossipirrazoli*, per azione delle idrazine sugli eteri acetacetici omologhi e loro prodotti di sostituzione (10). Per la prima volta compare nella letteratura chimica il nome del nucleo "Pirrazolo"; le sue relazioni col Pirrolo vengono nettamente stabilite dalle esperienze che passiamo ad accennare.

In unione a C. Bülow, il Knorr (7) studiò la reazione che succede fra l'etere etilico dell'acido diacetilsuccinico e la Fenilidrazina seguendola nelle sue diverse fasi, che si possono riassumere nel seguente schema:

Etere dell'ac. diacetilsuccinico

Etere dell'ac. Fenilizindiacetilsuccinico

Etere dell'ac. Difenilizindiacetilsuccinico

Di-metilossichinizina.

Tentò in seguito (11) di avere una di-γ-ossichinaldina per azione dell'anilina sullo stesso etere diacetilsuccinico, invece ottenne un derivato pirrolico:

Se gli acidi dichetonici contenenti l'aggruppamento

danno un nucleo di 4 atomi di Carbonio ed 1 di Azoto come il Pirrolo, era probabile che gli acidi dichetonici contenenti l'aggruppamento

dessero un nucleo di 3 atomi di Carbonio ed 1 atomo di Azoto, cioè un Pirrolo diminuito di 1 metino

Perciò il Knorr fece reagire sull'etere benzoilacetacetico

$$\begin{array}{c}
\text{CH}^{3} \longrightarrow \text{CO} \longrightarrow \text{CH} \longrightarrow \text{COOC}^{2} \text{ H}^{5} \\
\text{CO} \\
\dot{\text{C}}^{6} \text{ H}^{5}
\end{array}$$

l'anilina; non ottenne i derivati del nucleo ricercato, ma invece, Acetamide e Benzamide, prodotti di scissione della molecola acetonica.

L'esperienza insegnava che per la formazione del nucleo erano necessarî cinque atomi, perciò veniva naturale di tentare la reazione colla Fenilidrazina. Infatti la reazione ha luogo secondo l'equazione:

(*) Nella reazione può anche formarsi l'isomero

$$\begin{array}{c|c} CH_{3}-C& & N-C_{18}H_{2}\\ \hline & C\\ & C\\ & & C\\ & & \\$$

L'etere ottenuto si saponificò facilmente e l'acido sovrariscaldato eliminò anidride carbonica e dette la base:

cioè un prodotto di sostituzione del nucleo:

che differenziando per un atomo di azoto al posto di un metino del Pirrolo, il Knorr chiamò « Pirrazolo ».

Nella Memoria riassuntiva pubblicata nel 1887, negli Annali di J. Liebig (12) dette la nomenclatura dei derivati pirrazolici.

Adottando i nomi proposti da G. Ciamician (13) per i derivati idrogenati del Pirrolo, egli designò « Pirrazolino » il derivato biidrogenato; Pirrazino (*) il derivato tetraidrogenato; Pirrazolone, il Pirrazolino parzialmente ossigenato corrispondente al Piridone della serie della Piridina.

C³H³N²H C³H⁵N²H C³H⁶N²H² C³H³ON²H

Pirrazolo Pirra

Indicò la posizione delle catene laterali, enumerando gli atomi componenti il nucleo, come nel seguente schema:



(*) Lo stesso nome (pirazina) dette contemporaneamente L. Wolff (14) alla base

I derivati ossichinizinici ottenuti per azione delle idrazine aromatiche sugli eteri acetacetici non sono altro, secondo la nuova ipotesi, che derivati del Pirrazolone, e la reazione fra etere Acetacetico e Fenilidrazina viene interpretata col seguente schema:

I. fase
$$\begin{array}{c} CH^3 & CH^3 \\ CO & C & C = N - NH.C^6H^5 \\ CH^2 & COOC^2H^5 & COOC^2H^5 \\ \hline II. fase & CH^3 & H^2C - C - CH^3 \\ CH^2 & COOC^2H^5 & COOC^2H^5 \\ \hline II. fase & CH^2 & N - N < C^6H^5 \\ COOC^2H^5 & COOC^2H^5 \\ \hline II. fase & CH^3 & CCOOC^2H^5 \\ \hline III. fase & CCOOC^2H^5 \\ \hline$$

La formazione dei derivati pirrazolici per azione delle idrazine aromatiche monosostituite sui β -diacetoni venne generalizzata dalle esperienze di E. Fischer (15) e da quelle di A. Combes (16) corrette da L. Claisen.

Quest'ultimo dimostrò inoltre nel 1888 che le aldeidi β -acetoniche (17) danno pure derivati pirrazolici colle idrazine aromatiche.

Mediante le anzidette reazioni s'erano preparati fino al 1887 i seguenti pirrazoli sostituiti:

Dal benzoilacetone: C⁶H⁵.CO.CH².CO.CH³ l'1-fenil 3-5 o 5-3-fenilmetilpirrazolo. Dal fenilacetilacetone: C⁶H⁵.CH².CO.CH².CO.CH³ l'1-fenil3-5 o 5-3 benzilmetilpirrazolo.

Per distillazione su polvere di zinco dell'1-fenil-3-metilpirrazolone s'era intraveduto l'1-fenil-3-metilpirrazolo.

Nell'aprile del 1887, in seguito ad alcuni lavori che avevano lo scopo di indagare se nei derivati alogeni-sostituiti della Canfora, l'ossigeno era unito al carbonio sotto forma di carbonilo, come le esperienze di Nägeli (18) e le mie (19) avevano stabilito per la Canfora, io era condotto a sperimentare come si comporterebbe la Fenilidrazina sopra un composto contenente nella molecola un elemento alogeno ed un ossigeno sotto forma di ossido di etilene.

Soddisfa a queste condizioni l'Epicloririna

è su di essa ho fatto reagire la Fenilidrazina (20).

La reazione successe in due fasi:

I. fase: $C^3H^5OCl+2C^6H^5N^2H^3=C^3H^5ON^2H^2C^6H^5+C^6H^5N^2H^3HCl$.

II. fase: $C^3H^5ON^2H^2C^6H^5 + C^6H^5N^2H^3HCl = C^6H^5NH^2 + NH^4Cl + H^2O + C^3H^3N^2C^6H^5$.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE ecc. -- MEMORIE -- Vol. VII, Ser. 4ª.

Il composto C³H³N²C⁶H⁵ è un derivato monosostituito del pirrazolo, cioè l'1-fenilpirrazolo pel quale sin d'allora proponevo la formola di costituzione:

accennando ad una possibile isomeria del nucleo con quello esistente nei derivati del Knorr.

Ho generalizzato in seguito la reazione (21) facendo agire sull'Epicloridrina altre idrazine aromatiche ed ottenni così una serie di pirrazoli monosostituiti.

La scoperta dell'Idrazina o Diamide N²H⁴, accennata da Th. Curtius nel 1887 (²²) e descritta nei suoi particolari nel 1889 (²³) portava più tardi Ed. Buchner e me alla sintesi del Pirrazolo per due vie diverse.

Come prodotto intermedio nel passaggio dalla Glicocolla alla Diamide si ha l'etere Diazoacetico:

del quale il Curtius studiò l'azione sopra diverse sostanze di differente funzione chimica (24). Le reazioni, alle quali da luogo, possono dividersi in due categorie: quella nella quale l'azoto dell'etere Diazoacetico si sviluppa libero; quella nella quale non si ha sviluppo di azoto. Dello studio completo di queste reazioni il Curtius incaricò Ed. Buchner (25) il quale, nel caso dell'azione dell'etere Diazoacetico sull'etere di un acido non saturo a legame etilenico, riconobbe che prima si formava un prodotto di addizione, che in seguito ha dimostrato non essere altro che un acido tricarbonico del Pirrazolino, il quale acido poi per azione del calore, sviluppando Azoto, si convertiva in un acido tricarbotrimetilenico:

Eguale andamento ha, nella prima fase, la reazione cogli acidi non saturi a legame acetilenico (26). Coll'etere dell'acido acetilendicarbonico

$$CH^3O^2C - C \equiv C - CO^2CH^3$$

ottenne un composto di addizione, che, saponificato con acido solforico, gli dette l'acido C3HN2(COOH)3

che allora, ignorandone la natura, chiamò «Acetilendicarbodiazoacetico» e che non è altro se non l'acido tricarbopirrazolico. Quest'acido riscaldato non eliminò più azoto, ma bensì anidride carbonica:

$$C^{3}HN^{2}(COOH)^{5} = 3CO^{2} + C^{3}H^{4}N^{2},$$

e rimase il nucleo dell'acido acetilendicarbodiazoacetico.

Dalla lettura della nota pare che al Buchner venisse il dubbio che questo nucleo potesse essere, come lo è difatti, il Pirrazolo libero, perchè scrisse: « Il composto non dà la reazione pirrazolica del Knorr », ma la determinazione crioscopica del peso molecolare, non permettendogli di dimostrare se il composto contenesse 3 o 6 atomi di Carbonio, ritornò in una nota successiva (27) sull'argomento. Avendo egli allora determinato la densità di vapore col metodo di V. Meyer, stabilì la formola molecolare C³H⁴N², e confrontando le proprietà del suo composto con quelle dell'isomero « Gliossalina » per la quale i lavori di Japp (28) e di A. Wohl e W. Marckwald (29) stabiliscono la formola ciclica:

venne alla conclusione che il nucleo dell'acido Acetilendicarbodiazoacetico, poteva essere il Pirrazolo libero, e si riservava con esperienze ulteriori di dimostrarlo.

In questo frattempo Th. Curtius avendo pubblicato dettagliatamente il processo della preparazione dell'Idrazina, m'accinsi a studiare l'azione della medesima sull'Epicloridrina per generalizzare la reazione di sintesi dei composti pirrazolici ed arrivare al Pirrazolo libero.

Come è noto, l'Idrazina esiste solo sotto forma di idrato N²H⁴,H²O dal quale in condizioni specialissime si elimina l'acqua. Non potendo eseguire l'esperienza nelle condizioni nelle quali si isola l'Idrazina, feci reagire sull'Epicloridrina l'idrato di Idrazina (³⁰).

Anche in questo caso la reazione ha luogo in due fasi:

I.
$$CH^{2} \longrightarrow CH^{2} \longrightarrow CH^{2}$$

Questa prima reazione avviene quantitativamente. La seconda fase:

II.
$$\begin{array}{c}
\text{CH}^{\circ} \\
|>0 \\
\text{CH} \\
|\\
\text{CH}^{\circ}\text{N}^{\circ}\text{H}^{3}\text{H}^{2}\text{O}
\end{array}$$

avviene solo in presenza di disidratanti energici (cloruro di zinco) e dà il Pirrazolo libero.

I caratteri delle due sostanze ottenute dal Buchner e da me coincidono perfettamente, ed il mio metodo di sintesi non lascia dubbio alcuno che il nuovo corpo sia veramente il Pirrazolo. La mia sintesi portò luce sulle reazioni scoperte dal Buchner per l'etere Diazoacetico e gli eteri degli acidi non saturi; ed in una recente memoria (31) fatta in collaborazione con M. Fritsch, A. Papendieck ed H. Witter, egli stabilì, come sopra è stato accennato, che gli acidi azotati che si producono sono derivati pirrazolinici, nel caso di un legame etilenico nell'acido non saturo; od acidi pirrazolici nel caso di un legame acetilenico nell'acido non saturo.

Finalmente un'altra sorgente di Pirrazolo venne scoperta nel mio laboratorio da G. Marchetti (32) che avevo incaricato di proseguire lo studio, da me iniziato fin dal 1888 dell'idrogenazione dei pirrazoli sostituiti, e fra questi dell'1-fenil-3-5-dimetil-pirrazolo.

In questo caso l'azione dell'idrogeno si porta particolarmente sul gruppo fenile attaccato all'azoto ed agisce in due modi.

a) Lo elimina sotto forma di benzina, e sostituendosi dà il 3-5-dimetilpirrazolo.

b) Idrogena il fenile trasformandolo in tetraidrofenile che rimane attaccato al nucleo pirrazolico.

L'ossidazione di questo tetraidroderivato dà acido adipico e 3-5-dimetilpirrazolo. Riescì facile al Marchetti convertire i due metili del dimetilpirrazolo in catene carbossiliche, ed ottenere un dicarboacido, che, sovrariscaldato, gli dette il Pirrazolo libero. Inoltre come prodotto intermedio dell'ossidazione ottenne un acido metilcarbo-pirrazolico, che, sovrariscaldato, gli dette un -3 o 5-metilpirrazolo.

Oltre ai metodi di sintesi finora accennati di composti pirrazolici, cioè azione delle idrazine sull'Epicloridrina, sui β -diacetoni, sulle β -acetonaldeidi o β -acetonossimetilene, ed azione dell'etere diazoacetico sugli eteri di acidi non saturi, debbo ancora accennare a tre altri modi di sintesi dei suddetti derivati che vennero scoperti dopo il 1890.

- I. Ugo Alvisi (33) ottenne nel mio laboratorio l'1-fenil-pirrazolo, per azione della Fenilidrazina sulle β -cloridrina, α -cloridrina e sulla tribromidrina della glicerina ordinaria.
- II. L. Bouveault (34) per azione della Fenilidrazina sui nitrili-β-acetonici secondari

riuscì ad ottenere amido pirrazoli.

Ad esempio il metilpropionilacetonitrile

dà il fenilmetiletilamidopirrazolo, dal quale mediante il derivato diazoico si può ottenere l'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo di L. Claisen e Meyerowitz (35):

III. Aug. Bischler (36), basandosi sopra ricerche di V. Meyer (37) e di Japp e Klingemann (38), trovò che il cloruro di diazobenzolo reagendo sopra eteri acetacetico-sostituiti, come ad esempio l'etere fenacilacetacetico dà il monoidrazone di un β -diacetone pronto ad eliminare ulteriormente acqua ed a convertirsi in derivato pirrazolico.

Le seguenti equazioni spiegano il meccanismo della reazione:

CH².CO.C⁶H⁵
I. CH³.CO.CH.CO².C²H⁵+C⁶H⁵.N:N.Cl+H²O=HCl+CH³CO²H+C⁶H⁵N.N:C

CO²C²H⁵

Etere dell'ac. fenacilacetacetico

monoidrazone del
$$\beta$$
-diacetone

Da quest'etere, colla saponificazione, si ha l'acido corrispondente; che, sovrariscaldato, svolge anidride carbonica e dà 1-5-difenilpirrazolo.

Piano del lavoro,

In possesso di un metodo di sintesi che mi permetteva di preparare abbastanza facilmente e con discreta rendita i pirrazoli monosostituiti, nei quali i tre atomi di idrogeno metinico rimangono liberi, mi proposi di studiare quale comportamento chimico presentasse questo nuovo nucleo in rapporto ad altri nuclei carboazotati.

La sintesi del Knorr (11) prima citata ha stabilito nettamente l'analogia fra il Pirrolo ed il Pirrazolo, ma questa relazione, che deve necessariamente esser influenzata dalle qualità dell'elemento Azoto che sostituisce il metino del Pirrolo, non è la sola che si possa dedurre dalla composizione del Pirrazolo.

Se difatti noi consideriamo il Pirrolo come Benzina nella quale il gruppo — CH = CH — viene sostituito dall'immino NH.

possiamo nello stesso modo considerare il pirrazolo come derivato della Piridina:

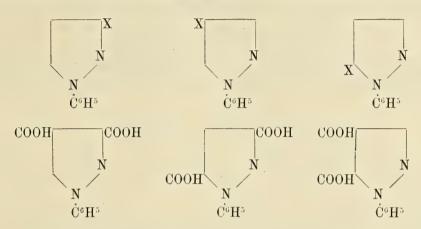
Perciò si dovrà trovare pei pirrazoli una serie di reazioni analoghe a quelle che danno i composti piridici, e dipendenti appunto dal residuo del gruppo piridico C³H³N che contengono. Ed a questo riguardo già il Knorr aveva indicato che i pirrazoli polisostituiti danno sali dissociabili dall'acqua, epperciò si comportano come basi deboli, ma di gran lunga più forti dei composti pirrolici. I pirrazoli liberi poi danno sali stabili che si possono ottenere cristallizzati dalle loro soluzioni acquose.

Scopo mio precipuo fu quindi di indagare:

- a) Quali reazioni il nucleo Pirrazolo avesse in comune col Pirrolo.
- b) Quali reazioni il nucleo Pirrazolo avesse in comune colla Piridina.

Prima però di abbordare questo problema era mio obbligo di coadiuvare con adatte esperienze a stabilire su solide basi la struttura ciclica del Pirrazolo, ed a dimostrare che tutti i composti pirrazolici derivano da un solo nucleo avente sempre la stessa struttura, come i composti aromatici e piridici derivano da un'unica Benzina e da un'unica Piridina.

Un'ipotesi acquista tanto maggiore importanza, quanto più grande è il numero di fatti che prevede e che l'esperienza conferma. La struttura ciclica del Pirrazolo lascia prevedere tre serie d'isomeri monosostituiti dell'1-fenilpirrazolo e tre dicarboacidi



Il lavorio di questi ultimi anni eseguito specialmente dal Knorr, da Claisen, da Buchner e da me condusse al risultato che gli isomeri monosostituiti ed i dicarboacidi dell'1-fenilpirrazolo, previsti dalla formola ciclica del Knorr, furono ottenuti tutti allo stato di libertà, epperciò questa formola acquista un alto grado di probabilità.

Per proseguire nella descrizione delle esperienze con ordine dividerò l'esposizione dei fatti in cinque capitoli:

- I. Preparazione sintetica dei pirrazoli mediante l'Epicloridrina e le idrazine;
- II. Idrogenazione dei pirrazoli;
- III. Esperienze comprovanti la struttura ciclica del Pirrazolo;
- IV. Esperienze dimostranti le relazioni del Pirrazolo col Pirrolo;
- V. Esperienze dimostranti le relazioni del Pirrazolo colla Piridina.

Nel corso della Memoria seguirò la nomenclatura proposta dal Knorr.

PARTE SPERIMENTALE

CAPITOLO I.

Preparazione dei Pirrazoli.

I pirrazoli descritti in questo capitolo sono stati preparati facendo reagire l'Epicloridrina coll'Idrazina o colle idrazine aromatiche monosostituite.

Pirrazolo. — C³H³N²H.

La reazione fra l'Epicloridrina ed idrato di Idrazina bollente a 119° avviene a freddo con grande svolgimento di calore ed in prima fase ha luogo quantitativamente.

Gr. 5 di Epicloridrina sciolti in 50 gr. di alcole assoluto dopo un' ebollizione prolungata per 5 ore dettero gr. 3,5 di cloridrato di Idrazina, mentre l'equazione

$$C^{3}H^{5}OCl + 2H^{4}N^{2}.H^{2}O = C^{3}H^{5}O.N^{2}H^{3}.H^{2}O + N^{2}H^{4}.HCl + H^{2}O$$

ne richiede gr. 3,7. La soluzione alcoolica evaporata lascia per residuo uno siroppo giallo, solubile nell'acqua, che si colora in bruno all'aria e dal quale non potei separare nulla di definito. Che in questo siroppo si trovi il composto

lo deduco dal fatto che la sua soluzione cloridrica riduce fortemente anche a freddo il cloruro platinico.

Il miglior procedimento per preparare il Pirrazolo è il seguente: gr. 10,8 di idrato di Idrazina vengono addizionati di gr. 10 di Epicloridrina, e tosto il recipiente viene unito ad un refrigerante a ricadere. Dopo 3 a 4 minuti la reazione avviene violenta senza aiuto di calore, e l'Epicloridrina si scioglie completamente.

Calmata la reazione si riscalda a bagno maria per 25 a 30 minuti, indi, lasciato raffreddare il liquido giallognolo, vi si aggiunge 10 a 12 gr. di cloruro di zinco in polvere, e si continua il riscaldamento a bagno maria per un'ora. La massa giallobruna, peciosa che si ottiene, addizionata di 3 a 400 cc. di acqua viene distillata in forte corrente di vapor d'acqua, col quale distilla la piccola quantità di Pirrazolo che si è formato assieme ad un po' di Ammoniaca. Si precipita tanto il Pirrazolo, quanto l'Ammoniaca con cloruro mercurico e si sospende la distillazione a vapore, quando il distillato non s'intorbida più colla soluzione mercurica. Il composto bianco che si precipita è una miscela di composto mercurico del Pirrazolo e di composti ammoniacali del mercurio. Operando nelle condizioni descritte si ottiene gr. 4,4 di precipitato mercurico disseccato nel vuoto sull'acido solforico. Invece se dopo l'ag-

giunta di cloruro di zinco si fa bollire a ricadere a fuoco diretto la rendita è un po' minore. Dalla stessa quantità si ottenne solo gr. 4 di precipitato mercurico secco. Minore ancora è la rendita se, compiuta la reazione a freddo, si riscalda a ricadere a fuoco nudo per 4 ore senza l'aggiunta di cloruro di zinco. In queste condizioni si ebbero appena gr. 1,9 di precipitato mercurico.

Il composto mercurico, sospeso nell'acqua, venne decomposto con idrogeno solforato e la soluzione dei cloridrati di Ammoniaca e di Pirrazolo concentrata a bagno maria fino a cristallizzazione, indi decomposta con soluzione concentrata (40 °/o) di idrato potassico ed estratto il Pirrazolo con etere. Distillato l'etere rimane un residuo liquido incoloro, che tosto si rappiglia in una massa cristallina formata da aghi.

Analisi:

	trovato	,	calcolato p. C ³ H ⁴ N ²
\mathbf{C}	52.65		52.94
\mathbf{H}	5.97		5.88
N	40.99		41.17

Il Pirrazolo cristallizza in begli aghi duri, bianchi, facilmente solubili nell'acqua fredda, e la soluzione ha reazione neutra. Si scioglie pure nell'alcool e nell'etere; possiede un odore debole di Piridina. Fonde in un liquido incoloro alla temperatura di 69°,5-70°, e bolle alla pressione, ridotta a 0°, di mm. 757,9 alla temperatura di 186°-188°.

La determinazione del punto di ebollizione venne fatta dapprima coll'apparecchio di Siwoloboff (39) indi confermata dal dott. G. Marchetti distillando una maggior quantità di composto e tenendo il termometro completamente immerso nel vapore.

Cloroplatinato. — (C3H3N2H.HCl)2PtCl4.2H2O.

Aggiungendo ad una soluzione cloridrica concentrata di Pirrazolo una soluzione di cloruro platinico precipita il cloroplatinato di Pirrazolo in begli aghi giallo-rossi. Questo cloroplatinato è solubile nell'acqua, specialmente a caldo, e pure nell'alcool. Contiene 2 mol. di acqua di cristallizzazione che, perde alla temperatura di 100° oppure, lentamente, nel vuoto, sull'acido solforico.

Analisi:

trovato	calcolate
$H^2O = 6.30$	6.19
Pt 35.67	35.64

Picrato — C3H4N2.C6H2(NO2)3OH.

Si ottiene versando una soluzione eterea di Pirrazolo in una soluzione pure eterea e fredda di acido Picrico. Cristallizza in begli aghetti gialli, che fondono alla temperatura di 159°-160°. È poco solubile nell'acqua fredda, solubile nell'alcool.

Analisi:

	trovato			calcolato
N	23.57			23.56

1-Fenil-pirrazolo.
$$HC$$
 N
 $N - C^6H^5$

Nella prima nota del 1887 (20) ho descritto la preparazione di questo composto nel modo seguente:

L'Epicloridrina reagisce colla Fenilidrazina ed anche a temperatura poco elevata (50°-60°), se si adoperano le due sostanze senza scioglienti neutri la reazione avviene violentemente. Per avere una reazione meno energica bisogna sciogliere i corpi reagenti nella benzina.

Si aggiunge a gr. 10 di Epicloridrina pura bollente a 116°-117° gr. 24 di Fenilidrazina, vale a dire per una molecola di Epicloridrina, due pesi molecolari di Fenilidrazina e la miscela si diluisce con 30 cc. di benzina secca, indi si riscalda la soluzione a ricadere per 4 ore.

Il liquido a poco a poco s'intorbida pel deposito di cloridrato di Fenilidrazina, cristallizzato in belle laminette splendenti.

Analisi:

trovato calcolato p. $C^{\circ}H^{\circ}N^{\circ}H^{\circ}HCl$. N 19.38 19.37

Senza separare il cloridrato di Fenilidrazina si distilla la benzina a bagno d'olio, del quale si eleva gradatamente la temperatura fino a 140° - 160° ; la benzina distillata è limpida, non contiene traccie di acqua. Solo quando tutto lo sciogliente è distillato succede una reazione abbastanza viva e distillano all'incirca 2 cc. di acqua, mentre la massa assume una colorazione bruna.

Il prodotto della reazione viene distillato in corrente di vapor d'acqua, insieme al quale passa una sostanza liquida colorata in giallo d'oro, più densa dell'acqua. Si estrae con etere, e si agita la soluzione eterea con acqua acidulata di acido cloridrico; infine si dissecca con cloruro di calcio fuso e si distilla lo sciogliente. Il residuo liquido è l'1-fenilpirrazolo bollente alla temperatura di 242°-244°.

La soluzione cloridrica, proveniente dal lavamento della soluzione eterea della base, evaporata convenientemente deposita, col raffreddamento, cloridrato di Anilina in belle lamine splendenti.

Analisi:

trovato calcolato p. $C^6H^5NH^2$.HCl. N 10.61 10.85

L'olio giallo, distillato col vapor d'acqua, era quindi una mescolanza di 1-fenilpirrazolo e di Anilina.

La parte acquosa, rimasta fissa, contiene in soluzione del cloruro di Ammonio. Analisi:

trovato calcolato p. NH³HCl. Cl. 66.06 66.35

Più tardi (40) dovendomi preparare grandi quantità di Fenilpirrazolo ho modificato alquanto il processo prima descritto.

Gr. 50 di Epicloridrina si sciolgono in 150 gr. di benzina secca, ed alla soluzione si aggiungono gr. 120 di Fenilidrazina; la miscela si fa bollire a ricadere per 8 a 9 ore, avendo l'avvertenza di mettere un po' di mercurio sul fondo del pallone, perchè l'ebollizione si compia regolarmente. In seguito si distilla la benzina, ed il residuo, addizionato di 350 a 400 gr. di acido solforico al 10 °/o, si sottopone alla distillazione in corrente di vapore. Col vapor d'acqua passa il Fenilpirrazolo che viene estratto coll'etere e, in seguito allo svaporamento del solvente, distillato. In tal modo si riesce ad ottenere il 58 °/o della quantità teorica di Fenilpirrazolo puro.

In questi ultimi tempi ho ancora modificato il metodo primitivo ed ottenuto un rendimento maggiore circa il 62-63 °/o.

Opero con 50 gr. di Epicloridrina per volta e sempre in presenza di benzina, indi distillo lo sciogliente, e mediante un bagno ad olio vado elevando gradatamente e con precauzione la temperatura. Quando la reazione è iniziata, del che mi accorgo dalle goccie di acqua che passano nel refrigerante, spengo il fuoco e lascio che si compia tranquillamente. Raffreddata la massa, aggiungo l'acido solforico diluito e distillo il Fenilpirrazolo in corrente di vapore.

Analisi eseguite su campioni di diverse preparazioni:

trovato			calcolato p. C ⁹ H ⁸ N ²	
C 75.79	75.05	74.80	75. 00	
H 5.88	5.85	5.62	5.55	
N 19.01	19.23		19.44	

L'1-fenilpirrazolo è un liquido oleoso di color giallo d'oro che, raffreddato col ghiaccio, si rappiglia in una massa di cristalli aghiformi raggruppati a ciuffo che fondono alla temperatura di $+11^{\circ}$ a $+11^{\circ}$,5; bolle alla pressione, ridotta a 0° di mm. 765,4 alla temperatura corretta di 246°,5. La sua densità allo stato liquido è espressa dai numeri

$$a + 16^{\circ}$$
 riferita all'acqua a $0^{\circ} = 1.1138$
 $a + 16^{\circ}$, a $16^{\circ} = 1.1125$
 $a + 99^{\circ}.7$, a $0^{\circ} = 1.0451$

È un po' solubile nell'acqua calda, insolubile nell'acqua fredda, solubile nell'alcool, nell'etere e nella benzina.

Si ottiene precipitando la soluzione cloridrica del pirrazolo con cloruro platinico. Ricristallizzato dall'acqua si presenta in belli aghi prismatici giallo-rossi, contenenti 2 mol. di acqua di cristallizzazione, che perde alla temperatura di 100°.

Il sale secco fonde, decomponendosi, alla temperatura di 171°-172°. Analisi:

trovato			calcolato	
$\mathrm{H}^2\mathrm{O}$	5.08	5.28		4.90
Pt	27.	.52		27.85

Jodometilato. —
$$C^3H^3N^2$$
 C^6H^5

Si ottenne riscaldando in tubo chiuso alla temperatura di 100° per 7 ad 8 ore quantità equimolecolari di joduro metilico e di 1-fenilpirrazolo. La reazione fu quasi quantitativa, mentre che operando in un pallone riscaldato a bagno maria e comunicante con una colonna di mercurio alta 50 cm., si ebbe solo la trasformazione della metà circa del pirrazolo in jodometilato. Per depurare il composto da un po' di resina che l'accompagnava, non si ebbe che a scioglierlo nell'alcool assoluto ed a precipitarlo con 3 a 4 volumi di etere.

Analisi:

	trovato	calcolato
N	9.70	9.80
J	44.07	44.30

Il jodometilato di 1-fenilpirrazolo cristallizza dall'acqua, nella quale è molto solubile anche a freddo, in belle lamine splendenti che fondono, decomponendosi, alla temperatura di 178°-179°. Si scioglie nell'alcole ed è insolubile nell'etere.

Esperienze fisiologiche di questa sostanza fatte sui mammiferi hanno dimostrato ch'essa ha un'azione importantissima sul cuore e sul circolo, poichè eleva la pressione sanguigna, rallenta e regolarizza il ritmo del cuore (41).

Jodoetilato. —
$$C^3H^3N^2 \underbrace{ C^2H^5}_{C^6H^5}$$

Cristallizza in aghi od in bei prismetti bianchi. Solubile nell'acqua, nell'alcole, insolubile nell'etere. Fonde alla temperatura di 116°-117°.

Analisi:

trovato calcolato
$$N$$
 9.20 9.33

1-Paratolilpirrazolo. HC N HC C H

Si ottiene riscaldando a ricadere un peso melecolare di Epicloridrina con due pesi molecolari di p-tolilidrazina sciolta in egual peso di benzina secca. Si continua l'ebollizione per 6 a 7 ore; indi, senza separare il cloridrato di p-tolilidrazina, si distilla il solvente, ed il residuo si sovrascalda in bagno d'olio alla temperatura di 140°-150°. Succede una viva reazione e distilla dell'acqua. Il prodotto della reazione si ripiglia con acqua, si distilla in corrente di vapore e l'olio giallo d'oro che passa col vapor d'acqua si estrae con etere. La soluzione eterea si agita con acido cloridrico diluito; la sostanza cristallina che si ottiene colla distillazione dell'etere si

ricristallizza dall'alcool o dall'etere di petrolio (frazione bollente 70°-90)°. La rendita in p-tolilpirrazolo è circa il 65 °/o della quantità teorica.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C¹ºH¹ºN²
C	75.87	75.94
\mathbf{H}	6.39	6.32
N	17.52	17.72

L'1-paratolilpirrazolo cristallizza in belle lamine splendenti, untuose al tatto, di colore bianco con una leggera punta di giallo: fonde a + 32°,5 - 33° (temp. corr.) in un liquido giallo; bolle senza decomposizione alla pressione, ridotta a 0°, di mm. 756,9 alla temperatura di 258°-259° (termometro nel vapore). È solubile nell'alcool, nell'etere e nell'etere di petrolio; un po' solubile nell'acqua calda e, col raffreddamento, la soluzione diventa lattiginosa, ed infine si separa il pirrazolo cristallizzato in belle laminette micacee. Si scioglie nell'acido cloridrico fumante e coll'aggiunta di acqua precipita inalterato, il che dimostra la debole funzione basica del composto. La soluzione alcolica bollente, trattata con un pezzettino di sodio ed acidificata con acido cloridrico, dà col dicromato potassico un' intensa colorazione rosso-viola.

La soluzione cloridrica, dalla quale si è separata la soluzione eterea del pirrazolo contiene il cloridrato di p-toluidina, dal quale mediante l'idrato potassico si ha la p-toluidina cristallizzata in belle lamine fusibili a $+45^{\circ}$.

Analisi:

Come residuo della distillazione in corrente di vapore rimane una resina rossobruna e dalla soluzione acquosa coll'evaporazione dell'acqua si ha il cloruro ammonico.

Cloroplatinato. — [C3H3N2C7H7HCl]2PtCl4.2H2O.

Se si aggiunge alla soluzione del p-tolilpirrazolo nell'acido cloridrico fumante una soluzione di cloruro platinico si ha un precipitato cristallino che si fa ricristallizzare dall'acqua bollente. Si ottiene così in begli aghi prismatici di color giallorosso poco solubile a freddo, molto a caldo. Contiene 2 mol. di acqua di cristallizzazione che perde a 100°. Il composto anidro fonde, decomponendosi, alla temperatura di 183°-184°.

Analisi:

Jodoetilato. —
$$C^3H^3N^2$$
 $\begin{array}{c} C^2H^5 \\ J \\ C^7H^7 \end{array}$

Quantità equimolecolari di p-tolilpirrazolo e di joduro d'etile si fanno digerire in tubo chiuso per 6 ore alla temperatura di 100°-110°; la massa cristallizzata, che

si ottiene, si tratta con acqua alla temperatura ordinaria e la soluzione acquosa si agita con etere per decolorarla. In seguito si concentra a bagno maria e si lascia in riposo nel vuoto sull'acido solforico. Dopo due o tre giorni il liquido siropposo si rappiglia in una massa di cristalli prismatici bianchi, duri, solubilissimi nell'acqua, insolubili nell'etere, che fondono a 104°-105°.

Analisi:

4-Orto-tolilpirrazolo. —
$$H-C$$
 N
 N
 N
 N
 N

Mescolando un peso molecolare di Epicloridrina con due pesi molecolari di o-tolilidrazina ed aggiungendo benzina in egual peso dell'idrazina si ha una completa
soluzione solo a caldo. Prolungando l'ebollizione della miscela per 4 o 5 ore in
matraccio al quale sia unito un refrigerante a ricadere, si ha depositata una piccola
quantità di cloridrato di o-tolilidrazina. Si distilla la benzina e si sovrascalda il
residuo a bagno d'olio a 140°-150°. Avviene la solita reazione, però meno viva che
nei casi precedenti, e si separa dell'acqua. Il prodotto, diluito con acqua, si distilla
in corrente di vapore, col quale passa un liquido giallo-chiaro che viene estratto con
etere e la soluzione eterea agitata con acido cloridrico diluito. La soluzione cloridrica
contiene il cloridrato di o-toluidina dal' quale si ha la base libera bollente a
197°-198°.

Analisi:

Come residuo della distillazione a vapore rimane una resina bruna e dell'acqua che tiene in soluzione grandi quantità di cloruro ammonico, che si può facilmente aver puro per cristallizzazioni successive.

La soluzione eterea, separato l'etere colla distillazione, lascia un residuo liquido che bolle quasi tutto alla temperatura di 240°-242° (non corretta).

La rendita in o-tolilpirrazolo è il 60 $^{\circ}/_{\circ}$ della quantità teorica. Analisi :

	trovato	calcolato p. C¹ºH¹ºN²
C	75.64	75.94
Н	6.55	6.32

L'1-orto-tolilpirrazolo è un líquido leggermente giallo, insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere; pure solubile nell'acido cloridrico fumante, ma l'aggiunta di acqua lo separa inalterato. Raffreddato a — 10° si conserva líquido; bolle

indecomposto alla temperatura corretta di 246°,5 essendo la pressione ridotta a 0° di mm. 754,1. La sua densità allo stato liquido è espressa dai seguenti numeri:

a 0° riferita all'acqua a 0° =
$$1.0868$$
 + 13° " " = 1.0746 + 13° " " + 13° = 1.0753 + $100^{\circ}.3$ " " 0° = 0.9984

Cloroplatinato. — (C3H3N2C7H7HCl)2PtCl4.

Si ottiene sotto forma di bei prismetti di color giallo-rosso, poco solubili nell'acqua fredda; non contiene acqua di cristallizzazione; fonde decomponendosi alla temperatura di 200°-201°.

Analisi:

$$\begin{array}{c} \text{trovato} & \text{calcolato} \\ \text{Pt} & 26.81 & 26.79 \\ \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ &$$

Jodoetilato. —
$$C^3H^3N^2 \underbrace{\hspace{-0.1cm} \int_{C^7H^7}^{C^2H^5}}$$

Cristallizza da una soluzione acquosa siropposa in aghi prismatici bianchi; è solubilissimo nell'acqua, insolubile nell'etere. Fonde a 98°-100°.

Analisi:

CAPITOLO II.

Idrogenazione dei Pirrazoli

L. Knorr suggerì fin dal 1887 (12) come reazione caratteristica dei pirrazoli le colorazioni, varianti dal rosso-viola all'azzurro, che danno quando le loro soluzioni alcooliche vengono riscaldate con sodio, indi acidificate e poi trattate con ossidanti.

Perchè un pirrazolo dia questa reazione è necessario che addizioni idrogeno per convertirsi in pirrazolino, il quale cogli ossidanti si condensa eliminando acqua, e forma la materia colorante (*) e siccome questa idrogenazione non avviene in tutti

(*) Così l'1-fenil-3-metilpirrazolo dà il composto:

che cogli acidi minerali si colora in rosso fucsina.

i casi, così questa reazione non è generale. In una nota recente (42) il Knorr ritorna su questo argomento, osservando come i pirrazoli che contengono l'imide non addizionano idrogeno, e quindi non danno la reazione colorata dei pirrazolini; egli stabilisce, che solo i derivati dell'1-fenilpirrazolo danno questa colorazione. Se però il fenile è sostituito da un altro radicale aromatico omologo, la reazione può anche non avvenire, perchè l'idrogenazione è influenzata dalla posizione delle catene laterali che sostituiscono l'idrogeno del gruppo fenile. Difatti, come vedremo in seguito, mentre l'1-paratolilpirrazolo dà il pirrazolino corrispondente, l'1-ortotolilpirrazolo non s'idrogena per niente. Così pure si comporta l'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo (43).

Ho fatto oggetto di uno studio speciale l'idrogenazione dei pirrazoli perchè fino dai primi saggi istituiti mi accorsi che essa non si limitava all'addizione di 2 at. d'idrogeno ed alla formazione del pirrazolino, ma era più profonda e si arrivava ad una diamina satura.

D'altra parte gli studî di E. Fischer ed O. Knövenagel (44) avevano stabilito che l'Acroleina reagendo colla Fenilidrazina dava un'idrazone, che per azione del calore si cambiava nella forma tautomera più stabile, nel pirrazolino.

I°.
$$CH^2 = CH - C \left(\frac{O}{H} + H^2 - N - N.H.C^6H^5 = H^2O + CH^2 = CH - CH = N - NHC^6H^5 \right)$$

II°.
$$\begin{array}{cccc} CH^2 = CH - CH & CH^2 - CH^2 - CH \\ & & & & & & & \\ H^-N - N & = & N - & & N \\ & & & & & & \\ C^6H^5 & & & & & \\ Idrazone & & & & & \\ Pirrazzolino. \end{array}$$

Per stabilire ora, se il nucleo Pirrazolo dei composti monosostituiti che ho descritto nel Iº capitolo sia identico od isomero a quello che, idrogenato, genera i derivati pirrazolinici del Fischer, cioè a quello pel quale Knorr ammette il concatenamento

derivante dall'aggruppamento proposto da A. von Baeyer (45) pel Pirrolo dovevo instituire due serie di esperienze:

1º Generalizzare dapprima la reazione scoperta da E. Fischer e quindi tentare di togliere 2 at. di idrogeno ai pirrazolini che si ottengono dall'Acroleina e convertirli in pirrazoli.

2º Addizionare 2 at. di idrogeno ai pirrazoli che si ottengono dall'Epicloridrina.

Se le due serie di composti sono isomere si potrà concludere alla differenza del nucleo, se identiche si avrà un qualche fondamento per ammettere la identica costituzione del nucleo.

Da saggi istituiti mi sono convinto che la prima via non era effettuabile per la profonda trasformazione che subiscono i pirrazolini per mezzo degli agenti ossidanti ed anche l'anno passato A. Michaelis ed O. Lampe (46), che isolarono l'1-fenilpirrazolidino

$$H^{2}C-CH^{2}$$
 $N-C^{6}H^{5}$

collo stesso procedimento che aveva servito ad S. Gabriel (47) per ottenere sinteticamente la Pirrolidina, constatarono che l'ossidazione, la quale avviene anche alla temperatura ordinaria per azione dell'ossigeno atmosferico, si ferma a togliere 2 at. di idrogeno ed a trasformarlo nell'1-fenilpirrazolino di E. Fischer e non arriva alla formazione del 1-fenilpirrazolo.

Mi rimase solo a sperimentare l'addizione di idrogeno ai pirrazoli: e le mie esperienze si portarono sui pirrazoli contenenti l'imide, sui pirrazoli N.sostituiti, e sui pirrazoli polisostituiti. Questi ultimi vennero studiati dal dott. G. Marchetti nel mio laboratorio (48).

Pirrazolo — 3 o 5-metilpirrazolo — 3-5-dimetilpirrazolo.

Ed. Buchner ed M. Fritsch (49) tentarono inutilmente di ottenere prodotti di idrogenazione del Pirrazolo. Avendo già prima constatato che col Sodio ed alcole etilico non dava la reazione di Knorr, adoperarono in questo nuovo tentativo, Sodio ed alcole amilico, ma ottennero di nuovo il Pirrazolo inalterato; solo traccie possono aver subito una idrogenazione perchè sentirono un molto intenso odore sgradevole, basico.

Il 3- o 5-metilpirrazolo non mi diede per niente la reazione di Knorr ed adoperando sodio ed alcole etilico non notai alcun odore basico, sgradevole.

Pel 3-5-dimetilpirrazolo (50) feci diversi tentativi potendosi da esso per idrogenazione completa ottenere una diamina isomera della Cadaverina (51).

Lasciando da parte il Sodio e l'alcole, perchè, come vedremo in seguito, il dimetilpirrazolo non reagisce nemmeno adoperando alcole amilico, ho provato l'idrogenazione collo Zinco ed acido acetico nelle stesse condizioni nelle quali il Ciamician (52) idrogenò il Pirrolo e passò alla Pirrolina, ma il risultato essendo negativo, adoperai Stagno ed acido cloridrico. In tutti e due i casi si potè ricuperare il dimetilpirrazolo inalterato nella quantità adoperata.

Risultati parimenti negativi ottenni coll'1-tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo e coll'1etil-3-5-dimetilpirrazolo (43).

1-Fenilpirrazolino dall'1-Fenilpirrazolo. — C³H⁵N²C⁶H⁵.

Non ho potuto avere l'1-fenilpirrazolino direttamente dall'Epicloridrina e Fenilidrazina. Lasciando in riposo per più giorni la soluzione benzinica che contiene il composto

${ m C^3H^5ON^2H^2C^6H^5}$

non si ha eliminazione di acqua; eliminazione che avviene solo col riscaldamento; ma allora si sviluppano anche 2 at, di Idrogeno e si ottiene il Fenilpirrazolo. Sono ricorso perciò all'idrogenazione mediante il Sodio e l'alcole.

1 parte di fenilpirrazolo si scioglie in 10 a 15 parti di alcole assoluto e nella soluzione bollente si introduce a poco alla volta ed a piccoli pezzi ¹/₂ p. di Sodio. La soluzione alcoolica viene addizionata di acqua; svaporata la maggior parte dell'alcole a bagno maria ed il liquido acquoso sul quale galleggia un olio giallo, si estrae ripetutamente con etere. La soluzione eterea, dopo lavacro acquoso, viene agitata fortemente con una soluzione diluita di acido Ossalico, e le acque acide messe da parte per un ulteriore studio.

La porzione eterea viene disseccata con idrato potassico fuso, ed infine distillato l'etere. Il residuo liquido viene sottoposto alla distillazione continuando il riscaldamento fino a che il termometro segna 255°; la porzione che distilla al disotto di questa temperatura è una miscela di Fenilpirrazolo inalterato e di Fenilpirrazolino. La porzione rimasta nella stortina, bollente sopra 255°, viene trattata con etere di petrolio (frazione bollente 70°-90°) caldo, il quale lascia indisciolta un po' di resina bruniccia: la soluzione petrolica raffreddata lentamente deposita dapprima un po' di sostanza oleosa bruna, simile alla resina; si decanta, e con successivo raffreddamento seguita a deporsi un po' di materia resinosa; si decanta ancora ed infine col raffreddamento si ha una sostanza cristallizzata in belle lamine, che si ottengono perfettamente bianche mediante ricristallizzazione dall'etere di petrolio bollente a 70°-90°.

Analisi:

	trovato	calcolate
\mathbf{C}	74.24	7 3.97
$_{\mathrm{H}}$	7.05	6.86
N	18.92	19.17

Per lo studio di confronto ho preparato il Fenilpirrazolino dall'Acroleina seguendo esattamente le prescrizioni date da E. Fischer (44) ed ho avuto un reddito un po' migliore di quello che cita nella sua bella memoria.

La rendita in pirrazolino puro nella mia preparazione è stata di 45 gr. per 50 gr. di Acroleina adoperati.

Analisi:

Tutti e due i fenilpirrazolini fondono alla temperatura corretta di 51°,5-52° e bollono alla temperatura corretta di 273°,5 274° alla pressione, ridotta a 0°, di mm. 763,5. Entrambi cristallizzano in belle tavole ben distinte appartenenti al sistema trimetrico, ed hanno gli assi ottici nello stesso piano e collo stesso angolo: essi sono cristallograficamente identici.

L'1-fenilpirrazolino si scioglie un po' nell'acqua calda, è solubile nell'alcool, nell'etere, nella benzina; tutti e due danno la colorazione rosso-violetta col dicromato potassico in soluzione acida, e se la soluzione è molto diluita danno una colorazione azzurra. Anche pel derivato del pirrazolo si può riconoscere 1/25,000 di composto coll'anzidetta reazione.

L'identità dei due derivati pirrazolinici è quindi stabilita, e le esperienze che seguono non fanno che confermarla.

Trimetilenfenildiamina dall' 1-fenilpirrazolo. —
$$(CH^2)^3$$
 NH^2 NHC^6H^5 .

Le acque acide di acido Ossalico risultanti dal lavaggio della soluzione eterea del Fenilpirrazolino contengono l'ossalato di una base che si può facilmente isolare. Dapprima si svapora la maggior parte dell'acqua perchè dalla soluzione calda si depositi col raffreddamento l'ossalato cristallizzato in piccoli mammelloni, che viene ulteriormente depurato mediante bollitura con carbone animale e successive cristallizzazioni dall'acqua. In fine si asciuga fra carta e si dissecca nel vuoto, sull'acido solforico.

Analisi:

Questo sale è adunque l'ossalato della base che deriva per addizione di 6 atomi di idrogeno al Fenilpirrazolo.

$$C^9H^8N^2 + 6H = C^9H^{14}N^2$$

e la base non può essere altro che la Trimetilenfenildiamina

Ho preparato in seguito grandi quantità di questa diamina nel modo seguente (53).

Una parte di 1-fenilpirrazolo si scioglie in 20 volte il suo peso di alcole assoluto ed alla soluzione, mantenuta in piena ebollizione, si aggiunge poco alla volta una parte di Sodio tagliato a piccoli pezzi. Si diluisce in seguito con acqua e si scaccia la maggior parte dell'alcool a bagno maria, indi si estrae con etere.

La soluzione eterea si lava ripetutamente con acqua; si lascia in riposo 24 ore perchè si separi bene; si filtra attraverso filtro asciutto e si tratta in seguito con una soluzione nell'alcol assoluto di acido Ossalico satura a freddo. Immediatamente si ottiene un precipitato cristallino di ossalato di Trimetilenfenildiamina, che basta ricristallizzare una volta dall'acqua bollente per averlo completamente puro. La rendita è discreta: si ha all'incirca il 45 °/o della quantità teorica di ossalato; inoltre dalla distillazione della soluzione etereo alcolica si riottiene una mescolanza di Fenilpirrazolo e di Fenilpirrazolino che si può nuovamente idrogenare ed avere una nuova quantità di base trimetilenica. Cito alcuni dati sperimentali:

I° Gr. 20 di Fenilpirrazolo diedero gr. 15 di ossalato, mentre la teoria ne avrebbe richiesto gr. 33,3.

IIº Gr. 60 di Fenilpirrazolo diedero gr. 45 di ossalato e si riottenne gr. 13,5 di una miscela di Fenilpirrazolo e pirrazolino bollente fra 240º e 270º che idrogenata diede gr. 9 di ossalato.

L'ossalato di Trimetilenfenildiamina cristallizza in piccoli mammelloni bianchi, poco solubile nell'acqua fredda, di più a caldo: riscaldato a 165°-170° imbrunisce e si decompone con sviluppo gassoso a 185°-190°. Si ebbe la base libera mediante l'idiato potassico.

Analisi:

trovato			calcolato p. C ⁹ H ¹⁴ N ²
C	71.70	71.85	72.00
\mathbf{H}	9.64	9.58	9.33
N	18.47	18.22	18.66

La Trimetilenfenildiamina è un liquido incoloro, appena preparata, ma diventa poco dopo gialliccia e col tempo anche fuori del contatto dell'aria s'inbruna; ha odore ammoniacale e rammenta quello dell'anilina; bolle indecomposta alla temperatura di 281°-282° essendo la pressione, ridotta a 0°, di mm. 758,1. A—15° non solidifica. La densità allo stato liquido è rappresentata dai seguenti numeri:

a 0° riferita all'acqua a 0° =
$$1.0356$$

+ 15 ° " " = 1.0256
+ 99 °.8 " " = 0.9573

È solubile nell'alcool e nell'etere e qualche poco anche nell'acqua: 1 p. si scioglie all'incirca in 300 p. di acqua fredda. La sua soluzione in eccesso di acido cloridrico non precipita col joduro doppio di bismuto e potassio, come non da alcuna colorazione violacea col dicromato potassico.

Riscaldata con soluzione alcoolica d'idrato potassico ed alcune goccie di cloroformio svolge l'odore nauseante degli isonitrili, reazione caratteristica delle basi primarie (54). A. Goldenring preparò in seguito questa base (55) decomponendo con acido cloridrico la γ -anilidopropilitalimide

$$C^8H^4O^2 = N - CH^2 - CH^2 - CH^2 - NHC^6H^5$$

e trovò che le proprietà della sua base coincidevano con quelle da me descritte.

Si ottenne per azione diretta di una corrente di acido cloridrico gassoso e secco sopra la soluzione della base nell'etere puro. Si precipitano dei fiocchi bianchi, eristallini, solubilissimi nell'acqua, dalla quale cristallizzano in aghi raggruppati, pure solubili nell'alcool.

Analisi:

	trovato	calculato
Cl.	32.08	31.83
N	12.67	12.55

La soluzione acquosa del cloridrato riduce a freddo i sali di platino e di oro, non riduce, nemmeno a caldo, il liquido cupro-potassico di Fehling.

Il cloridrato sottoposto all'azione del calore si decompone prima di fondere, e sapendo dalle esperienze del Ladenburg (⁵⁶) che i cloridrati delle diamine libere si trasformano in, *Imine*, ho voluto studiare con qualche dettaglio questa decomposizione pirogenica (⁵⁷) sopra la prima diamina sostituita preparata.

In questo caso si possono ottenere due composti:

 α) il cloridrato di un'imina sostituita, se la reazione procede nel senso dell'equazione;

$$(CH^2)^3 \begin{array}{c} NH^2HCl \\ NHC^6H^5HCl \end{array} = (CH^2)^3 : N - C^6H^5 \ , \ HCl + NH^4Cl.$$

b) il cloridrato della trimetilenimina, se la reazione procede a seconda dell'equazione

$$(\mathrm{CH^2})^3 \overset{\mathrm{NH^2HHCl}}{\sim} = (\mathrm{CH^2})^3 : \mathrm{NH}, \mathrm{HCl} + \mathrm{C^6H^5NH^2}, \mathrm{HCl}$$

L'esperienza dimostrò che la decomposizione ha luogo secondo la prima equazione.

Il cloridrato di Trimetilenfenildiamina ben disseccato e finamente polverizzato venne distillato a fuoco nudo in piccole stortine in quantità non eccedente i 3 gr. per ogni stortina. Si sospese il riscaldamento quando tutto il sale era sublimato nella volta e nel collo della stortina; si ripigliò la massa con acqua acidulata con acido cloridrico e la soluzione acquosa colorata in rosso-bruno, filtrata dalla materia resinosa che si forma in discreta quantità, venne concentrata a bagno maria fino a

consistenza siropposa. Aggiungendo allo siroppo dell'alcole assoluto, si ebbe precipitato del cloruro di ammonico, che si ottenne bianchissimo mediante ripetuti lavaggi con alcole assoluto, e si convertì in cloroplatinato.

Analisi:

trovato calcolato (NH4Cl)2PtCl4
Pt 43.94 43.84

Le acque madri alcooliche vennero diluite con 20 a 25 volumi di acqua e rese più acide con aggiunta di pochi centimetri cubi di acido cloridrico psp. 1.10, indi trattate con soluzione di joduro bismuto-potassico. Si ebbe immediatamente un precipitato fioccoso di color rosso che venne subito filtrato e lavato con acqua. Le prime acque filtrate non lasciarono depositare col riposo quantità apprezzabile di precipitato.

Il composto bismutico, asciugato fra carta, viene sospeso in acqua ed addizionato di un grande eccesso di soluzione al 50 °/o di idrato potassico e poi sottoposto alla distillazione in corrente di vapore.

Col vapor d'acqua distillò un olio incoloro di odore empireumatico che ricorda alla lontana l'odore viroso della coniina.

Questa base oleosa si disciolse nell'acido cloridrico diluito e la soluzione acquosa del cloridrato svaporata a bagno maria, indi tenuta per più giorni in un essicatore ad acido solforico nel vuoto, divenne un denso siroppo, ma non presentò traccie di cristallizzazione. Nemmeno l'aggiunta di alcole assoluto fece depositare il sale solido. Perciò si diluì con acqua e si aggiunse cloruro platinico, che diede immediatamente un precipitato giallo-rosso.

Si fece bollire e si filtrò a caldo. Col raffreddamento la soluzione diventò dapprima lattiginosa, indi si depositò un precipitato fioccoso microcristallino di colore giallo-rosso, del cloroplatinato della Trimetilenfenilimina

[(CH²)³=N-C⁶H⁵HCl]²PtCl⁴

Analisi:

	trovato		${\bf calcolato}$
\mathbf{C}	32.35		31.98
$_{\mathrm{H}}$	3.79		3.55
Pt	28.39	28.57	28.78

Lo studio della base libera non potè farsi per l'esiguità del materiale ottenuto, però l'andamento della decomposizione è stato pienamente dimostrato.

Succinato. - C9H14N2C4H6O4

Si ottenne precipitando con una soluzione alcoolica di acido succinico la soluzione eterea della base. Cristallizza dall'alcole in belle laminette bianche splendenti che si raggruppano a ciuffo.

È solubilissimo nell'acqua fredda, poco solubile nell'alcool freddo, quasi insolu-

bile nell'etere e nella miscela di alcole ed etere. Fonde alla temperatura corretta di 100°-102°.

Analisi:

$${\it Dibenzoil trime tilen fenil diamina, - (CH^2)^3} \\ < \frac{NC^6H^5COC^6H^5}{NHCOC^6H^5}$$

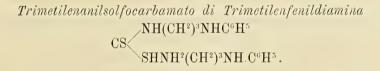
Questo benzoilderivato è stato preparato col metodo di Baumann (⁵⁸) proposto sulla fine del 1888, e presentava un certo interesse il dimostrare se le diamine so-stituite, che contenevano un gruppo imidico, dessero ancora quantitativamente il derivato benzoilico collo stesso procedimento. L'esperienza dimostrò che la reazione avviene quantitativamente (⁵³).

Gr. 0,482 di succinato si sciolgono in 100 cc. di acqua, ed alla soluzione si aggiungono 5 cc. di cloruro di benzoile e 40 cc. di soluzione d'idrato sodico al 10 °/o e si agita fortemente. Rimane un olio leggermente colorato in giallo che tosto si rappiglia in una massa solida cristallina, la quale raccolta sopra un filtro si lava con acqua fredda e si dissecca nel vuoto sull'acido solforico. In seguito si ridiscioglie nell'alcool freddo e si precipita con acqua. Così depurato il derivato benzoilico pesa gr. 0,640. La quantità teorica richiesta dal peso anziscritto di succinato per un derivato dibenzoilico è di gr. 0,643.

Analisi:

	trovato	calcolato
\mathbf{C}	77.00	77.09
\mathbf{H}	6.16	6.14
N	7.89	7.82

La Dibenzoiltrimetilenfenildiamina cristallizza in belle laminette bianche splendenti, con una leggera punta di roseo; è insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool; fonde alla temperatura corretta di 96°5-97°5.



Si scioglie la base nell'alcool diluito, indi si aggiunge un leggero eccesso di solfuro di carbonio e si agita vivamente. Si ha subito deposito di una massa cerosa che dopo un po' di tempo indurisce. Si riscalda dapprima a bagno maria per scacciare l'eccesso di solfuro di carbonio, indi all'ebollizione a fuoco diretto. A quest'ultima temperatura rimane indisciolta una piccola quantità di resina gialla; la soluzione filtrata bollente, diventa col raffreddarsi dapprima lattiginosa, indi poco a poco

si depositano delle bellissime laminette bianche del nuovo composto, che si depura completamente con una nuova cristallizzazione dall'acqua.

Analisi:

	trovato	calcolato
N	14.74	14.89
S	16.82	17.02

Questo sale cristallizza dall'acqua in belle laminette bianche, splendenti, poco solubile nell'acqua fredda, insolubile nell'alcool. Riscaldato in tubicino di vetro si decompone con sviluppo gassoso a 116° e secondo Goldering (55) si forma la Trimetilenfenilsolfurea in piccola quantità.

È da notarsi il comportamento diverso col solfuro di carbonio di questa diamina sostituita in confronto alla Etilendiamina. Mentre per quest'ultima la reazione avviene fra numero di molecole eguali (59).

$$(CH^2)^2 \stackrel{NH^2}{\underset{\cdot}{\bigvee}} + CS^2 = NH^2(C.H^2)^2NH.CS^2H$$

nel primo caso avviene secondo l'equazione

$$2(CH^2)^3 \begin{array}{c} NHC^6H^5 \\ NH^2 \end{array} + CS^2 = CS \begin{array}{c} SHNH^2(CH^2)^3NHC^6H^5 \\ NH(CH^2)^3NHC^6H^5 \end{array}$$

1-Para-tolilpirrazolino dal Tolilpirrazolo. —
$$HC$$
 HC
 N
 CH^3

L'idrogenazione del p-tolilpirrazolo si fa nello stesso modo e nelle stesse condizioni di quella dell'I-fenilpirrazolo. Si scioglie in 10 a 12 p. di alcole assoluto 1 p. di pirrazolo ed alla soluzione bollente si aggiunge poco alla volta ½ p. di Sodio. Evaporato l'alcool a bagno maria, previa aggiunta di acqua, si agita il residuo acquoso con etere, ed in seguito si lava l'etere con una soluzione diluitissima di acido ossalico. Già nell'imbuto dove si fa questo trattamento si precipita l'ossalato della base trimetilenica che si forma nell'idrogenazione e che studieremo in seguito. La porzione eterea separata dall'acqua acida e filtrata viene disseccata con potassa fusa e, distillato l'etere, il residuo cristallino che rimane, viene sottoposto alla distillazione raccogliendo a parte la porzione sotto 275°. Quando il termometro segna questa temperatura, si sospende il riscaldamento ed il residuo rimasto nella stortina si cristallizza molte volte dall'alcole a 80 %. Si arriva mediante ripetute cristallizzazioni ad ottenere il pirrazolino puro.

Analisi:

	trovato	calcolato per C¹ºH¹²N
\mathbf{C}	74.79	75.00
\mathbf{H}	7.61	7.50

Para-tolilpirrazolino dall'Acroleina.

Ho preparato questo composto versando una soluzione di 20 gr. di Acroleina pura in 50 gr. di etere, dentro ad una soluzione raffreddata di 45 gr. di p-tolilidrazina in 500 gr. di etere, ed abbandonando in seguito la miscela alla temperatura ordinaria per 24 ore. Si separa acqua, e si deposita una piccola quantità di sostanza fioccosa, colorata in giallo-rosso. La soluzione eterea filtrata lascia, colla distillazione dello sciogliente, un residuo siropposo, al quale si aggiunge un 350 a 400 gr. di una soluzione al 2 °/o di acido solforico, e si sottopone alla distillazione in corrente di vapore. Col vapor d'acqua passa il p-tolilpirrazolino, che rende dapprima lattiginoso il distillato, ed infine col raffreddamento si depone cristallizzato in belle lamine madreperlacee. La rendita è all'incirca la metà dell'Acroleina impiegata.

Analisi:

	trovato		calcolato
\mathbf{C}	74.85	•	75.00
\mathbf{H}	7.59		7.50

Entrambi i p-tolilpirrazolini, ottenuti coi due diversi processi descritti, presentano le stesse proprietà. Cristallizzano in belle lamine micacee, solubili nell'alcole, nell'etere, nell'etere di petrolio, ed anche un po' nell'acqua calda. Fondono alla temperatura corretta di + 60°.5 (quello dal pirrazolo tra 60° e 61°) e bollono alla temperatura di 281°-282° (termometro nel vapore) alla pressione ridotta a 0°, di mm. 757,9. Le loro soluzioni acquose acidulate con acido solforico danno col dicromato potassico una colorazione rosso-viola.

Il p-tolilpirrazolino si scioglie nell'acido cloridrico fumante, e l'aggiunta di acqua lo precipita inalterato.

Trimetilen-p-tolildiamina dall'-1p-tolilpirrazolo, —
$$\begin{array}{c} \text{CH}^2\text{NH} \\ \text{CH}^3 \\ \text{CH}^2 \\ \text{CH}^2\text{NH}^2 \end{array}$$

La soluzione acquosa, separata dalla soluzione eterea del pirrazolino, evaporata convenientemente, lascia depositare col raffreddamento l'ossalato di Trimetilen-p-tolildiamina cristallizzato in piccoli mammelloni duri, formati da piccoli aghetti raggruppati a sfera; se invece si tratta la soluzione acquosa concentrata con alcole, si ottiene cristallizzato in minute laminette splendenti.

Riscaldato lentamente, il composto comincia ad imbrunirsi a 201° e fonde decomponendosi con sviluppo gassoso a 207°-208°.

Analisi:

Trovato calcolato p.
$$C^{10}H^{16}N^2$$
, $C^2H^2O^4$ N 10.74 11.02

La base libera è un liquido giallognolo, che, raffreddato a — 15°, si rappiglia in una massa cristallina; bolle senza decomposizione a 286°-287° (termometro nel vapore). È solubile nell'alcoole, nell'etere, negli acidi diluiti, insolubile nell'acqua; la soluzione nell'acido solforico diluito dà col dicromato potassico una colorazione rossobruna. Riscaldata con alcune goccie di cloroformio e soluzione alcoolica di idrato potassico svolge l'odore caratteristico degli isocianuri.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C¹ºH¹6N°
C	72.98	73.17
\mathbf{H}	9.87	9.75

Cloridrato C15H16N2.2HCl.

Venne ottenuto saturando con acido cloridrico gassoso la soluzione eterea della base. In queste condizioni si ottiene sotto forma di fiocchi bianchi cristallini, che non fondono ancora a 240°; riscaldato su lamina di platino si volatilizza decomponendosi in parte. È solubilissimo nell'acqua, un po' solubile nell'alcole concentrato e caldo, e l'etere lo precipita dalla soluzione alcoolica in polvere microcristallina.

La soluzione acquosa riduce a freddo i sali d'oro, come pure il cloruro platinico lentamente a freddo, immediatamente a caldo; non riduce il liquido di Fehling.

Idrogenazione dell'I-ortotolilpirrazolo.

Mentre l'1-fenilpirrazolo e l'1-para-tolilpirrazolo idrogenati con Sodio ed alcole danno una soluzione, che acidificata con acido solforico e trattata in seguito cogli ossidanti, sviluppa una colorazione rosso-viola od azzurra a secondo della diluizione, l'1-ortotolilpirrazolo non dà luogo ad alcuna colorazione. Ho tentato l'idrogenazione a freddo coll'amalgama di Sodio in liquido leggermente acidificato con acido acetico, ma ho avuto lo stesso risultato negativo, come pure non ho avuto addizione di idrogeno adoperando alcole amilico e Sodio (80).

Siccome le diamine, ultimi prodotti di idrogenazione dei due pirrazoli studiati, non danno colorazioni caratteristiche cogli ossidanti, la mancanza in questo caso di una colorazione indicante il derivato pirrazolinico poteva attribuirsi all'idrogenazione più profonda della molecola, perciò ho creduto necessario di ripetere anche per questo pirrazolo lo stesso processo di idrogenazione seguito per gli altri.

La parte acquosa, proveniente dal trattamento col Sodio della soluzione alcoolica dell'o-tolilpirrazolo, venne estratta con etere; e l'etere agitato con soluzione diluita di acido ossalico.

La soluzione ossalica concentrata non diede altro che un po' di acido ossalico cristallizzato. La soluzione eterea, dopo agitazione con soluzione diluita di idrato potassico e disseccamento con potassa fusa, lascia alla distillazione un residuo liquido bollente a 246° (termometro nel vapore) che presenta tutti i caratteri dell'o-tolil-pirrazolo.

trovato N 17.87 calculato p. $C^3H^3N^2C^7H^7$. 17.72

L'ipotesi più razionale che si può fare per spiegare il fatto della mancata idrogenazione è, che la posizione orto del gruppo metile abbia una qualche influenza sull'addizione dell'idrogeno, e quest'ipotesi, da me fatta fin dal 1887, (60) è stata nuovamente emessa da A. Hantzsch nel 1890 (61) per spiegare la mancanza di reazionabilità del CO acetonico coll'idrossilamina.

Per corredare di fatti la mia ipotesi ho ossidato i due tolilpirrazoli e studiato il comportamento all'idrogenazione dei due acidi pirrazolbenzoici isomeri che s'erano prodotti. La preparazione di acidi pirrazolbenzoici presentava ancora interesse sotto un altro punto, perchè tali acidi erano i primi acidi aromatici che contenessero un atomo d'idrogeno del fenile sostituito da un radicale a nucleo carboazotato, e nei quali la concatenazione avviene per mezzo dell'azoto.

Acido p-pirrazolbenzoico
$$\begin{array}{c|c} CO_2H & & N & CH \\ \hline N & CH & CH \\ \hline \end{array}$$

Si ottiene quest'acido ossidando il p-tolilpirrazolo col permanganato potassico in soluzione alcalina.

La pratica dell'operazione è la seguente: si sospendono in 100 cc. di acqua, contenente 6 gr. di idrato potassico sciolti, gr. 6 di p-tolilpirrazolo e si riscalda in bagno ad acqua alla temperatura di 70°-80°.

Il pirrazolo fonde e la massa, agitata vivamente, viene addizionata a poco a poco di una soluzione contenente gr. 12 di permanganato potassico in 200 cc. di acqua. Le quantità di pirrazolo e di ossidante corrispondono all'equazione:

$C^{3}H^{3}N^{2}.C^{6}H^{4}.CH^{3}+2KMnO^{4}=K^{2}O+2MnO^{2}+H^{2}O+C^{3}H^{3}N^{2}.C^{6}H^{4}COOH$

L'ossidazione è lenta, poichè le quantità sopranotate di reagenti richiedono parecchie ore (da 5 a 6) prima che il liquido sia completamente scolorito. In detta reazione rimane ancora del pirrazzolo inalterato, il quale si può riavere sottoponendo la massa alla distillazione in corrente di vapore d'acqua. La soluzione alcalina, filtrata dall'ossido di manganese ed acidificata con acido solforico diluito, precipita l'acido pirrazolbenzoico.

Le quantità del nuovo acido e del pirrazolo inalterato sono le seguenti:

- I. Gr. 6 di p-tolilpirrazolo diedero gr. 1,95 di acido e si riottennero gr. 3,55 di pirrazolo inalterato. Da ciò si calcola che gr. 2,45 di pirrazolo hanno dato gr. 1,95 di acido.
- II. Gr. 4 di p-tolilpirrazolo diedero gr. 0,993 di acido e si riottennero gr. 2,22 di pirrazolo inalterato, ossia gr. 1,78 di pirrazolo diedero gr. 0,993 di acido.

L'acido ottenuto nelle diverse operazioni si lava ben bene con acqua fredda, nella quale è quasi insolubile; indi, asciugato fra carta, si dissecca nel vuoto sull'acido solforico e si depura cristallizzandolo dall'alcole assoluto caldo, nel quale veicolo è

pure poco solubile. Le acque madri acide vengono estratte con etere, ma questa estrazione può anche trascurarsi perchè si ricavano solo traccie di acido pirrazolbenzoico.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C¹ºH ⁸ N ² O	2
\mathbf{C}	63.53	63.82	
Η	4.34	4.25	
N	14.78	14.89	

L'acido p-pirrazolbenzoico cristallizza in piccoli aghetti leggermente colorati in giallo, fusibili a 264°-265° (temp. corr.) in un liquido giallo-rosso. È quasi insolubile nell'acqua fredda, pochissimo solubile nell'acqua calda e nell'alcole freddo, poco solubile nell'alcole caldo, nell'etere, e nell'acido acetico. L'acido solforico concentrato lo discioglie dando una soluzione gialla, e da questa l'acqua lo riprecipita inalterato. Così pure l'acido cloridrico fumante lo discioglie e la diluizione del soluto lo riprecipita. Ciò dimostra la debolissima funzione basica del composto, proprietà comune ai pirrazoli.

La soluzione nell'acido cloridrico fumante non dà precipitato coll'aggiunta di una soluzione acida e concentrata di cloruro platinico.

La soluzione alcolica bollente addizionata di Sodio metallico, indi, completata l'azione, acidulata con acido solforico, non dà alcuna colorazione nè col dicromato potassico, nè col percloruro di Ferro.

Etere etilico. — C3H3N2.C6H4.CO2C2H5.

Si scioglie l'acido p-pirrazolbenzoico nell'acido cloridrico fumante, indi si aggiungono due volumi di alcole assoluto e la miscela si satura con una corrente di acido cloridrico gassoso e secco, non impedendo il riscaldamento. L'indomani si scaccia l'alcole e l'acido cloridrico in eccesso riscaldando a bagno maria ed il liquido residuo si satura con carbonato sodico e si estrae il p-pirrazolbenzoato etilico con etere. Il residuo dell'evaporazione dell'etere si rappiglia tosto in una massa cristallina, che viene ricristallizzata dall'alcole a 85 % caldo.

Analisi:

	trovato	calcolato
C	66.55	66.66
Н	5.64	5.55

Il p-pirrazolbenzoato d'etile cristallizza in begli aghi bianchi con una punta di giallo od in laminette splendenti che si dispongono a rosetta, untuose al tatto; è solubile nell'alcole e nell'etere, specialmente a caldo: fonde a 61°-62° (temp. corret.). La soluzione nell'alcole assoluto e bollente trattata con Sodio, indi acidificata con acido solforico, non dà alcuna colorazione nè col dicromato potassico, nè col cloruro ferrico, nè col nitrito potassico; e l'acido che si riottiene fonde a 264°.

Si ottiene saturando l'acido colla quantità molecolare di carbonato sodico puro in soluzione mediocremente diluita. La soluzione acquosa colorata in giallo-chiaro,

convenientemente concentrata, si addiziona di egual volume di alcole assoluto; col raffreddamento cristallizza il sale in piccoli aghetti bianchi, aggruppati a sfera. È solubilissimo nell'acqua fredda, meno solubile nell'alcole diluito e non contiene acqua di cristallizzazione.

Analisi:

trovato calcolato
Na 11.11 10.95

Sale baritico. — (C¹ºH¹N²O²)²Ba.

Trattando la soluzione acquosa del sale sodico con cloruro baritico si ha un precipitato voluminoso bianco, che si discioglie a caldo in molt'acqua. Col raffreddamento della soluzione si deposita il nuovo sale cristallizzato in belle laminette bianche, di splendore setaceo, untuose al tatto, e pochissimo solubili nell'acqua fredda. Il sale è anidro; infatti riscaldato a 150° non si notò perdita di peso.

Analisi:

trovato calcolato
Ba 26.75 26.81

La soluzione del sale sodico concentrata e a freddo dà:

Col cloruro di calcio — precipitato bianco solubile in molt'acqua a caldo.

Coll'acetato di piombo - precipitato bianco insolubile a caldo in molt'acqua.

Col solfato di zinco — precipitato bianco solubile in molt'acqua a caldo.

Col cloruro mercurico — precipitato bianco insolubile a caldo in molt'acqua.

Col nitrato d'argento — precipitato bianco caseoso, insolubile a caldo in molta acqua.

Col solfato di rame — precipitato bianco azzurrognolo, insolubile a caldo in molta acqua.

$$\textbf{A} \textbf{cido orto-pirrazolbenzoico.} = \underbrace{ \begin{matrix} \textbf{CO}^{\circ}\textbf{H} & \textbf{N} & \textbf{CH} \\ -\textbf{N} & \textbf{CH} \\ \textbf{H} \end{matrix} }_{\textbf{C}}$$

L'ossidazione dell'o-tolilpirrazolo si compie nello stesso modo di quella del para derivato ora descritta. Anche in questo caso adoperando la quantità molecolare di permanganato potassico rimane ancora del pirrazolo inalterato, che viene riacquistato colla distillazione in corrente di vapore.

La rendita in acido è migliore che per il p-derivato poichè da 7 grammi di o-tolilpirrazolo si ottennero 6 gr. di acido o-pirrazolbenzoico.

Essendo quest'acido un po' solubile nell'acqua conviene, quando si precipitano le acque alcaline concentrate provenienti dalla filtrazione dell'ossido di manganese, di

estrarlo con etere anzichè separarlo per semplice filtrazione. Si ha subito il prodotto puro ricristallizzando una volta dall'alcole a 50 % bollente il composto greggio.

Analisi:

calcolate	trovato	
63.82	63.69	C
4.25	4.34	\mathbf{H}

L'acido o-pirrazolbenzoico cristallizza in belli aghi prismatici della lunghezza di 7 ad 8 mm. colorati in giallo-chiaro, di splendore vitreo: fonde a 138°,5-139° (temp. corret.) in un liquido giallo chiaro. E solubile nell'acqua calda, meno nella fredda, solubile nell'alcole, nell'etere; solubile nell'acido cloridrico fumante e la diluizione della soluzione non fa precipitare l'acido organico; la stessa soluzione trattata con cloruro platinico non dà origine a precipitato; si scioglie parimenti nell'acido solforico concentrato dando una soluzione colorata in giallo chiaro.

La soluzione nell'alcole assoluto bollente, addizionata di Sodio ed acidificata in seguito con acido solforico diluito, non dà colorazione col dicromato potassico, nè col percloruro di ferro.

Etere etiliço. — C3H3N2.C6H2.CO2C2H5.

Si ottiene questo composto sciogliendo l'acido nell'alcole a $95\,^{\circ}/_{\circ}$, aggiungendo in seguito $^{1}/_{3}$ del volume dell'alcole di acido solforico concentrato e lasciando digerire la miscela per tre a quattro ore alla temperatura di 50° - 60° . Dopo una notte di riposo si satura con carbonato sodico, previa diluizione con acqua, e l'olio, che si separa, viene estratto con etere. L'etere lavato ripetutamente con acqua ed infine disseccato con cloruro di calcio fuso, lascia coll'evaporazione un liquido oleoso, che distilla quasi tutto alla temperatura di 304° - 306° .

Analisi:

	trovato	calcolato
C	66.42	66.66
Н	5.65	5.55

L'o-pirrazolbenzoato di etile è un liquido oleoso di colore giallo, che bolle alla temperatura di 308°-310° (term. nel vapore); raffreddato a — 10° si conserva liquido. È insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere. Bollendo la soluzione alcoolica con pezzettini di Sodio ed, a soluzione completa, acidificando con acido solforico diluito e trattando in seguito con soluzioni di dicromato potassico, di percloruro di ferro o di nitrito sodico, non si ha alcuna colorazione.

L'alcoolato sodico che si è formato ha saponificato l'etere, e l'acido che si riottenne fondeva a 138°-139°.

Sale baritico. — (C¹ºH⁷N²O²)² Ba.

Si ottiene saturando la soluzione acquosa dell'acido con idrato baritico in leggero eccesso ed eliminando l'eccesso di base con una corrente di anidride carbonica nel mentre che il liquido è in ebollizione. Si concentra la soluzione e col raffreddamento si deposita il sale cristallizzato sotto forma di croste cristalline, formate da prismi molto appiattiti, sovrapposti. I cristalli sono duri ed hanno una lucentezza vitrea: non contengono acqua di cristallizzazione e sono solubili nell'acqua.

Analisi:

trovato calcolato
Ba 26.49 26.81

Il sale sodico è solubilissimo nell'acqua, perchè saturando una soluzione di acido colla quantità molecolare di carbonato sodico puro e concentrando la soluzione a siroppo, anche dopo un lungo soggiorno in un essicatore, non si ottiene il sale cristallizzato. Nemmeno l'aggiunta di alcole assoluto fa depositare il sale sotto forma solida.

Quasi tutti i sali di quest'acido sono solubili nell'acqua. Difatti la soluzione del sale sodico di media concentrazione dà:

Col cloruro di calcio — nessun precipitato.

Col solfato di rame — nessun precipitato: il liquido assume una colorazione azzurra più carica.

Coll'acetato di piombo — si conserva limpido.

Col solfato di zinco — idem.

Col cloruro mercurico — leggero intorbidamento solubile a caldo: col raffreddamento il sale cristallizza in piccoli mammelloni bianchi.

Col nitrato d'argento — leggero precipitato bianco solubile a caldo: col raffreddamento il sale cristallizza anche in piccoli mammelloni bianchi, splendenti.

Le esperienze descritte mi dimostrano che, oltre alla posizione delle catene laterali del gruppo fenile, anche la qualità della catena ha un'influenza sulla idrogenazione del nucleo pirrazolo. Difatti, mentre il p-tolilpirrazolo dà il derivato pirrazolinico, l'acido p-pirrazolbenzoico ed il suo etere etilico non godono più di questa proprietà.

La trasformazione quindi del — $\rm CH^3$ in — $\rm CO^2H$ e — $\rm CO^2C^2H^5$ impedisce l'idrogenazione.

Orto-tolilpirrazolino dall'Acroleina.
$$|$$
 N $|$ N

Per la preparazione di questo composto ho adoperato 40 gr. di Acroleina pura sciolta in 100 gr. di etere e 90 gr. di o-tolilidrazina sciolti in 600 gr. di etere.

Ho ottenuto all'incirca 20 gr. di un olio giallognolo che, distillato, passò tutto alla temperatura di 270°-272° (termometro nel vapore).

Analisi:

	trovato	calcolato p. C¹ºH¹²N²
\mathbf{C}	74.68	75.00
$_{\mathrm{H}}$	7.47	7,50

L'o-tolilpirrazolino è un liquido incoloro appena distillato, che prende però subito una leggiera punta di giallo; è pochissimo solubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere. La soluzione acquosa, acidulata con acido solforico, dà col dicromato potassico una colorazione azzurro-indaco; la soluzione acquoso-alcoolica, una colorazione violacea. Raffreddato a — 15° si conserva liquido; bolle alla temperatura corretta di 271° alla pressione, ridotta a 0°, di mm. 759,5, senza subire decomposizione. La densità allo stato liquido a 0°, riferita all'acqua pure a 0°, è eguale a 1,084. Si scioglie nell'acido cloridrico fumante, e l'acqua lo riprecipita inalterato dalla soluzione.

Basi trimetileniche dai Pirrazolini.

Rimane ora da studiare se i pirrazolini, ottenuti colla reazione di E. Fischer mediante l'Acroleina, sono capaci di addizionare idrogeno. Nelle esperienze seguenti si dimestra che l'addizione avviene e che si formano le stesse basi trimetileniche che si ottennero dai pirrazoli.

1-Fenilpirrazolino.

Una parte di pirrazolino si sciolse in 10 a 12 parti di alcole assoluto ed alla soluzione, mantenuta in viva ebollizione, si aggiunse a poco alla volta 1 p. di Sodio tagliato in lamelle sottili; terminata l'aggiunta del Sodio si diluì con acqua e si svaporò a bagno maria la maggior parte dell'alcool, indi il residuo si agitò diverse volte con etere; successivamente l'etere si estrasse con soluzione diluita di acido ossalico ed infine colla concentrazione della soluzione acquosa si ottenne cristallizzato l'ossalato della base, che, mediante ricristallizzazione dall'acqua bollente, si depurò completamente.

Esso cristallizza in piccoli mammelloni bianchi, che imbruniscono a 165°-170° e si decompongono con sviluppo di gas a 185°-190°. La base libera è un liquido incoloro che pure ingiallisce ed imbrunisce col tempo; è quasi insolubile nell'acqua; non dà la reazione colorata col dicromato potassico in soluzione acida; la sua soluzione cloridrica riduce i sali d'oro e di platino a freddo, non riduce il liquido di Fehling: bolle senza decomporsi a 276°-277°.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C°H¹⁴N
C	71.81	72.00
Н	9.63	9.33

1-Paratolilpirrazolino.

L'idrogenazione si fece nello stesso modo ora descritto. L'ossalato ottenuto in seguito alle diverse manipolazioni, che per brevità tralascio di descrivere, cristallizza dalla soluzione acquosa in piccoli mammelloni; se invece si precipita coll'aggiunta di alcole, si ottiene in piccole squamette lucenti. È pochissimo solubile nell'alcool, molto nell'acqua; riscaldato incomincia ad imbrunire a 201° e fonde decomponendosi completamente con sviluppo di gas a 207°-208°.

Analisi:

La base libera è un liquido oleoso giallognolo, che raffreddato a — 15° si rappiglia in massa cristallina: bolle senza decomporsi a 285°-287 (term. nel vapore). È solubile nell'alcool, nell'etere, negli acidi diluiti, insolubile nell'acqua. La soluzione in acido solforico diluito dà col dicromato potassico una colorazione bruna. Riscaldata con cloroformio e potassa alcoolica svolge l'odore caratteristico delle carbilamine.

Ho analizzato il cloridrato ottenuto sciogliendo la base nell'acido cloridrico; evaporata in seguito la soluzione a bagno maria fino a secchezza, ho ripreso con alcole
assoluto freddo il residuo che si era colorato leggermente in bruno. Rimase indisciolto e bianco il cloridrato, che presentò tutti i caratteri di quello della base preparata coll'idrogenazione del pirrazolo.

Analisi:

trovato calcolato p.
$$C^{10}H^{16}N^2.2HCl$$
 Cl 30.15 29.95

1-Orto-tolilpirrazolino.

L'o-tolilpirrazolino sciolto in alcole assoluto venne trattato con Sodio nello stesso modo tenuto per l'idrogenazione degli altri pirrazolini.

L'ossalato della base cristallizza dalla soluzione acquosa in fini aghi bianchi, riuniti a sfera in modo da formare piccoli mammelloni; è solubile nell'acqua fredda, insolubile nell'alcole. Riscaldato incomincia ad annerirsi a +175° e fonde decomponendosi completamente con sviluppo gassoso a 194°-196°.

Analisi:

La base, ottenuta per decomposizione dell'ossalato con idrato potassico, è un liquido giallognolo, insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere; non si

solidifica se viene raffreddata a — 15°. È solubile negli acidi diluiti, e la soluzione solforica addizionata di alcune goccie di dicromato potassico prende una colorazione bruna. Bolle alla temperatura di 280°-282°. Riscaldata con alcune goccie di cloroformio ed un po' di soluzione alcolica di idrato potassico svolge l'odore caratteristico degli isonitrili.

Analisi:

	trovato		calcolato p. $C^{10}H^{16}N^2$
\mathbf{C}	73.32		73.17
\mathbf{H}	9.86		9.75

Cloridrato. — C10H16N2.2HCl.

Fu preparato sciogliendo la base nell'acido cloridrico p.sp. 1,10. Evaporato il liquido a secchezza a bagno maria, e ripreso il residuo con alcole assoluto, rimase indisciolto per la massima parte il cloridrato bianchissimo.

Dall'acqua cristallizza in begli aghi fini, solubilissimi; è pure un po' solubile nell'alcool e l'etere lo precipita dalla soluzione alcolica. La soluzione acquosa riduce i sali di platino, lentamente a freddo, rapidamente a caldo. Riscaldato lentamente in tubicino di vetro sottile comincia a rammollirsi a 219°, e fonde decomponendosi a 224°.

Analisi:

	trovato	•	calcolato
C1	29.98		29.95

Dalle esperienze descritte risulta, che l'idrogenazione dei due tolilpirrazolini non è più influenzata dalla posizione dei due gruppi metili esistenti nel radicale tolile.

Idrogenazione di pirrazoli polisostituiti.

L'idrogenazione dei pirrazoli polisostituiti col metodo di Ladenburg, cioè coll'idrogeno svolto per azione del Sodio sull'alcole etilico, era già stata in alcuni casi studiata da L. Knorr, il quale aveva creduto di constatare esclusivamente la formazione di un derivato pirrazolinico. Così egli dall'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo, dice di avere isolato l'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo il corrispondente pirrazolino (63).

La scoperta delle basi trimetileniche sopra esposta, m'imponeva l'obbligo di ripigliare questo studio, del quale incaricavo il mio assistente dott. G. Marchetti; studio che condusse a risultati inaspettati, i quali riferisco nelle pagine seguenti.

1-Fenil-4metil-5etilpirrazolo.

Questo pirrazolo venne preparato trattando la propionilpropionaldeide, o come ricerche ulteriori hanno reso più probabile (64) il composto

$$\begin{array}{c} \text{CHOH} \\ \text{C}_5\text{H}_2 & -\text{CO} & -\text{C} \\ || \\ \text{CH}_3 \end{array}$$

colla Fenilidrazina. Il prodotto sottoposto alla idrogenazione distillava alla temperatura di 282°-284°. L'idrogenazione si effettuò sciogliendo 25 gr. di pirrazolo in 500 gr. di alcool assoluto, ed aggiungendo poco alla volta 50 gr. di Sodio, tagliato in piccoli pezzi, alla soluzione in piena ebollizione. Si diluì la soluzione alcoolica con acqua, si distillò la maggior parte dell'alcool ed il residuo si estrasse con etere. La soluzione eterea lavata con acqua venne in seguito agitata con soluzione acquosa di acido ossalico. L'etere tenne disciolto il pirrazolo ed il pirrazolino formatosi nella reazione; i quali, ricuperati, si distillano e si sottopongono di nuovo all'idrogenazione. Il rendimento in base è molto scarso, nè si aumenta servendosi dell'alcool amilico come solvente. Ripetendo 10 volte coll'istessa quantità di pirrazolo l'operazione descritta, e concentrando nelle acque ossaliche tutta la base prodottasi, si riesce ad avere per alcalizzazione di queste, e successiva estrazione con etere, 4 grammi di un olio bruno. Distillato nel vuoto non presenta un punto di ebollizione costante perchè assorbe con grande avidità l'anidride carbonica dell'aria dando un composto pure liquido. Distilla tra 130°-160° un olio quasi incoloro.

Analisi:

Evidentemente la base conteneva tracce di carbonato, tuttavia l'analisi dimostra ch'essa è la metiletiltrimetilenfenildiammina

Questa base è un liquido leggermente giallognolo, di odore viroso nauseante, quasi insolubile nell'acqua, solubile nell'alcole e nell'etere. Dà col cloroformio e potassa la reazione delle amine primarie, caratterizzata dall'odore speciale della carbilamina che si forma. Non dà sali cristallizzabili cogli acidi solforico, pierico, urico,

succinico. Perfino l'ossalato, che si ottiene in piccoli cristalli quando alla soluzione della base nell'etere secco si aggiunge una soluzione di acido ossalico anidro nell'alcool assoluto, non si può filtrare, perchè l'umidità atmosferica lo scioglie imbrunendolo. La soluzione cloridrica della base riduce a freddo il cloruro di platino ed il cloruro d'oro. Anche il composto benzoilico, preparato col metodo di Baumann ed Udränszky (65), non condusse a buoni risultati. Si ottenne una massa bruna, vischiosa, che per lungo soggiorno nell'essicatore sull'acido solforico non cristallizzò. Sottoposta alla distillazione nel vuoto si decompose in un olio ed in una sostanza cristallina che non presentò la composizione del derivato benzoilico.

$$Solfocarbamato - CS \begin{bmatrix} NH[C^3H^4(CH^3)(C^2H^5) NHC^6H^5] \\ SH[NH^2-C^3H^4(CH^3)(C^2H^5)NHC^6H^5] \end{bmatrix}$$

La base si combina col solfuro di carbonio. Si sospende nell'acqua e si agita con solfuro di carbonio; si scaccia l'eccesso di questo a bagno maria, indi si aggiunge alcool fino ad avere una soluzione limpida a caldo e si lascia raffreddare lentamente. Col raffreddamento si depone il nuovo composto, che cristallizza in aghetti raggruppati a sfera. Riscaldato in tubicino di vetro si scompone imbrunendo tra 167° e 170°.

	trovato	calcolato
\mathbf{C}	66.18	65.21
\mathbf{H}	8.52	8.69

1-Fenil-3-5-dimetilpirrazolo.

Questo composto venne preparato secondo le indicazioni di L. Knorr (62) partendo dall'acetilacetone (66) (67).

$$\mathrm{CH^3} - \mathrm{CO} - \mathrm{CH^2} - \mathrm{CO} - \mathrm{CH^3}$$

Bolle alla temperatura di 272°. Analisi:

trovato calcolato p. $C^3H(CH^s)^2N^2C^6H^s$ N 15.93 16.18

È una base non tanto debole, perchè si discioglie negli acidi diluiti. L'acido solforico diluito 1 a 3 lo discioglie immediatamente e, diluendo anche con grande quantità d'acqua la soluzione, non si separa il pirrazolo. Dalla soluzione nell'acido cloridrico si può avere cristallizzato il cloridrato, che si ridiscioglie inalterato nell'acqua. Così pure una soluzione diluita di acido ossalico scioglie questo pirrazolo. Se però le soluzioni solforiche od ossaliche si agitano con etere, questo estrae quasi tutto il pirrazolo dalla soluzione. Ciò dimostra che i sali del pirrazolo, i quali non sono dissociabili per mezzo dell'acqua, lo divengono in presenza di etere.

L'idrogenazione di questo pirrazolo condusse ad un risultato inaspettato, cioè alla sostituzione del gruppo fenilico unito all'azoto con 1 atomo di idrogeno.

Le proporzioni di pirrazolo, alcool e Sodio, usate per la idrogenazione, sono le stesse di quelle adoperate nel caso precedente, come pure identiche le condizioni di temperatura. Si diluì in seguito la massa, si distillò l'alcool a bagno maria e si estrasse con etere. Questo, lavato con acqua, si agitò con soluzione acquosa d'acido ossalico di media concentrazione. L'etere tiene in soluzione il pirrazolo inalterato ed un po' di pirrazolino, che si potè riconoscere alla colorazione violacea cogli ossidanti, ed entrambi si ricuperano per le successive idrogenazioni. Alla soluzione ossalica si aggiunse un eccesso di potassa, si estrasse con etere e si distillò lo sciogliente. Rimase come residuo una sostanza ben cristallizzata in lamine a foglia di felce, bagnata da un liquido oleoso. La separazione della sostanza solida dall'olio si fa riscaldando il tutto con acqua in un cilindro alto e stretto; l'olio insolubile galleggia mentre la sostanza cristallizzata si discioglie. Si decanta il liquido limpido e caldo per mezzo di una pipetta, e pel raffreddamento cristallizzano le belle lamine bianchissime. La rendita è piccola; in una operazione di idrogenazione si trasforma circa il 10 º/o del pirrazolo adoperato. L'olio che accompagna la sostanza cristallina è una miscela di pirrazolo, pirrazolino e tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo come vedremo in seguito.

La depurazione ulteriore del composto cristallino si fa mediante il derivato argentico, che si ottiene trattando la sua soluzione acquosa con soluzione ammoniacale di nitrato d'argento. Si produce un precipitato bianco caseoso, insolubile nell'acqua calda, stabile alla luce, e che si può disseccare nella stufa alla temperatura di 100°.

Analisi:

trovato calcolato p.
$$C^5H^7N^2Ag$$

 Ag 52.90 53.20

3-5-Dimetilpirrazolo. — C³H(CH³)²N²H.

Il composto argentico venne decomposto con acido cloridrico e, filtrato il cloruro d'argento, si aggiunse liscivia d'idrato potassico in eccesso e si estrasse con etere. La soluzione eterea ben lavata con acqua, deposita per svaporamento il dimetilpirrazolo puro.

Analisi:

	trovato	calcolato
\mathbf{C}	62.43	62.50
\mathbf{H}	8.67	8.33
N	29.22 - 28.83	29.17

L'idrogenazione dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo procede in parte secondo l'equazione:

$CH^{3}(CH^{3})^{2}N^{2}C^{6}H^{5}+H^{2}=C^{6}H^{6}+C^{3}H(CH^{3})^{2}N^{2}H.$

Per verificare l'andamento della reazione si ricercò la benzina, facendo l'idrogenazione in un pallone munito di refrigerante ascendente per condensare il vapor d'alcool. Questo refrigerante era in comunicazione con un pallone munito di un altro refrigerante discendente, che metteva in un lungo tubo raffreddato con ghiaccio, onde poter raccogliere le piccole quantità di benzina che potevano essere trascinate dalla

corrente di idrogeno che si svolgeva in eccesso; infine il gas attraversava una serie di boccie di lavaggio contenenti, una dell'alcool, ed altre due del bromo sott'acqua. Il Sodio, che si adoperò, si tenne per lungo tempo immerso nell'etere anidro per liberarlo dalla nafta ed ogni pezzetto prima di introdurlo si schiacciava e comprimeva fortemente tra fogli di carta da filtro. Facendo la reazione con 40 gr. di dimetilfenilpirrazolo si ottenne, per aggiunta d'acqua alle prime porzioni distillate dall'alcool, più di 1 cc. di benzina. Questa venne caratterizzata dall'odore, dalla trasformazione in nitrobenzina con acido nitrico, e dalla colorazione violacea prodotta dalla soluzione di cloruro di calce sull'anilina ottenuta per riduzione della nitrobenzina. Non si potè riscontrare sostanza gassosa assorbita dall'alcool e dal bromo.

Il 3-5-dimetilpirrazolo cristallizza in belle lamine bianche, che si raggruppano a foglia di felce; si scioglie discretamente nell'acqua fredda, molto di più nell'acqua calda; solubile nell'alcool e nell'etere. È volatile col vapor d'acqua, sublima già a 90°, fonde tra 106° e 107°, e bolle a 218° alla pressione di 758,5 a 25° (*). Ha un odore particolare che ricorda le basi piridiche. Non dà la reazione di Knorr dei pirrazolini, e la soluzione acquosa dà con cloruro mercurico un precipitato bianco come fa il pirrazolo. Il suo cloridrato cristallizza in belli aghi bianchi, solubilissimi nell'acqua; il picrato si ottiene mescolando le soluzioni eteree dei due composti, sotto forma di aghetti gialli.

Cloroplatinato. — $[C^3H(CH^3)^2N^2HHCl]^2PtCl^4,2H^2O.$

Se si aggiunge alla soluzione acida per acido cloridrico del dimetilpirrazolo dell'acido cloroplatinico e si concentra a bagno maria, pel raffreddamento cristallizza il cloroplatinato. Si può avere cristallizzato in piccole lamine splendenti giallo-rosse aggiungendo alla soluzione acquosa concentratissima un miscuglio di alcole ed etere. Coll'evaporazione spontanea della soluzione acquosa, si ha in bei cristalli tabulari della lunghezza di 2 a 3 mm. Contiene 2 mol. di acqua di cristallizzazione che perde sull'acido solforico. Anidro fonde, scomponendosi, alla temperatura di 200°.

Analisi:

trovato	. calcolato
$H^2O = 5.69$	5.66
Pt 31.65	31.31

Acidi derivanti dall'ossidazione. — Acido 3-5-dicarbopirrazolico CH³(COOH)²N²H,H²O.

Gr. 5 di dimetilpirrazolo si sciolgono in 200 gr. di acqua leggermente alcalina per idrato sodico e la soluzione, riscaldata a circa 90° a bagno maria, si addiziona a piccole porzioni per volta colla quantità calcolata (gr. 32) di permanganato potassico polverizzato. Dopo circa 48 ore di riscaldamento tutto il permanganato ha reagito,

^(*) La prima determinazione venne fatta coll'apparecchio di Siwoloboff, ma in seguito, avendo preparato grandi quantità di questo composto, si verificò il punto d'ebollizione cogli apparecchi ordinari e si trovò concordante.

ed il liquido alcalino, filtrato e concentrato a piccolo volume, dette, per l'aggiunta di acido cloridrico, un precipitato fioccoso, che si separò per filtrazione. Questo precipitato è costituito quasi completamente dall'acido dicarbopirrazolico, mentre che nelle acque rimane sciolto l'acido metilcarbopirrazolico che si studierà in seguito.

Da 30 gr. di dimetilpirrazolo si ottenne gr. 15 di dicarboacido greggio e 10 gr. di acido metilcarbopirrazolico: si formarono lievi quantità di acido ossalico e rimase inalterato una piccola porzione di dimetilpirrazolo.

Per depurare l'acido greggio si trasformò in sale baritico. Si sciolse l'acido a caldo nell'acqua indi si saturò con leggero eccesso di ammoniaca, che si scacciò mediante bollitura, e si precipitò con soluzione di cloruro baritico. In queste condizioni si forma un sale bianco cristallino, che contiene 1 mol. di acqua di cristallizzazione (68).

Analisi:

trovato calcolato p.
$$C^3H(CO^2)^2BaN^2H$$
, H^2O
 $H^2O = 6.20 -- 6.09 -- 6.18$ 5.82
sale anidro
 $Ba = 46.86 -- 46.93$ 47.07

Se invece il sale si precipita a freddo esso contiene 4 mol. di acqua di cristallizzazione:

trovato	calcolato p. 4H2O
H ² O 20.04	19.83

L'acqua di cristallizzazione la perde completamente solo alla temperatura di 180°. Per avere l'acido libero si sospende il sale baritico nell'acqua e si decompone colla quantità necessaria di acido solforico; si fa bollire e si filtra a caldo dal solfato baritico. Col raffreddamento si depone l'acido cristallizzato in aghi, che si depurano con una nuova cristallizzazione dall'acqua bollente. Contiene 1 mol. di acqua di cristallizzazione che non perde nel vuoto sull'acido solforico, ma solo alla temperatura di 120°.

Analisi:

t	trovato	calcolato p. CH ³ ($\mathrm{CO_{^2}H)^2N^2H,H^2O}$
$\mathrm{H}^2\mathrm{O}$	10.34	10.5	34
		composto	anidro
C	38.71	38.4	16
\mathbf{H}	2.86	2.5	56
N	17.96	17.9)5

L'acido 3-5-dicarbopirrazolico cristallizza dall'acqua in aghi lunghi e fini, bianchi; è solubile nell'acqua fredda, assai più nella calda; pochissimo solubile nell'alcool e nell'etere. Fonde a 286° (temp. corretta) decomponendosi con svolgimento di anidride carbonica e formando Pirrazolo. La sua soluzione acquosa ha reazione fortemente acida.

Pirrazolo.

Se si riscalda in palloncino da distillazione l'acido dicarbopirrazolico alla temperatura di fusione, in bagno di lega, avendo l'avvertenza di mantenere la temperatura del bagno a circa 280°, il liquido entra in ebullizione tumultuosa, per anidride carbonica che si svolge; ed incomincia a distillare il Pirrazolo sotto forma di un olio leggermente giallognolo, che pel raffreddamento si solidifica nel recipiente collettore.

La rendita è quasi teorica, rimanendo nel palloncino appena un leggero residuo bruno cristallino. Per purificare il pirrazolo non s'ha da fare altro che sottoporlo ad una nuova distillazione. Esso presenta tutti i caratteri di quello ottenuto da Buchner e di quello preparato coll'Epicloridrina, e per affermare meglio l'identità se ne preparò anche il picrato fusibile a 159°-160°.

Analisi:

	trovato	calculato p. C ³ H ³ N ² H
N	41.14	41.17
		calcolato p. C3H3N2HC6H2(NO2)3OH
N	23.63	23.57

Acido 305 metil (305) carbopirrazolico. — C3H(CH3)(CO2H)N2H.

Le acque acide, provenienti dalla filtrazione dell'acido dicarbopirrazolico, contengono in soluzione il monocarboacido che si può estrarre agitandole ripetutamente con etere. Svaporato il solvente rimane l'acido greggio sotto forma di una sostanza solida, cristallina. Per depurarlo si scioglie in acqua a caldo e si satura con un leggero eccesso di acqua di calce; indi si fa bollire facendo contemporaneamente passare nella soluzione una corrente di anidride carbonica e, quando la soluzione non reagisce più alcalina, si filtra a caldo. Col raffreddamento cristallizza il sale di calcio in aghi prismatici, trasparenti; contiene 3 mol. di acqua di cristallizzazione che perde a 120°.

trovato	calcolato per [C³H(CH³)N²HCO²]²Ca,3H²O
$H^2O 15.88 - 15.74$	15.69
	sale anidro
Ca 13.91 — 13.75	13.79

Per avere l'acido libero si decompone colla quantità calcolata di acido solforico il sale di calcio sciolto nell'acqua calda; vi si aggiunge lo stesso volume di alcole per precipitare tutto il solfato di calcio formatosi e si filtra. Concentrando il liquido convenientemente si ha col raffreddamento l'acido cristallizzato.

Analisi:

Analisi:

	trovato	calcolat
\mathbf{C}	47.39	47.62
\mathbf{H}	5.04	4.76
N	22,37	22,22

Quest'acido cristallizza in piccoli mammelloni leggermente giallognoli, anidri, poco solubili nell'acqua fredda, molto nella calda, poco solubili nell'alcole e nell'etere. Fonde tra 235°-236° e, persistendo nel riscaldamento a questa temperatura, incomincia ad eliminare anidride carbonica per trasformarsi nel metilpirrazolo. La sua soluzione acquosa ha forte reazione acida alle carte di tornasole.

La posizione del metile e del carbossile nella molecola di quest'acido non può essere fissata, non avendosi prove per dimostrare quale dei due metili-3-o 5 del dimetilpirrazolo sia più facilmente ossidabile. Quest'acido ha quindi una di queste due formole:

Lo stesso si dica del metilpirrazolo, che da quest'acido deriva, in cui il metile può occupare la posizione 3 o 5.

Metilpirrazolo. — C³H²(CH³)N²H.

Se si riscalda in un palloncino da distillazione l'acido sopradescritto alla temperatura della sua fusione, il liquido entra in viva ebollizione per lo sviluppo che avviene di anidride carbonica, e distilla lentamente il metilpirrazolo.

Ridistillato si presenta come un liquido oleoso, incoloro, di odore piridico, bollente alla temperatura di 200° alla pressione, ridotta a 0°, di mm. 747.5. Raffreddato a — 16° diventa più denso e meno scorrevole ma non si solidifica. È solubilissimo in tutti i solventi; la sua soluzione acquosa precipita in bianco col cloruro mercurico e col nitrato d'argento ammoniacale.

Analisi:

trovato calcolato
N 34.20 34.14

Anche in questo caso la rendita in pirrazolo è quasi teorica, avendo ottenuto all'incirca il 90 % del calcolato.

Cloroplatinato. — [C³H²(CH³)N²H.HCl]²PtCl⁴.2H²O.

Si ottiene aggiungendo una soluzione concentrata di cloruro platinico ad una soluzione cloridrica concentrata di metilpirrazolo. Coll'agitazione si ha un precipitato giallo cristallino. Questo cloroplatinato è solubile nell'acqua; fonde decomponendosi alla temperatura di 181° e contiene 2 mol. di acqua di cristallizzazione che perde nel vuoto sull'acido solforico.

Analisi:

CLASSE DI SCIENZE FISICHE CCC. — MEMORIE — Vol. VII, Ser. 4ª.

Picrato. — C3H2(CH3)N2H,C6H2(NO2)3OH.

Se alla soluzione eterea di metilpirrazolo si aggiunge una soluzione eterea di acido Picrico, si ha un precipitato cristallino formato da piccoli aghi di picrato di metilpirrazolo. È solubilissimo nell'acqua e fonde a 142°.

Analisi:

 $egin{array}{ccc} {
m trovato} & {
m calcolato} \ {
m N} & 22.61 & 22.50 \ \end{array}$

L'idrogenazione del fenildimetilpirrazolo, come s'è detto, avviene lentamente, perciò bisogna ripetere diverse volte l'azione dell'idrogeno sul miscuglio che si ottiene dopo aver isolato il dimetilpirrazolo nel modo descritto. Ora in queste manipolazioni si osservò che nelle successive idrogenazioni la rendita in dimetilpirrazolo andava man mano decrescendo, fino a cessare quasi del tutto all'ottava idrogenazione, ed inoltre la miscela dei composti liquidi che si otteneva aveva delle proprietà differenti dal fenildimetilpirrazolo di partenza. Era un liquido più mobile che distillava tra 260° e 267°, temperatura inferiore a quella del pirrazolo primitivo (272°), e mentre questo era colorato in giallo chiaro, il liquido che distillava era incoloro. Esso dava la reazione dei pirrazolini con dicromato potassico ed acido solforico e poteva essere un miscuglio di pirrazolo inalterato in piccola quantità, di pirrazolino e di un'altra sostanza che ne modificava il punto d'ebollizione.

Si riuscì a separare questa nuova sostanza ed a depurarla nel modo seguente.

Si sciolse il distillato (parte oleosa del dimetilpirrazolo e parte eterea risultante dal trattamento ossalico) in acido cloridrico di media concentrazione e la soluzione si agitò con etere. L'etere estrae la piccola quantità di pirrazolo e di pirrazolino e nella soluzione acida rimane la nuova sostanza, che si mette in libertà con idrato potassico ed estraendo la soluzione alcalina con etere. Distillato il solvente, rimane come residuo un liquido di odore penetrante, spiacevole, differente da quello del dimetilfenilpirrazolo.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C ¹¹ H ¹⁶ N ²
\mathbf{C}	74.75	75.00
$_{\mathrm{H}}$	9.25	9.15
N	16.05	15.90

La determinazione della densità di vapore col metodo di V. Meyer (69) dette il seguente risultato.

Sostanza gr. 0,0713 vol. cc. $9.5 \text{ t} = 12^{\circ} \text{ H} = 758^{\text{mm}}.5$.

	trovato	calcolato
D	6.16	6.11
Peso molecolare	178.4	.176

L'analisi e la determinazione del peso molecolare concordano per la formola C¹¹ H¹⁶ N², cioè 1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo a cui si sono addizionati 4 atomi di idrogeno

$$C^{3}H(CH^{3})^{2}N^{2}C^{6}H^{5}+H^{4}=C^{3}H(CH^{3})^{2}N^{2}C^{6}H^{9}$$

e come si vedrà in seguito, l'idrogeno si è addizionato al radicale fenile.

L'1-tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo è un liquido incoloro che bolle alla temperatura di 259°-260°, 5 (term. nel vapore) alla pressione di mm. 758.5 a 12°. È insolubile nell'acqua, solubile nell'alcole e nell'etere. Il suo peso specifico è

Non dà la reazione dei pirrazolini con dicromato potassico ed acido solforico; ha proprietà molto più basiche del fenildimetilpirrazolo e del pirrazolino corrispondente e basta a dimostrarlo il fatto che l'etere non l'estrae dalle soluzioni acide. Dà cogli acidi dei sali ben cristallizzati e non deliquescenti.

Da 250 gr. di fenildimetilpirrazolo si ottenne:

65 gr. di dimetilpirrazolo.

100 gr. di 1-tetraidrofenildimetilpirrazolo.

30 gr. di mescolanza di pirrazolo e di pirrazolino.

infatti questa porzione dava intensissima la reazione colorata col dicromato potassico ed acido solforico.

Cloroplatinato — $[C^3H(CH^3)^2N^2C^6H^9HCl]^2PtCl^4$.

La soluzione del cloridrato, il quale cristallizza in begli aghi, dà per l'aggiunta di cloruro platinico un precipitato cristallino giallo-rosso, un po' solubile nell'acqua fredda. Questo cloroplatinato è anidro e fonde, scomponendosi, a 177°.

Analisi:

Le esperienze seguenti dimostrano che i quattro atomi di idrogeno addizionali si sono fissati sul gruppo fenile.

a) Azione dell'acido nitroso. — Se i 4 atomi di idrogeno si fossero addizionati al nucleo pirrazolico, ne sarebbe risultato nella molecola un gruppo imidico:

e perciò era prevedibile la formazione di un nitroso derivato. Si tentò la reazione facendo passare una corrente di acido nitroso svolto dall'acido nitico d=1,30 ed

anidride arseniosa (70), sul composto in soluzione eterea. Una gran parte si è resinificata ed è cristallizzata una sostanza in aghi, solubili in acqua. Questa sostanza lavata con etere secco venne analizzata.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C ¹¹ H ¹⁶ N ² ,HNO ³
C	55.73	55.23
\mathbf{H}	7.45	7.11
N	17.15	17.57

Da questi dati si dedusse che invece del composto nitroso si era formato il nitrato che si potè meglio caratterizzare confrontandolo col nitrato ottenuto direttamente saturando la base con acido nitrico. Il nitrato cristallizza in prismi sottili e tutti e due presentano lo stesso punto di fusione a 113°.

b) Ossidazione col Permanganato potassico. — Il permanganato potassico agisce rapidamente a freddo con svolgimento di calore sul composto sospeso nell'acqua. L'olio che galleggia va disciogliendosi man mano che si aggiungono nuove porzioni di permanganato e, quando tutto è disciolto, il liquido rimane permanentemente colorato in violaceo. L'ossidazione venne effettuata nelle seguenti condizioni;

Gr. 20 di sostanza si sospesero in 200 cc. di acqua leggermente alcalinizzata con idrato sodico, e vi si aggiunse a piccole porzioni una soluzione di permanganato potassico titolata avendo cura di raffreddare con una corrente di acqua il recipiente nel quale si compiva la reazione. Dopo l'aggiunta di 38 gr. di permanganato tutto l'olio si era disciolto ed il liquido rimase colorato in violaceo. Questa quantità corrisponde a circa 3 at. di ossigeno per ogni molecola del composto; infatti il calcolato per 20 gr. è di gr. 35,9. Estraendo lo acque alcaline con etere e distillato il solvente, rimase per residuo una sostanza cristallizzata in lamine, che si caratterizzò per 3-5-dimetilpirrazolo pel punto di fusione e per le altre proprietà fisiche. Se ne preparò il composto argentico precipitando la soluzione acquosa con nitrato d'argento ammoniacale.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C ⁵ H ⁷ N ² Ag.
N	14.08	13.79

Nel liquido alcalino è rimasto un acido, cho si ottenne libero acidificando con acido cloridrico la soluzione ed estraendo ripetutamente con etere. Distillato l'etere rimase come residuo l'acido che si cristallizzò dall'acqua.

Analisi:

	trovato	calcolato p. C ⁶ H ¹⁰ O
C	49.65	49.31
\mathbf{H}	7.00	6.85

L'acido cristallizza in begli aghi o prismi fondenti a 148°-150°. La composizione e le proprietà concordano con quelle dell'acido Adipico, e per comprovarlo se ne preparò il sale di calcio, saturando a freddo la sua soluzione acquosa con carbonato di

calcio di fresco precipitato. Dopo filtrazione s'è fatto bollire la soluzione limpida e s'è raccolto il sale di calcio precipitatosi.

Analisi:

L'adipato di calcio cristallizza pure con 1 mol. di acqua ed è meno solubile a 100° che alla temperatura ordinaria (71).

L'ossidazione s'è compiuta secondo l'equazione

$$C^{3}H(CH^{3})^{2}N^{2}C^{6}H^{9}+3O+H^{2}O=C^{3}H(CH^{3})^{2}N^{2}H+C^{4}H^{8}$$
COOH

e tanto la quantità di permanganato potassico adoperato, quanto la quantità di dimetilpirrazolo ottenuta (10 gr. da 20 del composto) e di acido adipico (parimenti 10 gr.) dimostrano che la reazione ha luogo quantitativamente.

Questo modo di ossidazione, che ricorda quello dell'ac. tetraidro-β-naftilamina (72) e dell'ac. tetraidro-α-naftilamina (73) permette, basandosi sulle esperienze di Ad. Baeyer (74) e principalmente sul modo di ossidazione col permanganato dell'acido Δ²tetraidrotereftalico (75), che dà acido Adipico, di rappresentare l'1-tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo colla formola di costituzione seguente:

$$\begin{array}{c|c} HC & C.CH^{3} \\ CH^{3}C & N \\ \hline C \\ H^{2}C & CH \\ H^{2}C & CH^{2} \\ \hline C \\ H^{2} \end{array}$$

L'ossidazione avviene secondo il seguente schema:

Il risultato inaspettato ottenuto coll'idrogenazione dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo mi obbligava a continuare lo studio dell'idrogenazione di altri 1-fenilpirrazoli ed a ripigliare anche in esame il caso dell'1-fenilpirrazolo per vedere se contemporaneamente alla trimetilenfenildiamina si formasse anche benzina e Pirrazolo libero. Il dott. G. Marchetti (76), s'incaricò di queste esperienze ed ottenne i risultati che qui trascrivo.

L'1-fenilpirrazolo fu idrogenato con una quantità doppia di Sodio di quella da me adoperata; e fatta la reazione in apparecchio disposto in modo da poter condensare ed isolare la benzina che per caso si fosse formata, si ebbe risultato negativo. La difficoltà di eliminare completamente la trimetilendiamina sostituita, che pare unico prodotto dell'idrogenazione, ha reso un po' incerta la conclusione sull'esistenza o no di traccie di Pirrazolo, ma il non aver potuto riscontrare benzina, fa propendere per la conclusione, che l'idrogenazione in questo caso si porti esclusivamente sul nucleo pirrazolo e non stacchi da esso il fenile.

Interessava di studiare il comportamento dell'1-3-5-trifenilpirrazolo, quantunque già il Knorr si fosse occupato della reazione (63) ed avesse separato il pirrazolino corrispondente, per stabilire se contemporaneamente non si fosse formato il 3-5-difenilpirrazolo. L'esperienza dimostrò che in questo caso la reazione ha luogo solo nel senso della formazione del pirrazolino, e che non si stacca il fenile sotto forma di benzina, nè s'idrogena questo gruppo parzialmente, nè si forma un derivato della trimetilendiamina. È interessante di notare, come il cambiamento di massa dei gruppi sostituenti abbia in questo caso un'influenza notevole sull'andamento della reazione.

Finalmente la ricerca venne eseguita sull'

1-Fenil-3-4-dimetilpirrazolo. — C³H(CH³)²N²C⁶H⁵.

che io col dott. O. Severini (77) avevo preparato per studiare i dicarboacidi derivanti dall'ossidazione.

Tutta la ricerca venne eseguita con gr. 8,5 di pirrazolo, che furono idrogenati nelle condizioni esposte, adoperando una quantità doppia di Sodio, cioè gr. 17. Durante l'operazione si sentì nettamente l'odore della benzina, che man mano si andava formando e l'alcool, che trasportato dalla corrente d'Idrogeno era distillato e si era raccolto nell'apparecchio refrigerante, intorbidò per l'aggiunta di acqua ed alcune gocciolette di benzina si raccolsero alla superficie della massa liquida.

Dopo scomposizione dell'alcolato sodico formatosi con acqua si sottopose il tutto alla distillazione e furono raccolte a parte le prime porzioni di alcool che distillarono. Anche queste intorbidarono per diluizione con acqua e la benzina si raccolse alla superficie del liquido sotto forma di piccole gocciolette.

Estratto con etere il residuo della distillazione per liberarlo dalla soda, fu ripetutamente agitato con soluzione acquosa di acido ossalico in modo da estrarne la base trimetilenica sotto forma di ossalato.

Svaporato l'etere si riottenne il pirrazolo primitivo inalterato ed il pirrazolino che furono di nuovo sottoposti all'idrogenazione.

Le acque ossaliche riunite furono concentrate e rese alcaline con potassa. Si se-

parò alla superficie del liquido uno strato oleoso, bruno, che si estrasse con etere. Per svaporamento dello sciogliente rimase un olio di odore pungente, che doveva essere in gran parte costituito dalla trimetilendiamina sostituita. Non potendosi per la poca quantità isolare la base pura, si convertì in

Composto solfocarbamico. — CS
$$NHC^3H^4(CH^3)^2NH.C^6H^5$$
 $NHC^3H^4(CH^3)^2NHC^6H^5$

Perciò il prodotto greggio sospeso in acqua fu trattato con solfuro di carbonio; dopo viva agitazione fu scaldato a bagno maria per scacciare l'eccesso di solfuro adoperato, e si aggiunse quindi tanto alcool per avere una soluzione completa a caldo. Col raffreddamento si formarono delle gocciolette oleose che in parte cristallizzarono in aghi raggruppati a ciuffo, cristallizzazione caratteristica dei solfocarbamati di tali basi trimetileniche. Per depurare il composto si ricristallizzò dall'alcole, dopo averlo liberato dalla parte oleosa.

Analisi:

trovato calcolato p. $C^{23}H^{36}N^{4}S^{2}$ N 12.69 12.50

Questo composto cristallizza in aghi bianchi, splendenti, raggruppanti a sfera; fonde, imbrunendo, a 210°.

Il liquido filtrato per separare il solfocarbamato doveva contenere il dimetilpirrazolo, il quale non subisce nessuna alterazione per riscaldamento con solfuro di carbonio. Scacciato l'alcool a bagno maria ed avendo ripreso con acqua sono rimaste indisciolte piccole quantità di una sostanza oleosa, che si separò per filtrazione. La soluzione acquosa si agitò con etere; il quale, disseccato e svaporato, lasciò un piccolo
residuo liquido, denso, incoloro, che non cristallizzò.

La piccola quantità di sostanza non permise che di provare qualitativamente le reazioni generali dei pirrazoli contenenti il gruppo imidico. Queste reazioni si ebbero tutte in modo nettissimo. Infatti la soluzione acquosa precipitò con nitrato d'argento ammoniacale dando un precipitato bianco caseoso, e col cloruro mercurico, dando parimenti un precipitato bianco; la soluzione eterea trattata con soluzione eterea di acido picrico, dette un picrato cristallizzato in piccoli aghetti gialli, fondenti a 155°-156°.

Con ciò rimane dimostrato che sono avvenute tutte e due le reazioni di scissione, l'una conducente alla base, l'altra al dimetilpirrazolo con eliminazione di benzina.

Nel residuo dell'idrogenazione rimasto in soluzione nell'etere dopo il trattamento con acido ossalico doveva constatarsi la presenza del tetraidroderivato. Questo residuo, come si sa, è una miscela di pirrazolo inalterato in piccola quantità, di pirrazolino, riconoscibile alla reazione colorata cogli ossidanti e del tetraidroderivato in questione. Un tentativo di separazione era impossibile per la poca quantità di sostanza disponibile, perciò se ne constatò la presenza mediante i prodotti di ossidazione.

Si ossidò quindi il tutto sospeso in acqua, aggiungendo a freddo una soluzione

di permanganato potassico finchè la massa rimase permanentemente colorata dall'ossidante, indi si estrasse il tutto con etere che lasciò alla distillazione un residuo oleoso in parte solubile nell'acqua. La soluzione acquosa, separata dall'olio, dette col nitrato d'argento ammoniacale un precipitato bianco fioccoso, che, lavato con acqua e disseccato sull'acido solforico, si analizzò.

Analisi:

trovato calcolato p. C³H(CH³)²N²Ag
Ag. 52.82 53.20

Questa determinazione dimostra chiaramente che il composto è il derivato argentico del 3-4-dimetilpirrazolo, originato dall'ossidazione dell' 1-tetraidrofenil-3-4-dimetilpirrazolo.

La piccola quantità di acido adipico ottenuta non fu sufficiente per una depurazione tale da ottenere risultati analitici quantitativi esatti.

CAPITOLO III.

Esperienze che comprovano la struttura ciclica del Pirrazolo.

Fra le reazioni che servono a distinguere la grande classe dei composti aromatici, derivanti dal nucleo benzina, dalla grande classe dei composti grassi, non ultima per importanza di classificazione, perchè generale, è la trasformazione mediante gli agenti ossidanti, degli idrocarburi omologhi della benzina (derivati alchilici) in carboacidi. La basicità degli acidi risultanti serve ad enumerare le catene laterali esistenti nel derivato alchilico od in altre parole a determinare il numero degli atomi di idrogeno metinico che sono stati sostituiti.

Nel caso dei derivati della benzina si possiede la serie completa dei carboacidi provenienti dall'accennata reazione. Infatti:

L-					
la	metilbenzina	$\mathrm{C^6H^5\text{-}CH^3}$	oss	idata col permanganato	di potassio dà il
				monocarboacido	$\mathrm{C^6H^5-CO^2H}$
le	dimetilbenzine	$C^6H^4=(CH^3)^3$	dar	no i dicarboacidi	C6H4=(CO2H)2
le	trimetilbenzine	${ m C^6H^3}{ m \equiv}({ m CH^3})^3$	daı	no i tricarboacidi	C6H3≡(CO2H)3
le	tetrametilbenzine (78)	C ⁶ H ² ≡(CH ³) ⁴	dar	no i tetracarboacidi	${ m C^6H^2} \equiv ({ m CO^2H})^4$
la	pentametilbenzina (79)	${ m C^6H}({ m CH^3})^5$	dà	il pentacarboacido	$\mathrm{C^6H} \equiv (\mathrm{CO^2H})^5$
la	esametilbenzina (80)	$C^{6}(CH^{3})^{6}$	dà	l'esacarboacido	$\mathrm{C^6(CO^2H)^6}$

L'esperienza inoltre prova che questi acidi sovrariscaldati eliminano anidride carbonica e l'idrogeno della catena carbossilica, saldandosi al carbonio al quale questa era attaccata, genera la benzina:

$$C^6H^5.COOH = CO^2 + C^6H^5.H$$

 $C^6(COOH)^6 = 6CO^2 + C^6H^6$

Tutti i chimici sono ora d'accordo nell'interpretare il fatto sperimentale accennato coll'ammettere che nel nucleo di sei metini (CH)⁶, dal quale per sostituzione dell'idrogeno si possono ottenere tutti i composti aromatici, i quali alla lor volta con reazioni energiche appropriate ritornano al nucleo madre, i sei atomi di carbonio siano collegati in un legame più stretto, o servendoci della stessa espressione del Kekulé « i sei atomi di carbonio si trovano in forma più condensata che nel grande gruppo delle sostanze grasse ».

S'è convenuto di dare a questo fatto sperimentale un'espressione grafica rappresentando con un esagono regolare

il nucleo delle sostanze aromatiche. Con questo simbolo s'intende di rappresentare la maggior stabilità del nucleo rispetto alle altre parti della molecola di un derivato aromatico, parti che possiamo gradatamente distaccare od aggiungere senza toccare all'integrità di esso nucleo, ed inoltre intendiamo anche indicare un altro dato dell'esperienza, cioè che tutte le sostanze da esso derivanti hanno una fisonomia propria caratteristica, per così dire, di famiglia.

Col progredire delle indagini chimiche si scoprì che altri gruppi di sostanze potevano rannodarsi attorno ad altri nuclei formati da tre elementi, e si scoprirono pure delle analogie, naturalmente attenuate dalla qualità degli atomi componenti, fra questi diversi nuclei e la benzina.

Primo per importanza e meglio caratterizzato, è il nucleo della Piridina, alla quale sostanza il Koerner (81), fin dal 1869, intuendo la storia chimica del gruppo piridico, assegnava una costituzione simile alla benzina, cioè a benzolo nel quale un metino era sostituito dall'azoto . L'idea del Koerner ebbe una rappresentazione grafica nel simbolo

Anche per la Piridina noi possediamo la serie completa dei carboacidi derivanti per ossidazione diretta col camaleonte delle alchilpiridine. Infatti;

bonico (83) C⁵H(CH³)³CO²HN da l'ac. tetracarbopiridico C⁵H(CO²H)⁴N l'ac. collidindicarbonico(83) C⁵(CH³)³(CO²H)²N da l'ac. pentacarbopiridico C⁵(CO²H)⁵N

Da tutti questi acidi si può eliminare anidride carbonica e ritornare al nucleo Piridina:

$$C^5H^4CO^2HN = CO^2 + C^5H^4HN$$

 $C^5(CO^2H)^5N = 5CO^2 + C^5H^5N$

Con questi fatti si dimostra che esiste fra i composti piridici e benzoici un parallelismo completo, il quale prova che l'unione più intima dei sei metini componenti il nucleo, continua a sussistere quando uno di essi è sostituito da un atomo di azoto, il quale dà un'impronta caratteristica basica al gruppo dei composti piridici.

Meno complete, ma tuttavia abbastanza concludenti, sono le esperienze che abbiamo per ammettere che nei derivati tiofenici, pirrolici e furanici esistono dei nuclei che possono derivarsi dal nucleo benzina sostituendo a due metini, l'immino NH pel Pirrolo, lo Solfo pel Tiofene, l'Ossigeno pel Furane.

$(CH)^6$	(CH) ⁴ S	(CH) ⁴ NH	(CH) ⁴ O
Benzolo	Tiofene	Pirrolo	Furane

Pei composti tiofenici abbiamo i seguenti passaggi per ossidazione col camaleonte degli alchiltiofeni.

I metiltiofeni C4H3CH3S danno gli acidi monocarbotiofenici C4H3CO2HS

Il dimetiltiofene (85) C4H2(CH3)2S dà l'acido dicarbotiofenico C4H2(CO2H)2S

L'acetildimetiltiofene (86) C4H(C2H3O) (CH3) 2S dà l'acido tricarbotiofenico C4H(CO2H)3S.

Poco studiate sono le reazioni di eliminazione di anidride carbonica dai carboacidi; sappiamo solo che uno degli acidi tiofenmonocarbonici dà anidride carbonica e Tiofene.

Nella serie del pirrolo abbiamo ancora un numero minore di passaggi dai suoi derivati alchilici ai carboacidi.

Il metilpirrolo (87) C4H3CH3NH fuso con potassa dà l'acido carbopirrolico C4H3CO2H.NH.

Il diacetilpirrolo (88) C4H2(C2H3O)2NH parimenti fuso con potassa dà l'acido dicarbopirrolico C4H2(CO2H)2NH.

Nella serie del furane sono conosciuti pochi derivati alchilici e di questi due appena furono studiati in questa direzione.

Il metilfurane (89) C4H3CH3O ossidato col permanganato dà acido acetico.

Pel dimetilfurane C4H2(CH3)2O non si hanno esperienze (90).

Il metilfenilfurane C⁴H²CH³C⁶H⁵O dà acido benzoico (⁹¹), ma qui giova osservare che il gruppo furanico può considerarsi come catena laterale del nucleo benzina.

Invece le formazioni di pirroli alchilo-sostituiti per eliminazione di anidride carbonica dei carboacidi sono più numerose. Basta citare a tale proposito le belle sintesi di acidi carbopirrolici polisostituiti eseguite dal Knorr. (92) che ho indicate nel Sunto storico a pag. 415 e che ora per brevità ometto di descrivere. Tutti quei carboacidi sovrariscaldati danno gli alchilopirroli.

La formazione di alchilo-furani ha pure origine colla stessa reazione pirogenica. L'acido monocarbofuranico o piromucico dà Furane,

$$C^4H^3CO^2H.O = CO^2 + C^4H^3.H.O$$

e l'acido uvinico o dimetilcarbofuranico dà dimetilfurane (90).

$$C^4H(CH^3)^2CO^2H.O = CO^2 + C^4H(CH^3)^2H.O$$

Da questo rapido cenno ne deduciamo che, quantunque non stabilita su solida base sperimentale, dal punto di vista delle due reazioni che abbiamo preso in considerazione, come per i derivati della benzina e della piridina, tuttavia è ancora accettabile, anche per questo riguardo, l'ipotesi che nei composti furanici, pirrolici e tiofenici si trovi un nucleo risultante dalla sostituzione di due metini (CH)² coll'immino, collo solfo e coll'ossigeno.

La minore stabilità di questi nuclei, specialmente del Pirrolo e del Furane può dipendere dall'essere gli atomi componenti meno condensati, oppure dall'azione peculiare dell'immino e dell'ossigeno.

Applichiamo ora le due reazioni ai derivati pirrazolici e vediamo cosa ci risponderà l'esperienza.

Già una parte delle esperienze descritte nel capitolo II, le quali hanno condotto ad isolare il Pirrazolo mediante il sovrariscaldamento del dicarboacido ottenuto coll'ossidazione del dimetilpirrazolo, entrano in questa categoria; in questo capitolo esporrò quelle eseguite sull'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo, sull'1-fenil-3-4-dimetil-pirrazolo, e sull'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo.

Gr. 20 di 1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo dall'acetilacetone si riscaldarono a bagno maria, agitando frequentemente, con una soluzione di 74 gr. di permanganato potassico in 500 cc. di acqua, alla quale s'erano aggiunti 20 cc. di una liscivia d'idrato potassico al 50 %. L'ossidazione procedette lentamente; ottenuto lo scolorimento del liquido per riavere la piccola quantità di pirrazolo rimasta inossidata si distillò in corrente di vapore, indi si filtrò dall'ossido di manganese; la soluzione alcalina si concentrò a piccolo volume e si decompose con acido solforico diluito. L'acido che

si depositò, che aveva dapprima un aspetto resinoso e che l'agitazione trasformò in cristallino, venne estratto ripetutamente con etere, ed il residuo greggio avuto collo svaporamento del solvente, si depurò cristallizzandolo dall'acido acetico bollente.

Analisi:

	trovato .	calcolate
\mathbf{C}	56.98	56.89
\mathbf{H}	3.57	3.44
N	11.92	12.06

L'acido 1-fenil-3-5dicarbopirrazolico cristallizza dall'alcole in piccole laminette bianche, raggruppate a sfera; è pochissimo solubile nell'acqua fredda, poco solubile nell'acqua calda, dalla quale cristallizza in piccole laminette allungate, microscopiche e raggruppate a ventaglio; è pochissimo solubile nel cloroformio, nella benzina e nella ligroina anche a caldo; un po' più solubile nell'etere. Si scioglie nell'acido acetico bollente e nell'alcole.

Fonde decomponendosi con sviluppo di gas a 265°-266° dando 1-fenilpirrazolo ed anidride carbonica.

Lo stesso acido è stato ottenuto in seguito da L. Claisen (94) per ossidazione col permanganato potassico dell'acido 1-fenil-5-metil-3-carbopirrazolico.

Sale ammonico. — C³H(CO²NH⁴)²N²C⁶H⁵.

Si scioglie l'acido nell'ammoniaca in leggero eccesso; si concentra a bagno maria a siroppo, indi si aggiunge alcool assoluto; col riposo cristallizza il sale in belle laminette bianche raggruppate a sfera. È solubilissimo nell'acqua e riscaldato in tubicino di vetro si decompone con sviluppo di gas alla temperatura di 210°-215°.

Analisi:

	trovato	calcolato
N	20.98	21.05

Sale di piombo. — C3H(CO2)2O6N2C6H5.

Ottenuto per doppia decomposizione fra il sale ammonico ed acetato di piombo. È un precipitato fioccoso che coll'ebollizione diventa microcristallino; quasi insolubile nell'acqua calda.

Analisi:

	trovato	calcolato
Pb	47.22	47.29

Sale di argento. — C3H(CO2Ag)2N2C6H5.

Ottenuto come quello di piombo. È un precipitato gelatinoso trasparente che coll'ebollizione diventa cristallino; quasi insolubile nell'acqua bollente e molto stabile alla luce.

Analisi:

	trovato	calcolato
Ag	48.43	48.43

Sale di bario.

Si saturò l'acido libero con leggero eccesso di idrato baritico, il quale venne eliminato con anidride carbonica a caldo. È solubilissimo nell'acqua e deliquescente. La soluzione acquosa concentrata, addizionata di alcole, depositò fiocchi bianchi, che disseccando diventarono come la colla.

Acido 1-fenil-4-5-dicarbopirrazolico. —
$$\begin{array}{c|c} HC & N \\ \hline C & C \\ \hline \dot{C}O^2H & \dot{C}O^2H \end{array}$$

L'ossidazione dell'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo preparato dal composto di Claisen

CH³.CH².CO.Ċ=CHOH

rende pochissimo. Ho tentato, col dott. O. Severini (95), l'ossidazione dapprima colla quantità teorica di permanganato potassico in soluzione alcalina e riscaldando moderatamente a bagno maria, ma la maggior parte del pirrazolo rimase inalterato. Il miglior modo di compiere l'ossidazione è il seguente:

Gr. 5 di pirrazolo sospesi in 50 cc. d'acqua addizionata di 1 cc. di liscivia potassica al 50 °/° si fanno bollire a bagno di soluzione di cloruro di calcio in un pallone, munito di un condensatore, e nella miscela bollente si versa a poco a poco una soluzione acquosa calda contenente 50 gr. di permanganato potassico (quantità teorica 25 gr.) in 250 cc.

In ogni operazione si adoperarono sempre 5 od al più 10 gr. di pirrazolo; ed in due ore di riscaldamento l'ossidazione è terminata ed il liquido scolorito. Si sottopose alla distillazione in corrente di vapor d'acqua, col quale si condensò, distillando, una piccola quantità di pirrazolo inalterato.

La soluzione acquosa alcalina, filtrata dall'ossido di manganese e concentrata a piccolo volume, si decompose con acido cloridrico e si estrassero gli acidi coll'etere. Nell'acqua estratta si trova in soluzione una certa quantità di acido ossalico. Colla distillazione dell'etere rimase come residuo una sostanza resinosa, colorata in giallo rosso, che versata nell'acqua a poco a poco si fece più consistente ed alla fine, dopo 5 o 6 giorni, diventò dura e cristallina.

La quantità di questa miscela di acidi è piccola. Da 100 gr. di pirrazolo si ebbero 10 ed alle volte al più 15 gr. di prodotto. Il prodotto greggio venne cristallizzato 10 volte dall'acido acetico glaciale bollente, ma a questo modo non si potè avere il dicarboacido puro.

Si depurò mediante cristallizzazione dell'etere metilico. Si eterificò l'acido depurato saturando la sua soluzione nell'alcool metilico con una corrente di acido cloridrico secco; e l'etere metilico si cristallizzò un paio di volte dall'alcole etilico.

Analisi:

Quest'etere metilico cristallizza dall'alcole in belle tavole appiattite, dure, di splendore vitreo, solubili nell'alcool e nell'etere specialmente a caldo, insolubili nell'acqua. Fonde senza decomporsi alla temperatura di 84°5-85°5.

Da 175 gr. di pirrazolo si ottenne all'incirca 5 gr. di etere dimetilico che, saponificati, dettero il dicarboacido.

Gr. 4,4 di etere metilico sciolti a caldo in 50 cc. di alcole a 90 % vennero addizionati di una soluzione di alcoolato sodico, preparata sciogliendo 1 gr. di sodio in 50 gr. di alcole assoluto. Mischiando le due soluzioni si ebbe immediatamente il sale sodico sotto forma di un precipitato bianco gelatinoso.

Si scacciò l'alcool a bagno maria ed il residuo sciolto nell'acqua si acidulò con acido solforico diluito e l'acido precipitatosi si cristallizzò dall'acqua bollente.

Analisi:

trovato N 12.08 calcolato p. $C^8H(CO^8H)^2N^2C^6H^5$ 12.06

L'acido 1-fenil-4-5-dicarbopirrazolico cristallizza dall'acqua bollente in piccole laminette bianche, di splendore madreperlaceo, poco solubile nell'acqua fredda e nell'etere, solubile nell'acqua calda e nell'alcool. Riscaldato in tubicino di vetro a pareti sottili fonde, decomponendosi con sviluppo gassoso, alla temperatura di 231°.5. Come prodotto di decomposizione si ha 1-fenilpirrazolo che ho riconosciuto alla reazione del pirrazolino cogli ossidanti.

Ossidazione dell'1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo.

La scarsa rendita in dicarboacido avuta dall'1-fenil-metil-etil-pirrazolo ha fatto pensare al mio collaboratore dott. Severini ed a me, che forse l'ossidazione sarebbe riuscita con miglior rendimento se fatta sopra un fenildimetilpirrazolo; perciò abbiamo preparato un tale composto fin allora non conosciuto.

Abbiamo ottenuto col metodo di L. Claisen (35) partendo dal metil-etil-acetone, formiato d'etile ed etilato sodico, la combinazione sodica (64)

$$\begin{array}{c} CHONa \\ \parallel \\ CH^3-CO-C-CH^3 \end{array}$$

che decomposta cogli acidi, e trattato l'acetone colla fenilidrazina, ha prodotto il fenildimetilpirrazolo coi due gruppi alchilici vicini. La pratica dell'operazione fu la seguente:

Si sospesero gr. 47.2 di etilato sodico secco in 400 a 500 gr. di etere secco, addizionati di gr. 50 di metil-etilacetone, e sulla miscela si versarono a piccole porzioni e raffreddando gr. 51.4 di formiato d'etile secco, agitando fortemente. Si abbandonò il tutto per 12 ore alla temperatura dell'ambiente, indi si acidulò con acido solforico diluito (gr. 32 di acido concentrato, sciolto in 150 gr. di acqua); si aggiunse ancora acqua per disciogliere il solfato sodico e si separò lo strato acquoso mediante un imbuto a robinetto.

L'etere si lavò ripetutamente con acqua indi si addizionò nell'imbuto stesso di 75 gr. di fenilidrazina. Non si notò grande sviluppo di calore e subito cominciò a separarsi l'acqua, prodotta dalla reazione. La miscela si abbandonò per 24 ore alla temperatura ordinaria, perchè la reazione si completasse; in seguito si separò l'acqua e si distillò l'etere. Il residuo oleoso si addizionò di 50 gr. di acido ossalico in soluzione concentrata ed il magma cristallino prodottosi si sottopose alla distillazione in corrente di vapore. Col vapor d'acqua distillò il pirrazolo che si estrasse con etere; la soluzione eterea fu nuovamente agitata con soluzione acquosa diluita di acido ossalico; indi lavata con acqua, disseccata con cloruro di calcio fuso, e distillato lo sciogliente, rimase come residuo il pirrazolo greggio.

In due preparazioni fatte, partendo da 50 gr. di acetone per volta, s'è ottenuto in tutto gr. 85 di pirrazolo greggio, cioè all'incirca la terza parte della quantità teorica (a 100 gr. di metil-etilacetone corrispondono gr. 260 di pirrazolo).

Il pirrazolo greggio sottoposto alla distillazione passò tutto fra 275° e 281°. Analisi:

	trovato	calcolato $C^{11}H^{12}N^2$
C	76.23	76.74
\mathbf{H}	6.97	6.97
N	16.62	16.27

La reazione fra il composto ossimetilenacetonico e la fenilidrazina può prodursi in due modi diversi e dare per conseguenza origine ad una miscela di 2 isomeri 1-fenil-dimetilpirrazoli.

Nella letteratura chimica dei pirrazoli abbiamo dei casi di reazioni consimili che alle volte generano miscele di isomeri, altre volte un solo composto. Così l'ossimetilencetone

dà colla fenilidrazina due 1-fenil-metilpirrazoli che hanno lo stesso punto di ebollizione 254°-255°, ma differente punto di fusione.

HC CH
$$\frac{}{}$$
 CCH 3 CCH 3 CH 3 CCH 3

Invece l'etere acetonossalico (96)

CH3.CO.CH2.CO.CO2C2H5

dà colla fenilidrazina un acido carbopirrazolico unico:

Per decidere se nel nostro caso si fossero formati due isomeri abbiamo rettificato il pirrazolo ottenuto, dividendo la massa in due frazioni; una piccola porzione distillò fra 275°-277°; la maggior parte, circa i ³/₄, distillò alla temperatura di 277°-278°. Rimase un piccolo residuo nero, catramoso. Delle due frazioni si determinò l'azoto.

Analisi:

Il pirrazolo di prima distillazione (275°-281°) è stato sottoposto ad un abbassamento di temperatura per alcune ore a -13°, e non si è osservato deposito di materia cristallina.

Il punto di ebollizione quasi costante ed il non essersi depositato sostanza solida col raffreddamento sarebbero, fino ad un certo punto, una prova dell'omogeneità della sostanza, prova che viene confortata ancora dall'ottenersi, come vedremo in seguito, mediante l'ossidazione un dicarboacido unico e differente da quello ottenuto coll'ossidazione dell'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo.

L'1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo è un liquido colorato in giallo chiaro, di odore aromatico, bollente alla temperatura di 277°-278 (termometro nel vapore) insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere. La sua densità riferita all'acqua è, alla temperatura di 0°, eguale a 1.0747. Riscaldato con sodio ed alcool dà la reazione di Knorr cogli ossidanti; tanto col dicromato potassico, quanto coll'acido nitroso e percloruro di ferro si ottiene una bella colorazione rosso-viola.

La sua soluzione cloridrica precipita col cloruro platinico dando un cloroplatinato cristallino, giallo-chiaro, che però tosto imbrunisce e la decomposizione si accentua col disseccamento. Anche in soluzione acida il cloroplatinato si altera depositando dei fiocchi bruni.

Acido 4-fenil-3-metil-4-carbopirrazolico. —
$$CH^3.C$$
 N $N.C^6H^5$ CO $^2H.C$ H

10 gr. di fenildimetilpirrazolo sospesi in 200 cc. di acqua resa alcalina con 1 cc. di liscivia d'idrato potassico al 50 °/o e riscaldati a bagno maria, vengono addizionati a poco a poco, con frequente agitazione, di una soluzione di 40 gr. di permanganato potassico in 1 litro di acqua. In 8 ore l'ossidazione è avvenuta; allora si elimina

la metà quasi del pirrazolo inalterato mediante distillazione in corrente di vapore. L'acido solforico precipita dal liquido alcalino il carboacido libero, che, raccolto sopra un filtro ed asciugato, si sottomette a ripetute cristallizzazioni dall'alcole acquoso bollente. Questo prodotto greggio è una miscela di due carboacidi isomeri, che si separano per cristallizzazione. Si scioglie il prodotto nell'alcole concentrato (94-95 %) bollente, indi si aggiunge acqua calda finchè nasce un leggero inalbamento e si lascia raffreddare. Si ripete la cristallizzazione finchè il punto di fusione dei cristalli sia compreso fra 191°-192°.5. Si completa la depurazione convertendolo di nuovo in sale sodico, decomponendo il sale con acido solforico e cristallizzando ancora una volta dall'alcole acquoso l'acido libero. La rendita in acido greggio è molto scarsa, circa il 10 % del pirrazolo adoperato.

	trovato	calcolato
\mathbf{C}	65.55	65.34
\mathbf{H}	5.26	4.95
N	13.53	13.86

L'acido 1-fenil-3-metil-4-carbopirrazolico cristallizza in belli aghi fini, bianchi, quasi insolubili nell'acqua fredda, solubili nell'alcool specialmente a caldo; fonde a 191°.5-192°.5.

Sale di calcio. — 2[C3H(CH3)(CO2)N2C6H5]2Ca,3H2O.

Si satura l'acido con leggero eccesso di latte di calce, indi si elimina con anidride carbonica a caldo l'eccesso di base, si evapora la soluzione a bagno maria ed il residuo, costituito da piccole laminette cristalline, si lava con un po' di alcole.

Contiene 1½ molec. di acqua di cristallizzazione che perde solo a 180°. Analisi:

trovato	calcolato
$H^2O = 6.00$	5.75
	sale secco
Ca 8.93	9.04

Le seguenti esperienze dimostrano la costituzione dell'acido.

Gr. 7,5 di acido si riscaldarono a bagno d'olio per 20 ore circa alla temperatura di 230°-250°; si svolse lentamente anidride carbonica e, quando il residuo col raffred-damento rimase liquido, si sospese il riscaldamento. La sostanza greggia si sottopose alla distillazione in corrente di vapore, dopo averla sospesa in acqua leggermente alcalina per trattenere traccie di acido non trasformato. Il distillato in corrente di vapore si estrasse con etere ed eliminato lo sciogliente, rimase un'olio incoloro, all'incirca 5 grammi, che alla distillazione passò quasi fino all'ultima goccia alla temperatura di 254°-255° (termometro nel vapore). Col raffreddamento si rapprese in una massa cristallina, formata da aghi lunghi e bianchi che fondevano alla temperatura di 37°.

Analisi:

trovato calcolato p. C³H²CH³N²C6H⁵ N 17.53 17.72. Il punto di ebollizione e di fusione coincidono perfettamente colle costanti dell'1-fenil-3-metilpirrazolo ottenuto da Andreocci dall'1-fenil-3-metil-5-pirrazolone (97), e concordano con quelle determinate da L. Claisen e Roosen.

Per controprova, si è preparato lo jodometilato di questo fenilmetilpirrazolo e l'acido che ne deriva per ossidazione col permanganato potassico.

Jodometilato.

Gr. 1 di fenilmetilpirrazolo si riscaldò in tubo chiuso a 100° per 5 ore con 1 grammo di joduro di metile. Il prodotto della reazione, massa cristallina, venne sciolto in alcole e precipitato con etere. Si ripetè il trattamento e si ottenne la sostanza in cristalli duri, bianchi, che fondevano esattamente a 144°, come l'analogo composto di Claisen e Roosen (94) (98).

Acido 1-fenil-3-carbopirrazolico.

Gr. 3 di fenilmetilpirrazolo vennero sospesi in 500 cc. di acqua contenenti sciolti gr. 2 di idrato potassico ed alla miscela, riscaldata a bagno maria, si aggiunsero a poco a poco, agitando, gr. 6 di permanganato potassico disciolto in 100 cc. di acqua. Dopo circa 7 ore, la miscela essendo scolorita, si distillò in corrente di vapor d'acqua, col quale passarono all'incirca i ²/₃ del pirrazolo inalterato.

Il miscuglio fisso si filtrò dagli ossidi di manganese, si svaporò a piccolo volume, si acidificò con acido cloridrico in leggero eccesso, e si estrasse l'acido pirrazolico con etere. Distillato l'etere, è rimasto un residuo cristallino, che si ricristallizzò dall'acqua bollente.

Analisi:

trovato N 14.86 calcolato p. C³H²CO²HN²C⁶H⁵.

L'acido cristallizza in begli aghi setacei, che fondono a 143° e presentano tutti i caratteri di quello ottenuto da Andreocci dall'Antipirina e da Claisen dall'1-fenil-3-metilpirrazolo.

Perciò l'acido 1-fenil-metil-carbopirrazolico descritto è l'acido 1-fenil-3-metil-4-carbopirrazolico, provenendo il pirrazolo che ha servito a produrlo dall'ossimetilenacetone

CH3.CO.C.CH³

che contiene i due metili uniti ad atomi di carbonio contigui: possiamo perciò rappresentarlo collo schema:

Le acque madri alcoliche dell'acido 1-fenil-3-metil-4-carbopirrazolico contengono in soluzione un isomero che, evaporando lo sciogliente, si ha sotto forma di una resina giallo-rossa che a poco a poco si solidifica. Per depurarlo se ne fece il

Sale di calcio. —
$$[C^3H(CH^3)(CO^2)N^2C^4H^5]^2Ca.2H^2O.$$

Si neutralizzò a caldo con latte di calce e dopo passaggio di anidride carbonica si filtrò; si svaporò a secchezza ed il residuo, costituito da scagliette cristalline, si lavò con alcole. Il sale contiene due molecole di acqua di cristallizzazione che perde a 180°.

Analisi:

trovato		calcolato	
$\mathrm{H}_5\mathrm{O}$	7.30—7.95	7.51	
		sale secco	
Ca	8.82	9.04	

L'acido libero ottenuto da questo sale di calcio cristallizza in belle laminette quadrate bianche, lucenti, che fondono senza decomporsi a 133°.5-134°.5, solubili nell'alcool e nell'etere, pochissimo solubili nell'acqua a freddo.

Ossidazione degli acidi 1-fenil-metilcarbopirrazolici.

Gr. 22 di acido 1-fenil-3-metil-4-carbopirrazolico fusibile a 191°.5-192°.5, disciolti in 200 cc. di acqua alcalinizzata con 2 cc. di liscivia potassica al 50 °/o, vennero riscaldati a bollore in un bagno a cloruro di calcio; e nella soluzione bollente si versò a poco alla volta cc. 145 di una soluzione di permanganato potassico al 2.5 °/o impiegando gr. 3,60 di permanganato, mentre la quantità calcolata per la trasformazione del CH³ in COOH è di gr. 3,45.

Il filtrato dall'ossido di manganese, evaporato a piccolo volume e decomposto con acido solforico diluito, diede luogo ad un precipitato che venne agitato con meno di due volumi di etere. L'etere estrae, sciogliendolo, solo una piccola parte del precipitato e la distillazione del solvente lasciò un residuo che si constatò essere un miscuglio di mono-carboacido inalterato e del dicarboacido. Le acque col precipitato in sospensione vennero ancora concentrate a metà volume, e quindi agitate ripetutamente con grande massa di etere fino a soluzione completa. Distillato l'etere rimase come residuo l'acido greggio, che venne cristallizzato una prima volta dall'acqua bollente e ricristallizzato poi dall'alcool acquoso.

Analisi:

trovato calcolato p. $C^3H(CO^2H)^2N^2C^6H^5$ N 11.93 12.06

L'acido 1-fenil-3-4-dicarbopirrazolico cristallizza dall'alcole acquoso in laminette bianche madreperlacee, quasi insolubili nell'acqua fredda, pochissimo solubili nell'etere; solubili nell'alcool e nell'acqua bollente. Fonde, decomponendosi con sviluppo gassoso, a 200°.5. Anche in questo caso come prodotto della decomposizione si ha 1-fenilpirrazolo, riconosciuto colla reazione di Knorr.

Etere metilico. — C3H(CO2CH3)2N2C6H5.

Lo si preparò nel modo descritto per il dicarboacido proveniente dall'ossidazione dell'1-fenil-metil-etilpirrazolo. Cristallizza dall'alcole acquoso bollente in lunghi aghi bianchi setacei, insolubili nell'acqua, solubili nell'alcool ed etere ed anche nell'alcool acquoso bollente. Fonde senza subire alcuna decomposizione alla temperatura di 74°.5-75°.5.

Analisi:

trovato calcolato
N 10.77 10.76

L'ossidazione dell'acido 1-fenil-4-metil-3-carbopirrazolico fusibile a 133°.5-134°.5 dette lo stesso dicarboacido, del quale si constatò l'identità dai caratteri dell'acido libero e da quelli del suo etere metilico, senza però analizzare i composti, causa la scarsezza del materiale ottenuto.

All'incirca gr. 0,9 di acido vennero ossidati nelle condizioni sopradescritte: l'acido greggio si cristallizzò dall'acqua bollente. Filtrando la soluzione bollente una porzione cristallizzò sul filtro, e questa si riconobbe essere una miscela di mono e dicarboacido. La soluzione filtrata col raffreddamento lasciò depositare delle laminette leggermente colorate in giallognolo che fondevano, decomponendosi, alla temperatura di 200°. Il suo etere metilico, ottenuto per azione dell'acido cloridrico sulla soluzione in alcole metilico, cristallizza in belli aghi setacei, che fondono alla temperatura di 74°.

Con queste ricerche si completa le serie dei dicarboacidi pirrazolici ed ho tutti i dati sperimentali per stabilire la posizione delle catene carbossiliche.

L'ossidazione dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo, nel quale la posizione dei due metili è bene stabilita provenendo esso dall'acetilacetone

$$\mathrm{CH^3} - \mathrm{CO} - \mathrm{CH^2} - \mathrm{CO} - \mathrm{CH^3}$$

mi ha dato il dicarboacido 3-5:

Coll'ossidazione dell'1-fenil-dimetilpirrazolo ho avuto dapprima una miscela di due monocarboacidi, di cui l'uno sovrariscaldato m'ha dato l'1-fenil-3-metilpirrazolo e, come ho già stabilito a pag. 95, quest'acido è rappresentato dallo schema:

L'isomeria dell'altro acido fenilmetilcarbopirrazolico fusibile a 133°.5-134°.5, che si forma in piccola quantità può essere spiegata collo schema:

perchè, tutti e due questi acidi, ulteriormente ossidati, conducono all'1-fenil-3-4-dicarboacido:

Per l'acido dicarbopirrazolico derivante dall'ossidazione dell'1-fenil-metil-etilpirrazolo rimane per esclusione la formola:

unica formola che soddisfi alla condizione di derivare da un pirrazolo, nel quale i due gruppi alchilici sostituenti siano vicini.

Derivati alogenati dell'1-fenilpirrazolo.

Un'altra caratteristica dei composti che contengono radicali condensati è la mobilità degli atomi d'idrogeno di questi radicali, per cui essi atomi vengono facilmente sostituiti dagli alogeni. I derivati alogenati formati oppongono poi una resistenza alla sostituzione e ad altre reazioni di gran lunga superiore a quella che oppongono i derivati alogenati della serie grassa.

Basta citare di confronto il comportamento della bromobenzina e dei bromuri CⁿH²ⁿ⁺¹Br, CⁿH²ⁿ⁻¹Br ecc. a catena aperta degli atomi di carbonio, coll'acetato di argento.

Passo ora a descrivere le esperienze fatte in proposito dal dott. O. Severini e da me (99) (100).

Azione del cloro sull'1-fenilpirrazolo.

Un grammo di 1-fenilpirrazolo venne sospeso in 100 cc. di acqua e nella miscela si fece gorgogliare fino a rifiuto una corrente di cloro. La reazione avvenne immediatamente, e si ottenne una massa solida che si sottopose alla distillazione in corrente di vapore, e si ricristallizzò dall'alcole.

Analisi:

trovato calcolato p. C³H²ClN²C6H⁵
Cl 19.42 19.88

L'1-fenil-cloropirrazolo cristallizza dall'alcole in belli aghi bianchi, setacei, che sublimano facilmente. Fonde alla temperatura di 75°-75°,5. È insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool, nell'etere ed a caldo anche nell'alcool acquoso (volumi eguali di alcool concentrato ed acqua).

Azione del bromo sull'1-fenilpirrazolo — 1-fenilbromopirrazolo.

Si sciolgono 10 p. di 1-fenilpirrazolo in egual peso di acido acetico concentrato e sulla soluzione raffreddata con acqua per impedire il riscaldamento prodotto nella reazione, si fa gocciolare p. 11,1 di bromo sciolto in 20 p. dello stesso acido acetico. La soluzione assume una colorazione giallo-rossa e non si osserva svolgimento di acido bromidrico. Si lascia la miscela per un'ora alla temperatura ordinaria, indi si versa in una gran quantità di acqua ed il precipitato, che si forma, ben lavato con acqua fredda ed asciugato fra carta, viene cristallizzato un paio di volte dall'alcole a 95 °/o bollente. La rendita in prodotto monobromurato è teorica.

Analisi:

	trovato	,	calcolato	p. $C^3H^2BrN^2C^6H^5$
C	48.20			48.43
\mathbf{H}	3.23			3.13
N	12.45			12.55
Br	35.84			35.87

L'1-fenilpirrazolo monobromurato o, come vedremo in seguito, l'1-fenil-4-bromopirrazolo, si presenta in belli aghi bianchi splendenti; è solubile nell'alcool, nell'etere nella benzina e nel cloroformio specialmente a caldo; insolubile nell'acqua. Fonde alla temperatura corretta di 80°,5-81° e bolle, decomponendosi in parte, a 293°-296°.

L'azione del bromo genera un solo composto, perchè un frazionamento metodico sopra una quantità di prodotto bromurato proveniente dall'impiego di 100 gr. di fenilpirrazolo, ha dato frazioni che fondevano alla stessa temperatura e presentavano lo stesso abito fisico.

Il bromo è collegato nella molecola come nei composti aromatici, tanto è vero che non è capace di essere sostituito dall'ossidrile per mezzo delle soluzioni di idrato potassico. Difatti riscaldando per 6 ad 8 ore alla temperatura di 120°-130° in tubo chiuso il fenilbromopirrazolo con una soluzione alcoolica concentrata d'idrato

potassico, non subisce nessuna alterazione ed il prodotto bromurato, che si riottiene tutto, fonde come prima a 80°,5-81°.

A differenza dei composti bromurati aromatici nei quali si compie la sostituzione del bromo con radicali idrocarbonici sia col metodo di Fittig, sia col metodo di Friedel e Crafts col cloruro di alluminio, il fenilbromopirrazolo non dà questa sostituzione. Una soluzione benzinica di 2 p. di 1-fenilbromopirrazolo riscaldata per 8 ore a ricadere con 1 p. di cloruro di alluminio, svolge appena traccie di vapori acidi e dopo si riottiene inalterato il composto bromurato. Questo fatto dimostra che il bromo ha sostituito l'idrogeno del pirrazolo e non quello del fenile.

La mancanza di sviluppo di acido bromidrico, nell'azione prima del bromo sul fenilpirrazolo, potrebbe far nascere il dubbio che si formasse un prodotto di addizione, che poi coll'acqua si scindesse, perciò ho istituito il seguente sperimento.

Su gr. 5 di fenilpirrazolo sciolti in 5 gr. di acido acetico glaciale si lascia gocciolare, raffreddando, gr. 5,55 di bromo sciolti in 15 gr. di acido acetico; il liquido giallo d'oro assume una debole colorazione giallo-rossa. Appena introdotto tutto il bromo si versa a piccole porzioni gr. 350 di amalgama di sodio all'1°/o, tenendo sempre il recipiente immerso nell'acqua fredda ed agitando vivamente. Non si forma traccia di derivato pirrazolinico, perciò la prima azione del bromo è sostituente e l'acido bromidrico rimane combinato col pirrazolo bromurato, che ha ancora, come vedremo in seguito, debole funzione basica.

Cloroplatinato. —
$$(C^3H^2BrN^2C^6H^5HCl)^2PtCl^4$$
, $1^1/_2H^2O$.

Il fenilbromopirrazolo ha deboli proprietà basiche; infatti si scioglie nell'acido solforico, cloridrico, acetico concentrati e la diluizione delle soluzioni lo riprecipita inalterato. Se alla soluzione cloridrica si aggiunge una soluzione fortemente acida di cloruro platinico si ottiene il cloroplatinato sotto forma di un precipitato cristallino, pesante, formato da prismi appuntiti e microscopici, di colore arancio.

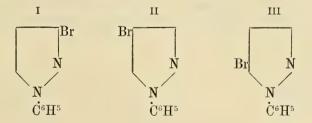
Questo cloroplatinato riscaldato a 160°-170° si decompone senza fondere.

L'acqua lo decompone immediatamente in fenilbromopirrazolo e cloruro platinico, e la stessa decomposizione avviene lentamente per esposizione all'aria.

Analisi:

 $\begin{array}{c} \text{trovato} & \text{calcolato} \\ \text{H}^2\text{O} & 3.11 & 3.05 \\ & \text{sale secco} \\ \text{Pt} & 22.81 & 22.73 \end{array}$

Ammessa la costituzione ciclica del Pirrazolo, si prevedono per l'1-fenilpirrazolo tre composti monobromurati isomeri,



Ho stabilito la posizione del bromo (101) introducendo nell'acido 1-fenil-3-5-carbopirrazolico un atomo di bromo; sovrariscaldando l'acido bromurato è rimasto l'1fenil-4-bromopirrazolo rappresentato dalla formola II, che possiede le stesse proprietà di quello ottenuto direttamente.

Per controprova ho bromurato direttamente l'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo dall'acetilacetone, indi ossidato i due metili e trasformato in dicarboacido, che sovrariscaldato mi ha dato lo stesso 1-fenil-4-bromopirrazolo.

Acido 1-fenil-3-5-dicarbo-4-bromopirrazolico. — C³Br(CO²H)²N²C⁶H⁵.

Ad 1 p. di acido dicarbopirrazolico sciolto a caldo in 5 a 6 p. di acido acetico glaciale, si aggiunge tutta in una volta la quantità corrispondente di bromo, proporzionale al peso di una molecola, sciolto in egual peso di acido acetico. Si agita ripetutamente e si abbandona alla temperatura ordinaria per 3 a 4 ore, continuando di tanto in tanto ad agitare. A mano a mano che la massa si raffredda si va depositando l'acido cristallizzato. Dopo questo tempo si addiziona di egual volume di acqua alla temperatura dell'ambiente e si lascia in riposo durante la notte. All'indomani si riscalda la massa in modo che l'acido depositato si sciolga completamente, indi si lascia raffreddare lentamente per riavere l'acido cristallizzato.

Si filtra alla tromba, si lava con un po' di acqua fredda, si asciuga fra carta e si dissecca l'acido alla stufa od in un essicatore ad acido solforico.

Analisi:

	trovato	calcolato	
C	42.29	42.44	
\mathbf{H}	2.34	2.25	
Br	25.44	25.82	

L'acido 1-fenil-3-5-dicarbo-4-bromopirrazolico cristallizza in piccoli mammelloni bianchi; è poco solubile nell'acqua calda, solubile nell'alcool e nell'acido acetico caldi, poco in detti veicoli freddi. Fonde, decomponendosi con sviluppo gassoso, alla temperatura di 244°.

Sale ammonico. — C³Br(CO²NH⁴)²N²C⁶H⁵.

Si satura l'acido con un leggero eccesso di ammoniaca, indi si concentra la soluzione a siroppo e si aggiunge alcool assoluto. Cristallizza col raffreddamento il sale neutro in piccoli aghetti bianchi, che fondono, decomponendosi con sviluppo di gas, alla temperatura di 190°-192°.

Analisi:

	trovato	calcolato
N	16.37	16,23

Sale di piombo. — C3Br(CO2)2PbN2C6H5.

È un precipitato bianco polverulento che si ottiene mischiando soluzioni del sale baritico coll'acetato o nitrato di piombo. È quasi insolubile nell'acqua bollente.

Analisi:

trovato Pb 40.36 calcolato 40.24

Sale d'argento.

È un precipitato bianco, gelatinoso, che coll'ebollizione diventa cristallino; insolubile nell'acqua bollente, annerisce facilmente alla luce.

Sale di bario.

Si ottiene saturando l'acido libero con idrato di bario in leggero eccesso ed eliminando questo eccesso con anidride carbonica a caldo. La soluzione concentrata fortemente non cristallizza, ma si rappiglia in una massa amorfa, trasparente come la colla, che a poco a poco indurisce.

La soluzione acquosa precipita il sale in fiocchi bianchi coll'aggiunta di alcole. E deliquescente.

1-Fenil-4-bromopirrazolo.

Si riscalda l'acido 1-fenil-3-5-dicarbo-4-bromopirrazolico in bagno di olio alla temperatura di 240°-245°. L'acido fonde ed ha luogo un energico sviluppo di anidride carbonica. Il residuo bruno si tratta con alcole caldo addizionato di un po' di carbonato ammonico, e dalla soluzione alcoolica si precipita il bromopirrazolo coll'aggiunta di acqua, e si depura cristallizzandolo un paio di volte dall'alcole bollente.

Analisi:

trovato
Br 35.70

calcolato 35.87

L'1-fenil-4-bromopirrazzolo cristallizza dall'alcole in belli aghi bianchi, splendenti, solubili nell'etere, nella benzina, e nel cloroformio, specialmente a caldo; è insolubile nell'acqua. Fonde alla temperatura corretta di 81°; bolle, decomponendosi in parte, alla temperatura di 293°-296° e già subisce in piccola quantità questa decomposizione quando si genera per fusione del dicarboacido, perchè si forma qualche poco di acido bromidrico.

Cloroplatinato.

È un precipitato pesante, cristallino di color arancio, che l'acqua decompone immediatamente in bromopirrazolo e cloruro di platino. Si decompone a $160^{\circ}-170^{\circ}$ senza fondere: contiene $1^{1/2}$ molecola di acqua di cristallizzazione, che perde a $130^{\circ}-140^{\circ}$.

Analisi:

trovato H²O 3.22 calcolato 3.05

Pt 23.04

sale secco

1-Fenil-3-5-dimetil-4-bromopirrazolo. — C³Br(CH³)²N²C⁶H⁵.

Gr. 20 di 1-fenil-3-5-di-metilpirrazolo sciolti in 20 gr. di acido acetico glaciale vennero addizionati a poco a poco, agitando e senza impedire il leggero riscaldamento prodotto dalla reazione, con gr. 18,6 di bromo, pure sciolti in 20 gr. di acido acetico. Terminata l'aggiunta del bromo, si lascia la miscela in riposo alla temperatura dell'ambiente per 15 minuti, indi si diluisce con acqua. Si deposita un olio giallo-rosso, che non cristallizza e che viene estratto con etere. L'etere si lava ripetutamente con una soluzione diluita di idrato sodico fino a netta reazione alcalina dell'acqua di lavaggio, indi si lava ancora tre volte con acqua distillata, si dissecca con cloruro di calcio fuso ed infine si elimina colla distillazione.

Il residuo, liquido oleoso di color giallo-chiaro, che rimane, pesa gr. 28.5, mentre la quantità teorica di composto bromurato corrispondente alla quantità di pirrazolo adoperato è di gr. 29,1. La rendita è perciò teorica.

Analisi:

trovato calcolato
Br 32.00 31.86

L'1-fenil-3-5-dimetil-4-bromopirrazolo è un liquido oleoso, di color giallo-chiaro, di odore aggradevole; esso non si può distillare alla pressione ordinaria senza decomposizione profonda: si scioglie nell'alcool e nell'etere; insolubile nell'acqua e di questa più denso. Raffreddato a 15° diventa denso come un siroppo, ma non presenta traccie di cristallizzazione.

Ossidato col permanganato potassico in soluzione alcalina dà l'acido 1-fenil-3-5-dicarbo-4-bromopirrazolico. L'ossidazione procede lentamente e la maggior parte del bromopirrazolo rimane inalterato. Difatti da gr. 26 di bromopirrazolo riscaldati a bagno maria colla quantità (66 gr. sciolti in 500 cc. di acqua e 25 cc. di liscivia potassica al 50 °/o) richiesta di permanganato, si ebbe solo dopo 26 ore di riscaldamento, la scolorazione del liquido, e distillando in seguito in corrente di vapore si riebbero gr. 14 di bromopirrazolo ed in tutto gr. 4 di acido bromurato.

L'acido, depurato per cristallizzazione dall'acido acetico, presenta i caratteri di quello ottenuto per bromurazione dell'acido 1-fenil-3-5-dicarbopirrazolico, cioè fonde, decomponendosi con sviluppo gassoso, alla temperatura di 244°.

Analisi:

	trovato	calcolate
Br	25.59	25.72
N	9.13	9.00

Il suo sale di piombo è un precipitato bianco, insolubile.

Riscaldato in bagno ad olio alla temperatura di 240°-250° dà l'1-fenil-4-bromopirrazolo fusibile ad 81°.

Ho tentato di far reagire il bromo sull'acido 1-fenil-4-5-di-carbopirrazolico per ottenere l'1-fenil-3-bromopirrazolo, ma inutilmente, perchè nelle stesse condizioni il

bromo non reagisce per niente e si ha l'acido pirrazolico inalterato. Facendo invece agire sullo stesso acido il bromo in presenza di alcali, la sostituzione si compie, ma siccome si deve adoperare, perchè la reazione avvenga, un eccesso di bromo si ottiene un derivato dibromurato. Ecco le condizioni nelle quali operai.

Gr. 1,5 di acido sciolti in 400 cc. di acqua resa alcalina con gr. 2,5 di idrato potassico, vennero addizionati a poco a poco ed a freddo di gr. 5 di bromo. Colla quantità di bromo proporzionale ad un solo peso molecolare non avviene reazione.

La miscela, dopo averla abbandonata alla temperatura dell'ambiente per 24 ore, venne acidificata con acido solforico ed estratta con etere.

Colla distillazione dell'etere rimase un olio, che tosto si solidificò. Per depurare l'acido greggio (che è una miscela di un monobromo e bibromoacido nella quale predomina però il bibromoderivato) lo si scioglie di nuovo nella soda diluita, indi si acidifica nuovamente con acido solforico e si ripete l'estrazione con etere, ed il residuo si tratta con poco alcole bollente. L'alcool scioglie la maggior parte della sostanza e lascia indisciolta una piccola quantità di un olio, che col raffreddamento si rappiglia in una massa solida. Questa porzione disciolta in una gran quantità di alcole bollente e diluendo in seguito con acqua calda fino ad opalescenza e lasciando raffreddare si depositano dei cristalli aghiformi che contengono il 36,37 % di bromo; ciò dimostra che è una miscela del monobromo e del dibromoacido.

La prima soluzione alcoolica deposita col raffreddamento una sostanza cristallizzata in piccoli aghi giallognoli, che fondono decomponendosi alla temperatura di 197°-199°. L'analisi dimostra che è un acido dicarbodibromopirrazolico.

Analisi:

trovato calcolato p.
$$C^3Br(CO^2H)^2N^2C^6H^4Br$$
 Br 40.74 41.02

Quest'acido riscaldato per 7 ore in bagno d'olio alla temperatura di 240°-255°-sviluppa anidride carbonica e lascia come residuo un bibromo-fenilpirrazolo, che si depura mediante distillazione in corrente di vapore e cristallizzazione del composto distillato dall'alcole acquoso.

Analisi:

Questo bibromofenilpirrazolo cristallizza in aghetti bianchi, setacei, insolubili nell'acqua, poco solubili nell'alcole freddo, solubili nell'alcol caldo e nell'etere. Fonde a 74°.

Il composto se contiene, come è molto probabile, l'atomo di bromo nel nucleo pirrazolico, lo conterrà al posto dell'atomo d'idrogeno 3, cioè dovrà rappresentarsi collo schema:

1-Fenilbibromopirrazolo. — C³HBr²N²C⁶H⁵.

Si sciolgono gr. 20 di 1-fenilbromopirrazolo in 170 a 180 gr. di acido acetico freddo e si aggiunge alla soluzione gr. 14,5 di bromo sciolti in gr. 15 di acido acetico; si lascia in riposo per un paio d'ore e si versa quindi il liquido in una gran quantità di acqua. Precipita il composto bibromurato che, lavato e disseccato, pesa gr. 25; mentre la teoria per l'anzidetta quantità ne richiede gr. 27. L'aggiunta del bromo può essere fatta tutta in una volta e senza raffreddare, perchè la reazione è calmissima e si nota appena un leggero aumento di temperatura. Il prodotto greggio viene depurato per successive cristallizzazioni dall'alcole.

Analisi:

	trovato		calcolato
N	9.33		9.27
Br	52.93	•	52.98

Questo composto, che può essere l'1-fenil-3-4 o 4-5-bibromopirrazolo, cristallizza dall'alcole in belli aghi appiattiti, molli, di color bianco, splendenti; poco solubile nell'alcool freddo, solubile nell'alcool, benzina, etere caldi, insolubile nell'acqua. Fonde alla temperatura corretta di 83°,5-84°.

La miscela col derivato monobromurato ne abbassa di molto il punto di fusione; così; ad esempio, un miscuglio a parti eguali di mono e bibromo composto fonde costante a 59°-60°.

La funzione basica di questo composto è più debole di quella del derivato monobromurato. Infatti si scioglie nell'acido solforico concentrato, ma molto meno nell'acido cloridrico fumante; e, se alla soluzione cloridrica si aggiunge una soluzione acida di cloruro platinico, si precipita il cloroplatinato formato da piccoli aghi microscopici di color giallo chiaro; ma questo cloroplatinato non si potè analizzare perchè già nella filtrazione e nel disseccamento all'aria libera, si decompone in cloruro platinico e bibromopirrazolo. Tale decomposizione avviene immediatamente coll'acqua.

1-Feniltribromopirrazolo.

Il bibromoderivato si ottiene tanto dal monobromo che dal bibromopirrazolo in soluzione acetica o cloroformica, aggiungendo, e facendo bollire a ricadere per 4 a 5 ore, la quantità teorica di bromo. Il prodotto greggio si depura mediante ripetute cristallizzazioni dall'alcole bollente.

Analisi:

trovato calcolato
Br 62.72 62.99

L'1-fenil-3-4-5-tribromopirrazolo cristallizza dall'alcole in aghi bianchi e fini, di splendore setaceo, aggruppati come l'amianto; è insolubile nell'acqua, poco solubile nell'alcool, etere e cloroformio a freddo; discretamente solubile negli stessi veicoli caldi. Fonde alla temperatura corretta di 106°,5-107°, si scioglie difficilmente nell'acido solforico concentrato ed appena nell'acido cloridrico fumante.

Azione dello jodio.

Lo jodio libero non reagisce sull'1-fenilpirrazolo, anche riscaldando la soluzione cloroformica in tubo chiuso durante 7 ore alla temperatura di 100°.

Si ottiene, come vedremo al prossimo capitolo, un monojododerivato facendo agire sul fenilpirrazolo lo jodio in presenza di alcali.

Si è tentato pure di avere derivati bi e trijodurati del fenilpirrazolo, partendo dai corrispondenti composti bromurati, nello stesso modo che dal tetrabromopirrolo si ottenne il tetrajodopirrolo o Jodolo (102).

Riscaldando per parecchie ore, a ricadere, pesi equimolecolari di bi e tribromofenilpirrazolo e joduro potassico sciolti in tanto alcole acquoso quant'è necessario per avere una soluzione completa, non si ha reazione alcuna; similmente si riottengono le due sostanze inalterate se la soluzione viene riscaldata per 8 ore in tubo chiuso a 180°-200°.

Ne si fu più fortunati adoperando joduro mercurico: tanto in soluzione nell'alcole etilico, quanto nell'alcole metilico dove il sale sarebbe stato più dissociato, e riscaldando per 8 ore a 180°-200° in tubo chiuso non si ebbe accenno di reazione.

CAPITOLO IV.

Esperienze dimostranti le relazioni del Pirrazolo col Pirrolo.

La sintesi di derivati pirrolici scoperta dal Knorr (11), mediante i γ -diacetoni, trova, come abbiamo già visto, il suo riscontro nella sintesi dei derivati pirrazolici mediante i β -diacetoni, e le due reazioni gettano luce sulla analogia di struttura che l'esperienza verifica nei due nuclei, e che le seguenti equazioni date dal Knorr rappresentano:

Da questa analogia il pensiero naturalmente corre subito a cercare altre analogie di comportamento fra i due nuclei, e fu mia cura, appena ho potuto disporre di grandi quantità di composti pirrazolici, di studiarli in questa direzione.

Fra le reazioni più caretteristiche dei composti pirrazolici ho scelto le seguenti:

- a) La trasformazione del Pirrolo in composto della Piridina mediante il cloroformio ed etilato sodico, reazione elegante scoperta da G. Ciamician ed M. Dennstedt nel 1881 (103).
- b) L'azione degli ossiacidi inferiori degli alogeni. Come si sa dalle ricerche di G. Ciamician e P. Silber (104) gli ipocloriti ed ipobromiti alcalini reagendo sul pirrolo producono, oltre a quantità variabili di pirroli alogenati, anche i prodotti della loro parziale ossidazione e specialmente l'imide bibromaleica:

Dato lo stesso andamento pei composti pirrazolici si doveva aspettare la formazione di pirrazoloni o di amidi sostituite:

c) La facile sostituzione dell'idrogeno metinico coi radicali acidi, sostituzione accennata dapprima dal Lichtenstein (105), e sviluppata in seguito dalle ricerche di Ciamician e Dennstedt (106).

Ho tentato queste tre serie di reazioni sui composti pirrazolici; e nelle pagine seguenti si vedrà con quali risultati.

L. Knorr (11) ha ottenuto fin dal 1885 un carboacido sotto forma del suo etere etilico, facendo reagire la fenilidrazina sull'etere etilico dell'acido diacetilsuccinico.

Egli considerò questo nuovo composto come il derivato di un nucleo

che chiamò « Piridazino ».

A questa serie di composti apparterrà pure quello preparato da C. Paal (107) per azione della fenilidrazina sull'acetofenonacetone:

CH3.CO.CH2.CH2.CO.C6H5.

A derivati di questo nuovo nucleo si dovrebbe arrivare applicando la reazione del Ciamician ai pirrazoli contenenti l'immino, e feci questo tentativo colla collaborazione del dott. G. Marchetti (108).

Per azione del cloroformio sul pirrolo in presenza di alcoolato sodico, il Ciamician ottenne la β -cloropiridina; noi tentammo la reazione col 3-5-dimetilpirrazolo nelle stesse condizioni, ma riottenemmo nuovamente inalterata la stessa quantità di pirrazolo adoperato.

Preparammo in seguito il composto sodico del dimetilpirrazolo, trattandone 10 grammi, riscaldato un po' al disopra del suo punto di fusione, colla quantità teorica di Sodio. Il composto sodico si presentò sotto forma di una massa solida bianca, decomponibile dall'acqua, e solubile nell'etere secco. Alla soluzione eterea aggiungemmo con precauzione a poco a poco, e raffreddando, una soluzione eterea di cloroformio; si ebbe un forte sviluppo di calore con deposito di cloruro di sodio e l'etere si colorò leggermente in giallo. La soluzione eterea si colorò in rosso nello svaporamento del solvente e rimase come residuo un olio colorato in rosso scuro. Si riprese con etere e si dibattè la soluzione eterea con acido cloridrico diluito. Dalla soluzione cloridrica si ricuperò all'incirca 2 grammi di dimetilpirrazolo inalterato. Nella parte eterea rimase una resina rossa, che si sciolse nell'acido cloridrico fumante con colorazione violacea; ma non potemmo ottenere da essa nè un cloridrato cristallizzato, nè un cloroplatinato in istato analizzabile. Da queste esperienze pare che il passaggio del pirrazolo ad un derivato piridazinico non si effettui.

Azione dell'ipoclorito sodico sull'Ifenilpirrazolo 1-Fenil(4?)cloropirrazolo.

Gr. 2,7 di 1-fenilpirrazolo si sono scaldati a bagno maria con cc. 150 di una soluzione d'ipoclorito sodico contenente il 50 °/00 di cloro attivo, per circa 8 ore.

Sul collo del pallone si è depositata una sostanza cristallizzata in aghi splendenti molto volatili; perciò bisogna, per non aver perdite, munire il pallone di un refrigerante.

Si è separata la nuova sostanza mediante la distillazione in corrente di vapore, estrazione con etere e ricristallizzazione dall'alcole del prodotto distillato.

Analisi:

 trovato
 calcolato p. C³H²ClN²C⁶H⁵

 Cl 20.02
 19.88

 N 15.72
 15.69

Questo clorofenilpirrazolo presenta gli stessi caratteri di quello descritto a pag. 100, ed ottenuto per azione diretta del cloro sull'1-fenilpirrazolo. Difatti cristallizza in belli aghi bianchi, setacei, che sublimano facilmente. Fonde alla temperatura di 75°-75°,5.

È insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool, nell'etere ed anche, a caldo, nell'alcool acquoso (volumi eguali di acqua e di alcool concentrato).

Modificando le condizioni dell'esperienza si ottiene lo stesso composto: 1 grammo di 1-fenilpirrazolo venne sospeso nell'acqua, contenente in soluzione idrato potassico, e nella miscela si fece gorgogliare una corrente di cloro. Il composto ottenuto fondeva a 74°,5-75°.5.

Analisi:

trovato calcolato
Cl 20.07 19.88

L'atomo di idrogeno che viene sostituito dal cloro è con molta probabilità quello in posizione 4 e ciò per due ragioni:

I. Perchè è l'atomo fra quelli del nucleo pirrazolico più facile a reagire.

II. Perchè avendo fatto reagire sopra 5 gr. di 1-fenil-4-bromopirrazolo 300 cc. di soluzione d'ipoclorito sodico, contenente parimenti il 50 % di cloro attivo, si è riottenuto, operando tanto a freddo quanto a caldo, gr. 4,5 dello stesso composto bromurato fusibile a 80%.5.

In tutte queste reazioni non s'è potuto riscontrare la presenza di acidi organici, nè di pirrazoloni o di amidi.

Azione dell'ipobromito Sodico. — 1-Fenilbibromopirrazolo.

Gr. 1,5 di 1-fenilpirrazolo vennero sospesi in 150 cc. di acqua contenente in soluzione gr. 1,8 di idrato potassico ed alla miscela raffreddata si aggiunse a poco alla volta, agitando gr. 5 di bromo, cioè la quantità corrispondente per la formazione di un bibromoderivato. Avvenne immediatamente una reazione energica ed il pirrazolo si convertì in una sostanza solida. Essendo il liquido sovrastante colorato in rosso si abbandonò il tutto a sè per 24 ore, quindi si riscaldò a bagno maria per fondere la sostanza solida: si aggiunse idrato potassico fino a decolorazione e si distillò in corrente di vapore. Il composto cristallino, passato col vapore d'acqua, si cristallizzò ripetutamente dall'alcole acquoso.

trovato calcolato p. $C^3HBr^2N^2C^6H^5$ Br 53.10 52.98

Esso presenta tutti i caratteri di quello ottenuto direttamente per azione del bromo. Cristallizza in belle lamine allungate, leggermente rosee, di splendore madreperlaceo: fonde a 83°,5-84°. Anche in questo caso non si sono osservati composti secondari di natura acida, che avessero preso origine contemporaneamente.

Azione dello Jodio in soluzione alcalina. — 1-Fenil-jodo-pirrazolo.

Come ho scritto più sopra lo jodio non reagisce coll'1-fenilpirrazolo: se invece si fa contemporaneamente intervenire un idrato alcalino si forma lo jodofenilpirrazolo.

1 gr. di 1-fenilpirrazolo sospeso in 150 cc. di acqua, contenente in soluzione gr. 1,20 di idrato potassico, venne addizionato, a freddo, di una soluzione di gr. 5,5 di

jodio in 30 cc. di acqua, nella quale erano stati sciolti gr. 10 di joduro potassico. Dopo 24 ore la miscela si decolorò con leggero eccesso di idrato potassico e si sottopose alla distillazione in corrente di vapore.

Dapprima passarono all'incirca i ²/₃ del fenilpirrazolo inalterato, poi nella canna del refrigerante si depositarono dei cristalli. Si cambiò allora il recipiente collettore e si proseguì la distillazione. La sostanza cristallina raccolta si cristallizzò ripetutamente dell'alcole acquoso bollente.

troyato
I 46.75

calcolato p. $C^3H^2IN^2C^6H^5$ 46.83

L'1-fenilpirrazolo monojodurato cristallizza in piccoli aghi corti, sottili bianchi, di splendore setaceo; è insolubile nell'acqua, poco solubile nell'alcole freddo, solubile nell'alcolo bollente e nell'etere. Fonde alla temperatura di 76°,5. Anche in questo caso non s'è osservata la formazione di composti di natura acida.

In conclusione gli alogeni in soluzione alcalina reagiscono sull'1-fenilpirrazolo esclusivamente come sostituenti, ed anche in grande eccesso si riesce, eccetto che per il bromo che ne sostituisce due, a sostituire un solo atomo d'idrogeno e con molta probabilità, ripeto, quello in posizione 4, cioè in posizione meta rispetto a quell'atomo di azoto che chiamerò piridico.

Azione dei cloruri acidi sui pirrazoli.

Le esperienze furono fatte sul 3-5-dimetilpirrazolo, 1-3-5-trifenilpirrazolo, 1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo, 1-fenil-4-bromopirrazolo e sull'1-fenilpirrazolo adoperando i cloruri di benzoile e di acetile.

1-4-Dibenzoil-3-5-dimetilpirrazolo. — $C^3(CH^3)^2COC^6H^5N^2COC^6H^5$.

Si è tentato dapprima di preparare col 3-5-dimetilpirrazolo il suo derivato benzoilico, nel quale il benzoile si attacca direttamente all'azoto, col metodo di Baumann; agitando infatti una soluzione di dimetilpirrazolo con idrato sodico e cloruro di benzoile e raffreddando per attenuare lo sviluppo di calore che si ha nella reazione, si ottiene un olio leggermente colorato in giallo, che si raccoglie sul fondo del recipiente. Quest'olio è con molta probabilità il benzoilderivato

$\mathrm{C^3H}(\mathrm{CH^3})^2\mathrm{N^2COC^6H^5}$.

il quale è però facilmente saponificato, anche dall'acqua; perchè nello spazio di poche ore lo strato oleoso, separato dalla soluzione alcalina e sospeso in acqua ancora leggermente alcalina, a poco a poco si scioglie completamente e dalla soluzione si ha pirrazolo inalterato ed acido benzoico. Nello stesso modo, secondo le ricerche di Ed. Buchner (49), si comporta il derivato benzoilico del Pirrazolo. Era mio intendimento di preparare il benzoilderivato per poi riscaldarlo in tubo chiuso e vedere se avvenisse la trasposizione del radicale acido; non essendo riuscito ad isolarlo, ho sperimentato l'azione di un eccesso di cloruro di benzoile sul 3-5-dimetilpirrazolo in tubo

chiuso; perciò ho riscaldato per 5 a 6 ore alla temperatura di 250°-260°, gr. 10 di pirrazolo con gr. 40 di cloruro di benzoile. Il prodotto della reazione, massa nera catramosa, si versò in 250 a 300 cc. di acqua e, quando il cloruro di benzoile fu decomposto, si salificò con carbonato sodico in polvere, rendendo la massa leggermente alcalina, indi si agitò ripetutamente con etere che lasciò indisciolto la maggior parte del catrame. L'estratto etereo colorato in bruno, abbandonato a sè, cristallizzò lentamente. I cristalli si depurarono per successive cristallizzazioni dall'alcole decolorandoli con carbone animale, e l'analisi dimostrò essersi formato un dibenzoilderivato.

Analisi:

 $\begin{array}{ccc} & \text{trovato} & & \text{calcolato} \\ \textbf{N} & 9.33 & & 9.21 \end{array}$

La rendita in dibenzoilderivato è all'incirca la quarta parte del pirrazolo impiegato; da 10 gr. se ne ottenne gr. 2,5.

Questo nuovo composto cristallizza dall'alcole in piccoli prismi lucenti bianchi; è insolubile nell'acqua, poco solubile nell'alcole freddo, solubile nell'alcole caldo e nell'etere. Fonde a 124°-125°,5.

I due benzoili presentano una differenza notevole nell'attitudine a reagire; quello attaccato all'azoto si lascia facilmente saponificare, mentre l'altro attaccato al carbonio resiste all'idratazione.

4-5-Dimetil-4-benzoilpirrazolo. — C³(CH³)²COC⁶H⁵N²H,2H²O.

S'è trattata la soluzione alcoolica del dibenzoilderivato con un eccesso di soluzione alcolica di etilato sodico; riscaldando leggermente la soluzione si rapprese in una massa solida di benzoato sodico. Si trattò con acqua e si estrasse con etere. La parte acquosa conteneva benzoato sodico, dal quale, mediante l'acido cloridrico, si mise in libertà l'acido benzoico, che si riconobbe al punto di fusione 121° ed all'odore caratteristico del suo vapore. La parte eterea, colla distillazione dello sciogliente, lasciò un olio, che si sciolse in poco alcool bollente ed alla soluzione alcoolica si aggiunse tant'acqua calda finchè s'ottenne una leggera opalescenza; col raffreddamento si depositò una sostanza cristallizzata in begli aghi lunghi un centimetro.

Analisi:

	trovato	calcolato
\mathbf{C}	61.15	61.02
\mathbf{H}	7.19	6.78
N	11.96	11.86

Questo benzoilderivato cristallizza dall'alcole acquoso in lunghi aghi bianchi splendenti; è un po'solubile nell'acqua bollente, solubile nell'alcool e nell'etere. Riscaldato in tubicino di vetro a pareti sottili fonde a 59°-60°, ma il liquido non si fa completamente trasparente che a circa 90°. Bollito con soluzione acquosa-alcolica di idrato potassico non viene saponificato. Si constatò la presenza dell'idrogeno

imidico mediante il composto argentico. Si trattò la soluzione acquosa-alcolica del benzoilderivato con una soluzione acquosa di nitrato d'argento ammoniacale; si ebbe un precipitato bianco, caseoso, che raccolto su filtro e lavato con acqua venne analizzato.

Analisi:

Il composto benzoilico idratato perde l'acqua di cristallizzazione soggiornando nel vuoto sull'acido solforico, e si converte in una massa amorfa, resina appiccaticcia, che, sciolta nell'alcool acquoso, riprende nuovamente le due molecole di acqua di cristallizzazione e con esse le proprietà primitive.

Analisi:

Gr. 0,2692 di sostanza seccata all'aria, dopo essere stati 7 giorni in un essicatore di Hempel nel vuoto sull'acido solforico, perdettero gr. 0,041 di H²O.

Gr. 0,2143, dopo tre giorni perdettero gr. 0,0327 di H²O e dettero alla combustione gr. 0,480 di CO² e gr. 0,1002 di H²O.

	trovato	calcolato p. 2H ² O	
$\mathrm{H}^{2}\mathrm{O}$	15.23—15.26	15.26	
		calcolato p. C³(CH³)²C°H⁵CON²H.	
C	72.08	72.00	
\mathbf{H}	6.13	6.00	

La formazione del composto argentico e l'inalterabilità colla soluzione di idrato potassico dimostrano che a questo derivato spetta la formola:

però non si potè ottenere da esso nè un'ossima, nè un idrazone. Si è sperimentato tanto sul benzoilderivato cristallizzato, quanto sull'amorfo ed anidro, adoperando in quest'ultimo caso come solvente l'alcool assoluto, e si riottenne sempre il composto inalterato.

Questa inettitudine a reagire del CO acetonico ricorda l'influenza esercitata dal metile sull'idrogenazione dell'1-ortotolilpirrazolo, ed entra in quella serie di fatti citati da A. Hantzsch (61) e dimostra sempre più, confrontandola col comportamento dell'1-fenil-4-acetilpirrazolo e dell'1-fenil-4-benzoilpirrazolo (vedi pag. 492-497) l'influenza dei gruppi alchilici sostituenti in posizione orto sulla reazionabilità del CO acetonico rispetto all'idrossilamina ed alla fenilidrazina.

Al fine di vedere se il peso e la natura dei gruppi sostituenti avesse una qual-

che influenza sull'attitudine a reagire del CO acetonico rispetto ai due reagenti sumenzionati, si è studiato il comportamento dell'1-3-5-trifenilpirrazolo (63).

1-3-5-Trifenil-4-benzoilpirrazolo. — $C^3(C^6H^5)^2C^7H^5ON^2C^6H^5$.

Si riscaldò in tubo chiuso per 10 ore alla temperatura di 250°-260° gr. 10 di trifenilpirrazolo con 20 gr. di cloruro di benzoile. Il prodotto della reazione, massa bruna, pastosa si versò nell'acqua e, quando l'eccesso del cloruro di benzoile fu decomposto, si saturarono con carbonato sodico gli acidi liberi. Colla saturazione, ed agitando, la massa pastosa a poco a poco indurì. Si filtrò, si lavò con acqua ed infine si cristallizzò ripetutamente dall'alcole.

La rendita in questo caso è buona; si ebbe all'incirca 8 gr. di sostanza depurata.

Analisi:

trovato calcolato
N 6.94 7.00

L'1-3-5-trifenil-4-benzoilpirrazolo cristallizza dall'alcole in aghi fini, splendenti, raccolti a ciuffo, colorati leggermente in giallo; è pochissimo solubile nell'alcool freddo, poco solubile in quello caldo e nell'etere: insolubile nell'acqua. Fonde alla temperatura di 172°-173°. Bollito con soluzione acquosa-alcoolica di idrato potassico non si altera. Anche per questo composto non si potè ottenere l'idrazone nè l'ossima; per cui rimane dimostrato, che la natura dei gruppi sostituenti non ha influenza sulla reazionabilità del CO acetonico, ma ostacola la reazione solo la posizione orto dei gruppi sostituenti.

1-Fenil-4-acetilpirrazolo. — C³H²CO.CH³N²C⁶H⁵.

Gr. 10 di 1-fenilpirrazolo e gr. 40 di cloruro di acetile si riscaldarono per 8 ore in tubo chiuso alla temperatura di 140°-150° (109). Al disotto di questa temperatura non si ebbe sensibile reazione. Il contenuto del tubo, che si presentava come una massa nera, quasi solida, nella quale si osservavano dei cristalli aghiformi, si distillò a bagno maria per espellere la maggior parte del cloruro di acetile, indi si trattò con acqua calda, contenente in soluzione del carbonato sodico, e si aggiunse tale soluzione fino a che il liquido conservasse ancora una debole reazione acida. La massa resinosa, nera venne esaurita completamente con acqua e, per non lavorare su grandi masse di acqua, le estrazioni si fecero successivamente colle acque madri della prima cristallizzazione. Col raffreddamento si ottenne il composto acetilico in piccoli aghi bianchi.

Dalla quantità suddetta di fenilpirrazolo si ottenne all'incirca 2 gr. di composto. In altra preparazione si diminuì la quantità di cloruro d'acetile, per 10 gr. di pirrazolo se ne adoperarono solo 20 gr., ma il rendimento fu un po' minore; si ottennero solo gr. 1,3 di derivato acetilico.

Il nuovo composto si depura ricristallizzandolo a caldo dall'alcole acquoso (1 p. di alcool a 95 % o 4 p. di acqua).

Analisi:

	trovato	calcolato
\mathbf{C}	70.70	70.96
\mathbf{H}	5.59	5.37
N	14.65	15.05.

L'1-fenil-4-acetilpirrazolo cristallizza dall'alcole acquoso in piccoli aghi bianchi, opachi e privi di splendore; è solubile nell'alcool metilico ed etilico, specialmente a caldo; poco solubile nell'acqua calda, pochissimo nell'acqua fredda. Fonde alla temperatura corretta di 121°,5-122°,5 in un liquido leggermente colorato in giallo. Bollito per un'ora con una soluzione acquosa d'idrato potassico al 25 °/₀ non è alterato in modo sensibile.

Per dimostrare la natura acetonica del composto ne ho preparato l'ossima e l'idrazone.

1-Fenil-4-acetilpirrazolossima. — C³H².CH³CNOHN²C⁶H⁵.

Una soluzione nell'alcool metilico di fenilacetilpirrazolo e di cloridato d'idrossilamina in quantità proporzionali ai pesi rappresentati dall'equazione,

$$C^{3}H^{2}COCH^{3}N^{2}C^{6}H^{5} + NH^{2}OH.HCl = HCl + H^{2}O + C^{3}H^{2}.CNOH.CH^{3}N^{2}C^{6}H^{5}.$$

si fece bollire a ricadere per 4 o 5 ore, previa aggiunta della quantità richiesta di carbonato sodico sciolto nella quantità necessaria di acqua calda. Si filtrò dal cloruro sodico, la soluzione colorata in giallo chiaro si evaporò a bagno maria ed il residuo si ripigliò con alcole a 50 % caldo. Col raffreddamento la soluzione divenne dapprima lattiginosa, indi si separarono delle gocciolette oleose, che in seguito si concretarono in una massa solida formata da piccoli aghetti raggruppati a sfera.

Analisi:

	trovato		calcolato
N	20.72	:	20.89.

L'1-fenilacetilpirrazolossima cristallizza in piccoli aghi bianchi solubili nell'alcool caldo, poco solubili nell'acqua calda e pochissimo nell'acqua fredda. Riscaldata lentamente in tubetto di vetro a pareti sottili, comincia a rammollirsi alla temperatura di 105°, e fonde alla temperatura di 129°-131° in un liquido giallognolo. Col raffreddamento la massa diventa vetrosa e trasparente. Si scioglie nell'acido cloridrico concentrato e la soluzione bollita rigenera il fenilacetilpirrazolo, riconosciuto al punto di fusione (121°-122°) e cloridrato d'idrossilamina, riconosciuto dalla riduzione che la base, messa in libertà colla potassa, operava sul solfato ramico del liquore di Fehling,

1-Fenil-4-acetilpirrazolfenilidrazone. — C³H².CH³CN²HC6H⁵N²C6H⁵.

Per preparare questo composto si trattò una soluzione alcolica calda di fenilacetilpirrazolo con una soluzione acquosa e calda di cloridrato di fenilidrazina ed acetato sodico. Le quantità dei composti devono essere proporzionali a quelle richieste dall'equazione:

$$\begin{array}{c} {\rm C^3H^2COCH^3N^2C^6H^5 + C^6H^5N^2H^3HCl + NaC^2H^3O^2 = H^2O + NaCl + C^2H^4O^2 + \\ {\rm + C^3H^2CH^3CN^2HC^6H^5N^2C^6H^5}. \end{array}$$

Si produce un precipitato fioccoso che si ricristallizzò dall'alcole bollente leggermente acidificato con acido acetico.

Analisi:

L'1-fenilacetilpirrazolfenilidrazone cristallizza in piccoli aghi fini, colorati in giallognolo; è solubile nell'alcool caldo; fonde decomponendosi a 142°-144°. Bollito con acido cloridrico si scinde in 1-fenilacetilpirrazolo fusibile a 121°-121°,5 e fenilidrazina riconosciuta al potere riducente che esercita sul liquido di Fehling.

Il dott. O. Severini (110) si occupò nel mio laboratorio di determinare quale fosse l'atomo d'idrogeno sostituito dall'acetile nell'acetilfenilpirrazolo descritto. Quando incominciai queste esperienze non era ancora determinata la costituzione dei tre acidi monocarbofenilpirrazolici, che gli studî di Andreocci e di L. Claisen e Roosen hanno in seguito stabilito; perciò per la risoluzione del problema egli ha tentato le seguenti diverse vie.

1. D'introdurre nell'1-fenil-4-bromopirrazolo, mediante il cloruro di acetile, un gruppo acetilico; di idrogenare l'1-fenil-4-bromoacetilpirrazolo e compararlo con quello ottenuto direttamente. Con questa esperienza si doveva ottenere l'1-fenil-3 o 5-acetilpirrazolo:

2. D'introdurre bromo nell'acetilderivato, vista la facilità colla quale si bromura l'1-fenilpirrazolo; ossidare il composto per riuscire ad un carboacido bromurato ed, eliminando anidride carbonica, vedere se si otteneva un bromofenilpirrazolo differente da quello conosciuto. Si aveva così qualche argomento per concludere alla posizione 4 dell'acetile:

Nel corso di queste esperienze, come ho detto più sopra, essendo poi stata definita la costituzione dei 3 acidi fenilcarbopirrazolici, l'idrogenazione del bromofenilcarboacido doveva condurre ad un carboacido di costituzione nota. L'esperienza non corrispose alle previsioni, perchè il bromo non va a sostituire l'idrogeno metinico, ma bensì l'idrogeno del metile dell'acetile: tuttavia coll'ossidazione di questo derivato bromurato il Severini ha potuto risolvere il problema che io gli aveva proposto.

L'Ifenil-4-bromopirrazolo non reagisce col cloruro di acetile. Riscaldando per 8 a 10 ore in tubi chiusi 1 p. di bromopirrazolo con 4 p. in peso di cloruro di acetile alla temperatura di 100°-110°, 140°-150°, 180°-210°, 250°-280° non ha luogo reazione; innalzando la temperatura a 300°-310° i tubi scoppiano violentemente.

S'è tentata l'acetilazione con anidride acetica ed acetato sodico in tubo chiuso a 150°-170°; ma anche in queste condizioni non ha avuto luogo la reazione e s'è ottenuto tutto il bromopirrazolo inalterato.

1-Fenil-4-bromoacetilpirrazolo — C3H2.CH2Br.CON2C6H5.

A gr. 5 di fenilacetilpirrazolo, sciolti in gr. 40 di acido acetico glaciale, si sono aggiunti tutti in una volta gr. 18,2 d'una soluzione di b.omo nell'acido acetico glaciale contenente gr. 9 di bromo per gr. 28,5 di acido acetico. La miscela, da cui non si è svolta notevole quantità di calore, è stata abbandonata a sè alla temperatura ordinaria per 24 ore, indi riscaldata a bagno maria per pochi minuti. La reazione ha luogo completamente alla temperatura ordinaria. Dal liquido rossogiallo si precipita con acqua il composto bromurato che si cristallizza dapprima dall'alcool al 30 °/o bollente, ed infine dall'alcool concentrato (al 95 °/o) fino a che presenti un punto di fusione costante.

Analisi:

	trovato	calcolato
Br	30.55	30.18
N	10.47	10,56

L'1-fenil-4-bromoacetilpirrazolo cristallizza in aghi setacei bianchi, quasi insolubili nell'acqua fredda, solubili nell'etere e nell'alcool acquoso caldo. Fonde alla temperatura di 131°-132°.

Saggi di ossidazione colla quantità di permanganato potassico, in soluzione alcalina, richiesta per trasformare l'acetile in catena carbossilica condussero ad una miscela di acidi privi di bromo. Da ciò si dedusse che il bromo era entrato a sostituire l'idrogeno del metile del gruppo acetilico. La miscela degli acidi era costituita dell'acido acetonico

C3 H2 . CO . COOH N2 C6 H5

e dal carboacido

C3 H2. COOH N2 C6 H5

ma, la piccola quantità di prodotto posseduta non permettendo una separazione, si pensò di ossidare direttamente il derivato acetilico per arrivare ad un carboacido. Anche in questo caso si ha la stessa miscela di carboacido e di acido chetonico. Si tentò di trasformare l'acido chetonico in carboacido mediante la fusione con potassa, ma si arrivò ad acido ossalico. Si riuscì ad avere buoni risultati ossidando il bromoderivato colla quantità di permanganato richiesta per trasformare il gruppo — CH² Br in catena carbossilica ed ossidando poi con un'eccesso di permanganato l'acido chetonico.

Acido 1-Fenil-4-gliossilpirrazolico. — C³H²CO.COOHN²C⁶H⁵.

Gr. 1,49 di 1-fenil-4-bromoacetilpirrrazolo, sospesi in gr. 150 di acqua, vennero addizionati di 10 cc. di soluzione di idrato sodico puro al 15 %, quindi (versando a piccole porzioni per volta) di 95 cc. di una soluzione di permanganato potassico contenente per 100 cc. di acqua gram. 1,18 di permanganato (quantità calcolata per l'anzidetta ossidazione); si è agitato continuamente, riscaldando a bagno maria alla temperatura di 60°-70°.

La soluzione di permanganato viene decolorata rapidamente; solo verso la fine stenta un pò a compiersi l'ossidazione. Il liquido limpido, unito alle acque di lavatura, dell'ossido di manganese, viene evaporato a piccolo volume, indi decomposto con acido solforico diluito ed estratto con etere. Il residuo della distillazione dell'etere si ricristallizzò dall'alcole acquoso.

Analisi:

 $\begin{array}{ccc} \text{trovato} & \text{calcolato} \\ \text{N} & 12.97 & 12.93 \end{array}$

L'acido 1-fenil-4-gliossilpirrazolico cristallizza in aghetti splendenti un po' gialli, solubili nell'etere. Riscaldato in tubicino di vetro si rammollisce verso 152° e fonde decomponendosi a 168°.

Acido 1-Fenil-4-carbopirrazolico. — C³H²COOHN²C⁶H⁵.

Gr. 0,712 di acido acetonico sciolto in cc. 100 di acqua e cc. 8 di soluzione d'idrato potassico al 25 % vennero trattati all'ebollizione, in bagno a cloruro di calcio, con circa gr. 0,70 di permanganato potassico sciolto in 100 cc. di acqua, cioè colla quantità doppia di quella richiesta dal calcolo (gr. 0,347), per convertire il gruppo CO — COOH in catena carbossilica. Decomponendo in seguito la soluzione alcalina con acido solforico diluito si ebbe l'acido, che si ricristallizzò dall'acqua bollente.

Analisi:

trovato calcolato

N 14.71 14.87

Questo carboacido cristallizza dall'acqua in piccoli aghetti bianchi solubili in etere ed alcool. Sublima in begli aghi setacei, splendenti come l'acido benzoico e fonde alla temperatura di 218°-219°

Sale d'argento. — C3H2CO2AgN2C6H5.

Ottenuto per doppia decomposizione fra la soluzione ammoniacale dell'acido e nitrato d'argento. È un precipitato bianco caseoso che a caldo s'imbrunisce.

Analisi:

Le proprietà di quest'acido coincidono con quelle dell'acido 1-fenil-4-carbopirrazolico di Knorr (111) perciò all'1-fenilacetilpirrazolo spetta la formola di costituzione.

1-Fenil(1?)benzoilpirrazolo. — C4H2COC6H5N2C6H5.

Si riscaldarono per 10 ore a 240°-250° in tubo chiuso gr. 10 di 1-fenilpirrazolo e gr. 40 di cloruro di benzoile. Il liquido nero e vischioso, che si ottenne, si trattò con soluzione acquosa di carbonato sodico, in modo da neutralizzare completamente gli acidi liberi e da avere una soluzione debolmente alcalina. Dalla soluzione bollente e filtrata cristallizzò il nuovo composto e, siccome è pochissimo solubile nell'acqua anche a caldo, le estrazioni successive giovò farle con alcole a 40 % caldo e resò leggermente alcalino con alcune goccie di soluzione d'idrato sodico. La rendita è all'incirca di 3 grammi per la quantità suindicata di fenilpirrazolo.

Analisi:

	trovato		calcolato
\mathbf{C}	77.32	4	77.41
\mathbf{H}	5.11		4.83
N	11.30		11.29

L'1-fenilbenzoilpirrazolo cristallizza dall'alcole acquoso in fini aghi bianchi, leggeri e splendenti: poco solubile nell'acqua calda, pochissimo nell'acqua fredda: solubile nell'alcol caldo. Fonde alla temperatura corretta di 122°-123°.

La funzione acetonica del composto viene dimostrata dalla formazione di un idrazone e di un'ossima

L'idrazone. — $C^3H^2CN^2HC^6H^5.C^6H^5N^2C^6H^5.$

cristallizza in piccoli aghi bianchi con una punta di giallo; solubile nell'alcool caldo, insolubile nell'acqua. Fonde, decomponendosi, in un liquido giallo-rosso alla temperatura di 138°-140°.

Analisi:

trovato calcolato N 16.07 16.56.

L'ossima. — C3H2CNOH.C6H5N2C6H5.

cristallizza in belle laminette splendenti con riflessi madreperlacei, solubili nell'alcool, quasi insolubili nell'acqua fredda. Riscaldata lentamente, comincia a rammollirsi a 148° e fonde completamente a 152°-154°.

Analisi:

trovato N 15.31 calcolato

Tutti e due i derivati ridanno 1-fenilbenzoilpirrazolo e cloridrato di fenilidrazina o di idrossilamina quando le loro soluzioni nell'acido cloridrico vengono fatte bollire per qualche tempo.

Ho accennato più sopra come l'1-fenil-4-bromopirrazolo, quantunque contenga ancora due atomi di idrogeno metinico nel nucleo pirrazolo, pure questi non sono più sostituibili dai radicali acidi organici. Ho voluto provare se questa indifferenza fosse dovuta all'azione dell'elemento alogeno oppure dipendente dalla posizione degli atomi di idrogeno, ed ho perciò fatto reagire il cloruro di benzoile sull'1-fenil-4-metil-5-etil-pirrazolo, cioè sopra un pirrazolo, nel quale l'atomo di idrogeno in posizione 4 è sostituito da un radicale alcolico.

L'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo quando viene riscaldato con un eccesso di cloruro di benzoile alla temperatura di 280° per 6 ad 8 ore in tubo chiuso, non reagisce per niente; solo subisce una parziale e molto limitata resinificazione. Difatti da 1 gr. di pirrazolo, dopo tale trattamento, se ne riottennero gr. 0,8 inalterati. Se la temperatura viene elevata si produce una decomposizione profonda ed i tubi non resistono alla pressione.

Riepilogando ora le esperienze descritte si vede chiaramente che quando la posizione 4 è occupata da un'alogeno o da un radicale alcoolico, il radicale dell'acido organico non entra più nel nucleo pirrazolico. Difatti:

L'1-fenilpirrazolo dà l'1-fenil-4-acetilpirrazolo e l'1-fenil-4-benzoilpirrazolo

Il 3-5-dimetilpirrazolo dà il 3-5-dimetil-4-benzoilpirrazolo

L'1-3-5-trifenilpirrazolo dà l'1-3-5-trifenil-4-benzoilpirrazolo.

L'1-fenil-4-bromopirrazolo non dà derivati.

L'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo non dà derivati.

CAPITOLO V.

Esperienze dimostranti le relazioni del Pirrazolo colla Piridina.

Se l'ipotesi che il Pirrazolo possa considerarsi come Piridina nella quale due metini sono sostituiti dall'immino NH

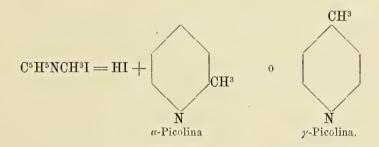


è vera, il residuo (CH)³ N della Piridina dovrà manifestare ancora qualche sua proprietà e dare per conseguenza qualche sua reazione caratteristica e così si avranno delle proprietà comuni ai due gruppi di sostanze.

La Piridina e le basi piridiche che da essa derivano per sostituzione degli idrogeni metinici con radicali alcoolici, hanno, fra altre, due reazioni sulle quali m'appoggerò per stabilire l'analogia di comportamento fra il Pirrazolo e la Piridina.

I. Quando si riscalda a temperatura elevata e sotto pressione lo joduro di un piridinammonio, il radicale alchilico attaccato all'azoto emigra e va a sostituire in posizione α e γ , mai in β , l'idrogeno metinico e si forma una base piridica omologa.

Così ad esempio, lo joduro di piridinmetilammonio dà la α e γ Picolina



Questa reazione, che ha per origine quella di W. Hofmann (112) di passaggio, per riscaldamento, dei sali delle aniline secondarie alle primarie isomere



venne applicata dal Ladenburg (113) alla Piridina ed alle basi piridiche.

II. La modificazione che subiscono per azione della bollitura con acqua i cloroplatinati delle basi piridiche. La reazione, dovuta all'Anderson, (114) viene enunciata dall'Oechsner de Coninck (115), che ne fece uno studio speciale, nel modo seguente:

Il cloroplatinato d'una base piridica rappresentato dalla formola

subisce per ebollizione della sua soluzione acquosa in un tempo più o meno lungo, a seconda dell'origine della base piridica, una modificazione eliminando 2 molecole di acido cloridrico e dando il sale

$$(C^n H^{2n-5} N)^2 Pt Cl^4$$
.

Quando si è formata una certa quantità di questo sale modificato, esso si combina col cloroplatinato rimasto indecomposto e dà il sale doppio

$$(C^n H^{2n-5} N)^2 Pt Cl^4 + (C^n H^{2n-5} NHCl)^2 Pt Cl^4 = 2 (C^n H^{2n-5} N)^2 Pt Cl^4 HCl.$$

Così dalla piridina si ha il sale di Anderson

e la modificazione cristallizzata dalle acque madri (116)

Ho sperimentato queste due reazioni sui pirrazoli e passo a descrivere i risultati ottenuti.

Sintesi di omologhi dell'I-fenilpirrazolo.

Il dott. G. Marchetti ed io (117), abbiamo scelto per fare le nostre esperienze l'1-fenilpirrazolo perchè è il composto pirrazolico che si può avere più facilmente e che contiene tutti gli atomi d'idrogeno metinici del pirrazolo; inoltre ci sorrideva la speranza che, addizionando dapprima joduro di metile e poi riscaldando lo jodometilato, il metile emigrasse a sostituire l'idrogeno nella posizione 4, cioè l'idrogeno più reazionabile del nucleo, e si avesse così l'1-fenil-4-metilpirrazolo, unico isomero dei tre previsti dalla teoria che finora non sia stato ottenuto. L'esperienza corrispose pienamente alle nostre previsioni ed in tal modo siamo riusciti a completare la serie degli 1-fenil-metil-pirrazoli isomeri.

1-Fenil-4-metilpirrazolo. — $C^3H^2CH^3N^2C^6H^5$.

Si riscaldò lo jodometilato dell'1-fenilpirrazolo in tubo chiuso, dapprima per 5 a 6 ore alla temperatura di 240°, indi per ³/₄ d'ora a 300°. La sostanza si trasformò in una massa vischiosa quasi nera, ed all'apertura del tubo si notò una considerevole pressione. Il prodotto della reazione venne trattato con acqua, e successivamente con etere per estrarlo dai tubi. Rimase indisciolta un po' di resina nera, pe-

ciosa. Mediante imbuto a robinetto si separò lo strato acquoso, che teneva in soluzione acido jodidrico ed un po' di jodometilato indecomposto, dallo strato etereo, il quale, agitato con soluzione di idrato potassico per assorbire lo jodio messo in libertà, lasciò, coll'evaporazione dello sciogliente, un' olio bruno, che distillò fra 242° e 270°. Con ripetute distillazioni frazionate si riuscì a separare una porzione bollente da 264° a 266°. La rendita fu la seguente: da gr. 120 di jodometilato che rappresentano gr. 61,8 di 1-fenilpirrazolo si ottenne gr. 34 di olio greggio, e da questo gr. 5 di composto bollente fra 264°-266°.

Analisi:

trovato calcolato

N 17.84 17.71.

L'1-fenil-4-metilpirrazolo è un liquido leggermente colorato in giallo, di odore aromatico, insolubile nell'acqua, solubile nell'alcol e nell'etere; bolle indecomposto alla temperatura di 264°-266° (termom. nel vapore); raffreddato a — 15°, si conserva liquido.

Si ricercò nelle porzioni bollenti sotto 264° se alle volte si trovassero gli altri due isomeri che bollono entrambi alla temperatura di 254°-255°; perciò la frazione che distillò fra 253°-260° venne dapprima analizzata, indi sottoposta all'ossidazione.

Analisi:

La quantità d'azoto ottenuta dimostra che questa frazione è una miscela di 1-fenilpirrazolo e di 1-fenil-metilpirrazolo. Si sottopose la miscela all'ossidazione nel modo che sarà descritto in seguito e si ottenne esclusivamente l'acido 1-fenilcarbopirrazolico fondente a 219°-220°, cioè l'acido 1-fenil-4-carbopirrazolico.

Al fine di caratterizzare meglio il nuovo pirrazolo se ne prepararono alcuni derivati.

Cloroplatinato. — (C³H²CH³N²C⁶H⁵HCl)²PtCl⁴.2H²O.

Si ottenne facilmente precipitato in fini aghi giallo-rossi, trattando una soluzione del pirrazolo in acido cloridrico fumante con soluzione di cloruro platinico. È solubile nell'acqua e fonde decomponendosi alla temperatura di 159°-160°. Il punto di fusione non varia quando è anidro; perde le due molecole di acqua di cristallizzazione soggiornando nel vuoto sull'acido solforico.

Analisi:

 trovato
 calcolato

 H²O 4.70
 4.73

 Pt 26.78
 26.77 sale secco.

Jodometilato. —
$$C^3H^2CH^3N^2$$
— J
 C^6H^5 .

Si preparò riscaldando per 5 a 6 ore a 100° in tubo chiuso, quantità equimolecolari di pirrazolo e di joduro di metile. La massa cristallina ottenuta si sciolse in alcool assoluto e si precipitò il composto con etere secco. Cristallizza dall'acqua, nella quale è molto solubile, in aghi pure solubili nell'alcool e fusibili a 160°.

Analisi:

 $\begin{array}{ccc} & & & & & & \\ \text{trovato} & & & & & \\ \text{I} & 42.47 & & & 42.24. \end{array}$

Si tentò anche di preparare nello stesso modo lo jodoetilato, ma le due sostanze riscaldate a 100° in tubo chiuso per 5 a 6 ore non si addizionarono e si riottenne joduro d'etile ed 1-fenil-4-metilpirrazolo. In tal modo si comporta anche l'isomero 1-fenil-3-metilpirrazolo, dal quale non fu possibile ottenere un jodoetilato (98).

Acido 1-Fenil-4-carbopirrazolico. — C3H2CO2HN2C6H5.

Gr. 3 dell'1-fenil-metilpirrazolo ottenuto, sospesi in 50 cc. di acqua contenente in soluzione 1 gr. di idrato potassico, vennero addizionati a poco a poco di gr. 6 di permanganato potassico sciolti in circa 100 cc. di acqua, agitando frequentemente e riscaldando la massa a 90°-95°. Finita la reazione si ricuperò il pirrazolo inalterato (all'incirca 2 gr.) mediante distillazione in corrente di vapore e si sottopose di nuovo all'ossidazione nelle stesse condizioni. L'acido formatosi si estrasse con etere e si cristallizzò diverse volte dall'acqua calda. Cristallizza in begli aghi bianchi che fondono a 219°-220°.

Analisi:

N

trovato calcolato 14.93 14.89.

Il sale d'argento, ottenuto per doppia decomposizione fra il sale ammonico e nitrato d'argento, è un precipitato bianco caseoso che al calore imbrunisce.

Analisi:

trovato calcolato Ag 36.53 36.61.

Il punto di fusione (219°-220°) e le proprietà del sale d'argento non lasciano alcun dubbio sull'identità dell'acido ottenuto con quello preparato da Knorr (111) al quale spetta la costituzione espressa dallo schema:

perciò all'Ifenilmetilpirrazolo, che lo produce per ossidazione, spetterà la costituzione espressa dallo schema:

Composti Platinici dei Pirrazoli.

Fin dal 1888 avevo osservato che il cloroplatinato dell'1-paratolilpirrazolo perdeva, per azione del calore, coll'acqua di cristallizzazione anche notevoli quantità di acido cloridrico e si trasformava in un composto, che un esame superficiale mi fece ritenere allora analogo al composto avuto da Anderson dal cloroplatinato di Piridina. Ho studiato in questa direzione i cloroplatinati di una serie numerosa di pirrazoli e sono arrivato alla conclusione, che per azione del calore essi eliminano 4 molecole di acido cloridrico e si trasformano in un composto modificato che ho chiamato Dicoloroplatopirrazolico (118) rappresentato dalla formola generale

indicando con Pz un residuo pirrazolico.

Questi stessi composti si possono generare da taluni pirrazoli che non contengono l'immino, per ebollizione colla soluzione acquosa di cloroplatinato sodico. Invece i pirrazoli contenenti l'immino danno per ebollizione colla soluzione acquosa di cloroplatinato sodico un composto modificato corrispondente al sale di Anderson, e che ho chiamato per differenziarlo dal primo "Tetracloroplatopirrazolico". I composti tetracloroplatopirrazolici si formano per eliminazione di 2 mol. di acido cloridrico e si possono rappresentare colla formola generale

indicando con Prz un pirrazolo; e, ripeto, corrispondono perfettamente ai composti di Anderson nella serie piridica.

Ho potuto ottenere anche composti tetracloroplatopirrazolici per ebollizione delle soluzioni acquose dei cloroplatinati, cioè nelle stesse condizioni, nelle quali i cloroplatinati delle basi piridiche danno i sali modificati di Anderson.

Nacque allora la necessità di studiare eome si comporterebbe il cloroplatinato di Piridina sotto l'azione di un innalzamento graduale e moderato di temperatura, ed inoltre quale composto nascerebbe dall'azione della Piridina sul cloroplatinato sodico; in altre parole, ripetere nella serie piridica le esperienze fatte nella serie pirrazolica.

In ultimo ho instituito una serie di esperienze comparative facendo agire gli stessi reagenti sui composti platopirrazolici e platopiridici di Anderson, nell'intento di scoprire dei fatti differenziali che mi permettessero di venire a qualche conclusione sulle relazioni strutturali che passano fra questi diversi composti.

Nelle pagine seguenti descriverò dettagliatamente, e corredate di tutti i documenti analitici, le esperienze fatte.

Composti Dicloroplatopirrazolici.

Dicloroplatopirrazolo. — (C3H3N2)2PtCl2.

Se il cloroplatinato di pirrazolo (C³H³N²HHCl)² PtCl⁴.2H²O viene riscaldato in tubetto di vetro a pareti sottili, alla temperatura di 205º cambia colore, da giallo-rosso passa ad una colorazione giallo-paglierina e rimane ancora inalterato alla temperatura di 250º. Ad una temperatura più elevata si decompone senza fondere.

Il cambiamento di colore è accompagnato dall'insolubilità del composto nell'acqua e dall'eliminazione di acido cloridrico. Infatti:

- I. gr. 0,1926 di cloroplatinato di pirrazolo, seccato all'aria, perdette alla temperatura di 100° gr. 0,0124 di H²O. Tenuto per alcune ore alla temperatura di 100° il suo peso rimase invariabile; riscaldato successivamente alla temperatura di 200°-210° perdette dapprima rapidamente, lentamente le ultime porzioni, gr. 0,0485 di acido cloridrico.
- II. gr. 1,5748 di cloroplatinato anidro perdette a 190°-200° gr. 0,4194 di acido cloridrico.
- III. gr. 0,5752 di cloroplatinato anidro perdette a 190°-200° gr. 0,1558 di acido cloridrico.

trovato H²O 6.43

calcolato per $2\mathrm{H}^2\mathrm{O}$ 6.19 calcolato per $(\mathrm{C}^8\mathrm{H}^4\mathrm{N}^2\mathrm{HCl})^8\mathrm{PtCl}^4$ — $4\mathrm{HCl}$ 26.77.

HCl 26.91—26.63—27.08

Il dicloroplatopirrazolo è una polvere giallo-chiara insolubile nell'acqua, che riscaldato ulteriormente si decompone senza fondere. È quasi insolubile nell'alcool bollente.

Analisi:

trovato

calcolato (C³H³N²)²PtCl² 17.78

Dicloroplato-3-o-5metilpirrazolo. — (C³HCH³N²H)²PtCl².

Si ottenne, però non completamente puro, per riscaldamento del cloroplatinato del metilpirrazolo.

I dati sperimentali sono i seguenti:

gr. 0,6518 cloroplatinato cristallizzato perdette nella stufa ad acqua gr. 0,0388 H²O.

trovato calcolato per (C³H²CH³N²HHCl)²PtCl⁴.2H²O H²O 5.95 5.94. I residuali gr. 0,613 di sale secco vennero riscaldati in una stufa di V. Meyer (119) alle seguenti temperature

Durata del ri	scaldamento	Temperatura	Perdita di Peso	Percentuale di perdita
ore	16	144°-145°	0.0836	13.6
77	16	195°-200°	0.1030	16.8
n	8	230°	0.1532	24.9
77	2	235°	0.1568	25.57.

La perdita totale fu adunque

trovato HCl 25.57 calcolato per $(C^3H^2CH^3N^2HHCl)^2PtCl^4-4HCl$. 25.48.

La massa riscaldata era colorata in bruno rossiccio e dette una polvere color mattone. Si trattò con alcool assoluto bollente, e la soluzione alcoolica filtrata lasciò coll'evaporazione una piccola quantità di sostanza giallo chiara contenente il $42,99\,^{0}/_{0}$ di platino. Il residuo del trattamento con alcool è una polvere leggermente rossiccia e la quantità di platino corrisponde a quella richiesta per il dicloroplatometilpirrazolo.

Analisi:

trovato
Pt 46.00

calcolato per (C³HCH³N²H)²PtCl² 45.47.

Dicloroplato-3-5-dimetilpirrazolo. — (C3CH3)2N2H)2PtCl2.

Il cloroplatinato del 3-5-dimetilpirrazolo, riscaldato gradatamente tra 180° e 200° per alcune ore fino a peso costante, elimina 4 mol. di acido cloridrico e si trasforma in una polvere rosso-mattone, insolubile nell'acqua, che è il dicloroplato composto.

Difatti:

gr. 0,2966 di cloroplatinato anidro perdette gr. 0,0707 di acido cloridrico. gr. 0,3904 di cloroplatinato anidro perdette gr. 0,0954 di acido cloridrico.

trovato HCl 23.85—24.43 calcolato per (C³H(CH³)²N²HHCl)²PtCl⁴--4HCl 24.28.

gr. 0,2503 di composto dicloroplatopirrazolico dette gr. 0,1077 di platino. gr. 0,2011 di composto dicloroplatopirrazolico dette gr. 0,0849 di platino.

trovato
Pt 43.02—42.20

calcolato per $(C^3(CH^3)^2N^2H)^2PtCl^2$ 42.67

Dicloroplato-1-etil-3-5-dimetilpirrazolo. — $[C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2.$

Per ottenere questo composto ho dovuto dapprima preparare l'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo per convertirlo in cloroplatinato e su di esso studiare l'azione del calore (120).

Ho riscaldato per 8 a 10 ore in tubo chiuso alla temperatura di 100° il composto argentico del 3-5-dimetilpirrazolo colla quantità corrispondente di joduro etilico

CLASSE DI SCIENZE FISICHE ecc. - MEMORIE - Vol. VII, Ser. 42,

sciolto nell'etere assoluto e perfettamente privo di alcole. Se non si adopera etere anidro e puro la reazione non avviene. Il prodotto si filtrò dallo joduro di argento, che si lavò ripetutamente con etere, quindi tutto il liquido adoperato si riunì e si distillò lo sciogliente; rimase come residuo della distillazione a bagno maria il pirrazolo.

L'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo è un liquido colorato leggermente in giallo; di forte odore piridico, solubile nell'acqua e nell'alcool; idrogenato con sodio ed alcole non dà la reazione di Knorr.

Il cloroplatinato venne preparato trattando la soluzione della base nell'acido cloridrico fumante, con un leggero eccesso di soluzione di cloruro platinico. Siccome il sale doppio è molto solubile, non si ottenne precipitato, perciò si evaporò il tutto a bagno maria ed il residuo secco si trattò con una miscela di 1 vol. di alcole assoluto e 2 vol. di etere anidro. Rimase indisciolto il cloroplatinato che venne analizzato col seguente risultato:

gr. 0,1065 di sostanza disseccati sull'acido solforico, diminuirono appena di una traccia di peso per riscaldamento a 100°. — Riscaldati in una stufa di V. Meyer a 150°-170° perdettero gr. 0,0233 di acido cloridrico. Calcinato il residuo rimasero gr. 0,0316 di platino.

	trovato	calcolato per $[C^3H(CH^3)^2N^2C^2H^5HCl]^2PtCl^4-4HCl$
HCl	21.87	22.21
		nel sale secco sull'acido solforico
Pt	29.66	29.56
		calcolato per $[C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2$
Pt	37.98	38.00.

Il cloroplatinato dell'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo cristallizza dall'acqua in piccoli aghi prismatici di color giallo-rosso; è solubile nell'acqua e nell'alcool.

Disseccato a 100° e riscaldato lentamente in tubicino di vetro comincia a rammollirsi a 168° e fonde in un liquido rosso a 173°, decomponendosi, con sviluppo di gas, pochi gradi al disopra di questa temperatura.

Ho ripetuto con maggiore quantità di sostanza la determinazione dell'acido cloridrico che si elimina per azione del calore:
gr. 0,341 sostanza disseccata a 100°, riscaldati in una stufa di V. Meyer.

per 24 ore a 150° perdette gr. 0.0666 di HCl ossia 19.5 °/ $_{0}$ " 24 " a 170° " " 0.0742 " " 21.75 " 2 " a 200° " " 0.0802 " " 23.51

L'esperienza dimostrò che elevando la temperatura a 200° successe una decomposizione più profonda, ma tuttavia potei isolare una piccola quantità del composto dicloroplatopirrazolico che s'era formato.

Difatti, il residuo rimasto colorato in bruno venne trattato con 50 a 60 cc. di alcole assoluto e bollente, dove si sciolse parzialmente. Si filtrò ed il filtrato, evaporato, lasciò una sostanza giallo-chiara, che lavata dapprima con un po' di etere,

indi disseccata sull'acido solforico, dette per la determinazione del platino il seguente risultato:

Analisi:

trovato calcolato p. (C³(CH³)²N²C²H⁵)PtCl²
Pt 37.81 38.00

Il composto dicloroplato-1-etil-3-5-dimetilpirrazolo è una polvere giallo-chiara tendente però un po' al rosso, insolubile nell'acqua e pochissimo solubile nell'alcool assoluto bollente come tutti gli altri composti analoghi.

Le esperienze suddescritte dimostrano che quando si opera con piccola quantità di sostanza (gr. 0;1065) la eliminazione di acido cloridrico, avendo luogo ad una temperatura inferiore a quella di decomposizione del dicloroplatocomposto che si origina, la reazione succede in modo normale, invece quando la quantita di sostanza è maggiore (gr. 0,341) dovendo elevarsi un po' di più la temperatura per espellere le ultime porzioni di acido cloridrico, la decomposizione avviene più profonda.

La stessa cosa si verifica pel cloroplatinato dell'1-tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo

$(C^3H(CH^3)^2N^2C^6H^9HCl)^2PtCl^4$.

Riscaldandolo per 8 ore alla temperatura di 140° perdette il 18 $^{0}/_{0}$ di peso, ma prolungando il riscaldamento alla stessa temperatura per altre 3 ore la perdita arrivò al 23,48 $^{0}/_{0}$, mentre per l'eliminazione di 4 mol. di acido cloridrico la perdita calcolata sarebbe del 19,18 $^{0}/_{0}$.

Dicloroplato-1-fenilpirrazolo. — $(C^3H^2N^2C^6H^5)^2PtCl^2$.

Si ottenne (121) riscaldando alla temperatura di 150°-160° il cloroplatinato di 1-fenilpirrazolo anidro.

Infatti, gr. 4,4504 di cloroplatinato, asciugato fra carta e disseccato sull'acido solforico, perdettero di peso alla temp. di 100°-110° gr. 0,2516

150°-160° gr. 1,0266

Il dicloroplato-1-fenilpirrazolo è una polvere giallo-chiara, pochissimo solubile nell'alcool concentrato bollente, insolubile nell'acqua fredda, pochissimo solubile nell'acqua calda. Colla diluizione della soluzione alcoolica bollente, precipita il composto sotto forma di una polvere tenuissima, che si deposita lentamente, rendendo lattiginoso il liquido. È insolubile negli acidi, e rimane inalterato se si riscalda in tubo chiuso con acido cloridrico fumante alla temperatura di 100° per 4 ore.

Analisi:

	trovato	calcolato
C1	12.92	12.87
Pt	35.37	35.24

Dicloroplato-1-orto-tolilpirrazolo. — (C3H2N2C7H7)2PtCl2.

Si ottenne per riscaldamento a 160°-170° del cloroplatinato di 1-orto-tolilpirrazolo, che, come s'è visto, cristallizza senz'acqua di cristallizzazione. gr. 1,238 di sale disseccato all'aria perdettero a 160°-170° gr. 0,260 di acido cloridrico:

	trovato	calcolato p. $(C^3H^3N^2C^7H^7HCl)^2PtCl^4.4HCl$
HCl	21.00	20.12

È una polvere giallo-chiara insolubile nell'acqua, pochissimo solubile nell'alcool bollente, e che riprecipita diluendo la soluzione alcoolica bollente con acqua. Analisi:

	trovato	calcolato
Cl	11.98	12.25
Pt	33.37	33 54

Dictoroplato-1-paratolilpirrazolo. — $(C^3H^2N^2C^7H^7)^2PtCl^2$.

Il cloroplatinato di 1-paratolilpirrazolo, che contiene 2 mol. di acqua di cristallizzazione perde a 110° l'acqua, indi a 160°-165° perde all'incirca 4 mol. di acido cloridrico; le ultime porzioni di acido le perde solo alla temperatura di 180°. Infatti, gr. 1,4566 di sale seccato all'aria perdettero a 110° gr. 0,0706 di H²O, ed alla temperatura di 160°-165°-180° gr. 0,3502 di ac. cloridrico.

trovato	calcolato p. 2H ² O
$H^{2}O$ 4. 84	4.72
4HCl+2H2O 24.04	23.90

È una polvere giallo chiara, insolubile nell'acqua e quasi insolubile nell'alcole bollente.

Analisi:

	trovato	calcolato
C1	12.21	12.25
Pt	33.52	33.54

Dicloroplato-1-fenil-4-metilpirrazolo. — (C3HCH3N2C6H5)2PtCl2.

Si ebbe col riscaldamento a 130°-160° del cloroplatinato di 1-fenil-4-metilpirrazolo. gr. 0,2981 di cloroplatinato anidro riscaldati a 130°-160° perdettero gr. 0,0596 di acido cloridrico

	trovato	calcol. p. 4HCl
HCI	19.99	20.13

Esso è una polvere giallo-chiara, insolubile nell'acqua; non fonde nemmeno a 250°. Analisi:

trovato calcolato
Pt 33.66 33.54

Dicloroplato-1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo. — $(C^3CH^3C^2H^5N^2C^6H^5)^2PtCl^2$.

Il cloroplatinato corrispondente venne preparato trattando una soluzione cloridrica del pirrazolo con una soluzione acida e concentrata di cloruro platinico. Cristallizza in belle laminette giallo-rosse, che contengono 2 mol. di acqua di cristallizzazione. Al calore si comporta nel modo seguente:

gr. 0,4915 di sale seccato all'aria perdettero a 110° gr. 0,0243 di H²O ed alla temperatura di 160° gr. 0,1094 di peso.

	trovato	calcolato p. 2H ² O
$\mathrm{H}^2\mathrm{O}$	4.94	4.40
2H2O+4HCl	22.25	22.26

Il dicloroplato composto, che rimane come residuo, è una polvere giallo-chiara, insolubile nell'acqua e quasi insolubile nell'alcool.

Analisi:

	trovato	calcolato
C1	11.06	11.17
Pt	30.86	30.58

Dicloroplato-1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo. — $[C^3(CH^3)^2N^2C^6H^5]^2PtCl^2$.

Knorr (62) ha descritto il cloroplatinato dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo come un sale che cristallizza dalla soluzione acquosa in prismi, che, disseccati nel vuoto, contengono quattro molecole di acqua di cristallizzazione, l'ultima delle quali perde solo alla temperatura di 130°-140°.

Le mie determinazioni dimostrano invece che il composto contiene due sole molecole di acqua, che si eliminano a 100°-110° e che in seguito, innalzando gradatamente la temperatura a 160°-180°, ed infine a 210°-230° si arriva a scacciare quattro molecole di acido cloridrico. Le ultime porzioni di acido vengono separate solo dopo un prolungato riscaldamento.

I dati analitici sono i seguenti: gr. 4,7136 di cloroplatinato seccato all'aria perdettero di peso a 100°-110° gr. 0,2276 — a 160°-180°, ed infine a 210°-230° gr. 1,091.

trovato calcol. p. $[C^3H(CH^3)^3N^2C^6H^5HCl]^2PtCl^4.2H^3O$ H^2O 4.82 4.56 $2H^2O-4HCl$ 23.14 23.05

Il dicloroplato1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo è una polvere giallo-chiara, insolubile nell'acqua, poco solubile nell'alcool bollente e che precipita in fiocchi giallognoli quando la soluzione alcoolica si diluisce con acqua.

Analisi:

	trovato	calcolato
Cl	11.89	11.69
Pt	31.57	31.99

In seguito ai risultati ottenuti, diversi da quelli pubblicati dal Knorr, ho pregato il sig. G. Desanctis, studente nel mio laboratorio, di ripetere le determinazioni dosando direttamente l'acido cloridrico che si elimina per azione del calore. L'esperienza venne condotta in modo che si potè determinare la perdita totale subìta da un noto peso di cloroplatinato disseccato sull'acido solforico; e l'acido cloridrico eliminato attraversava una soluzione acquosa diluita di ammoniaca nella quale si dosò in seguito volumetricamente. Ecco i risultati:

gr. 0,6278 di sostanza vennero riscaldati per 8 ore a 100°-110°, indi, durante 8 ore, a 160°-200°, ed infine per 12 ore a 210°-230°. La perdita di peso fu di gr. 0,1467. Nella soluzione ammoniacale si adoperarono per la precipitazione del cloruro

cc. 320 di soluzione $\frac{N}{100}$ di A_g NO^3 .

Da questi dati si calcola il percentuale seguente:

trovato	calcol. p. [C3H(CH3)2N2C6H5HCl]2PtCl4.2H2O
2H ² O- -4HCl 23.36	23.05
4HCl 18.78	18.49
per differenza	
$2H^{2}O = 4.58$	4.56

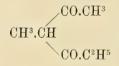
Il residuo, insolubile nell'acqua, di color giallo-chiaro, dette all'analisi il seguente risultato:

gr. 0,3134 dettero alla calcinazione gr. 0,1001 di Platino.

trovato calcol. p. $[C^3(CH^3)^2N^2C^6H^5]^2PtCl^2$ Pt 31.97 31.99

 $\label{eq:decomposition} Dicloroplato-4-fenil-metil-pirrazolo \\ dall'4-fenil-4-metil-5-3 o 3-5-etilpirrazolo. \\ [C^3CH^3C^2H^5N^2C^6H^5]^2PtCl^2 \ dal \ C^3(CH^3)^2C^2H^5N^2C^6H^5$

I composti dicloroplatopirrazolici finora descritti furono ottenuti da pirrazoli contenenti sempre uno o più atomi di idrogeno metinico del nucleo pirrazolico liberi. Era interessante di studiare il comportamento di un cloroplatinato di un pirrazolo che non contenesse più idrogeno in queste condizioni, ed ho perciò preparato l'1-fenil-dimetil-etil-pirrazolo partendo dall'acetil-propioniletano dissimetrico



che ho ottenuto col metodo proposto da L. Claisen (122), facendo reagire il sodio sopra una miscela di etere acetico e di dietilacetone. Ho isolato il β -diacetone mediante il composto ramico, che ricristallizzato dalla miscela di benzina e ligroina fondeva a 192°. L'analisi di questo composto dette il seguente risultato:

	trovato	calcolato p. C14H22O4Cu
\mathbf{C}	53.07	52.99
Н	6.90	6.94

Da 100 gr. di dietilacetone ho ottenuto 14 grammi di composto ramico puro che, decomposto colla quantità richiesta di acido solforico diluito, dette il β -dichetone libero. Alla soluzione eterea del dichetone aggiunsi una soluzione eterea contenente la quantità calcolata (gr. 9,4) di Fenilidrazina; la reazione incominciò subito, indicata dall'eliminazione di acqua, e si lasciò in riposo alla temperatura dell'ambiente durante 24 ore perchè si completasse. Dopo si agitò con soluzione diluita di acido ossalico per eliminare la piccola quantità di Fenilidrazina che non avesse reagito e si svaporò l'etere. Il residuo etereo, olio colorato in rosso-giallo, si distillò frazionatamente. La temperatura salì rapidamente a $+270^{\circ}$ passando prima alcune goccie di diacetone inalterato, e siccome si avvertiva un leggero sviluppo di Ammoniaca, si proseguì la distillazione a pressione ridotta. Alla pressione di 75 mm. di mercurio il composto distillò tutto alla temperatura di 150°. Ottenni in tal modo circa 12 gr. di pirrazolo tetrasostituito (123).

Analisi:

	trovato	et.	calcolato
\mathbf{C}	78.15		78.00
\mathbf{H}	7.89		8.00
N	14.1		14.00

L'1-fenil-etil-dimetilpirrazolo, che può essere rappresentato da una delle formole di costituzione seguenti:

è un liquido colorato in giallo d'oro, di odore aromatico, insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere. La soluzione alcoolica bollente trattata col Sodio da un pirrazolino riconoscibile alla colorazione violetta che assume la sua soluzione, acidulata coll'acido solforico, col dicromato potassico, col cloruro ferrico e col nitrito sodico.

Cloroplatinato. — $[C^3(CH^3)^2C^2H^5N^2C^6H^5HCl]^2PtCl^4.2H^2O.$

Il cloroplatinato si preparò sciogliendo il pirrazolo nell'acido cloridrico di media concentrazione ed aggiungendo cloruro platinico in soluzione leggermente acida. Si

produsse un precipitato formato da pagliette gialle, brillanti, che, ricristallizzato dall'acqua acida, si depositò in belle laminette giallo-rosse, fusibile a 175° con decomposizione, se prima disseccato nella stufa ad acqua. Esso contiene due molecole di acqua di cristallizzazione, che non perde nel vuoto sull'acido solforico, ma solo nella stufa a vapor d'acqua.

Analisi:

trovato	calcolato
$H^{2}O$ 4.45	4.25
Pt 24.00	24.00

Si sottopose il cloroplatinato al riscaldamento in una stufa di V. Meyer, operando tanto sull'anidro, che su quello idrato. I risultati furono i seguenti:

I. gr. 0,9386 di Cloroplatinato anidro, riscaldati

per 14 ore a 132°-133° perdettero di peso gr. 0,129 ossia 13,7 °/ $_{0}$ per 16 ore a 168°-170° " 0,1574 ossia 16,7 °/ $_{0}$ per 16 ore a 204°-205° " 0,1954 ossia 20,81 °/ $_{0}$.

Il residuo era una massa bruna che dava una polvere color rosso-mattone e che conteneva il $31,17~^{\circ}/_{\circ}$ di Platino.

II. gr. 3,6628 di Cloroplatinato idrato riscaldati a 100°-180°-190°-230° in una stufa ordinaria di Rammelsberg perdettero di peso gr. 0,9248 ossia il 25,24°/₀.

Anche in questo caso il residuo era una massa colorata in rosso-bruno che, polverizzata, dava una polvere giallognola attaccaticcia, e che conteneva il 31,47 $^{\circ}/_{\circ}$ di Platino.

Le due frazioni di residuo, ridotte in polvere fina, si fecero bollire con 500 cc. di alcole assoluto. La maggior parte si disciolse, e colla distillazione della soluzione filtrata rimase una sostanza amorfa colorata in giallo-chiaro, che all'analisi dette il seguente risultato:

$$Pt = 30.97$$
 $C = 45.31$ $H = 4.30$ $N = 8.18$ $Cl = 10.72$

Da questi dati analitici si dedusse che il composto generatosi per azione del calore sul cloroplatinato di 1-fenil-dimetiletilpirrazolo è rappresentato dalla formola

$$\left[\mathrm{C^3(CH^3)(C^2H^5)N^2C^6H^5}\right]^{2}PtCl^{2}$$

la quale richiede in 100 parti:

meno.

Pt 30.58 C=45.28 H=4.09 N=8.81 Cl=11.17 Questo nuovo composto differenzia dal cloroplatinato per 2CH 3 Cl e 2HCl in

Ora la perdita di 2HCl2CH³Cl corrisponde al 21,50 $^{\rm o}/_{\rm o}$ e l'esperienza mi ha dato 20,81 $^{\rm o}/_{\rm o}$.

Nella seconda determinazione fatta col cloroplatinato idratato la perdita

```
trovata fu dil. 25.24^{\circ}/_{\circ} calcolata per 2H^{\circ}O+2HCl+2CH^{\circ}Cl 24.84^{\circ}/_{\circ}
```

Ho creduto necessario corredare il risultato interessante ottenuto con altre determinazioni quantitative che mi hanno fatto conoscere a fondo il meccanismo di questa eliminazione.

La prima determinazione da farsi era di dimostrare che veramente si isolava cloruro di metile e misurarlo. Perciò riscaldai una quantità pesata di cloroplatinato secco in un tubo di vetro chiuso ad un'estremità, ed all'altra unito con una pompa a mercurio. Fatto il vuoto nell'apparecchio ed adattata una campanella per la raccolta dei gas si riscaldò lentamente e gradatamente a 150°-180°. Trascorse otto ore di riscaldamento si rifece il vuoto, ed il gas raccolto, dopo aver operato l'assorbimento dell'acido cloridrico coll'idrato sodico, si riconobbe esser nient'altro che Azoto. Nel tubo era rimasto platino misto a sostanza carboniosa.

Lo stesso risultato ottenni operando il riscaldamento in un'atmosfera di anidride carbonica secca. Una quantità pesata di cloroplatinato anidro riscaldato lentamente e gradatamente per 8 ore da 150° a 190° ha perduto il 35,6 °/0 di peso ed il gas sviluppatosi, non assorbibile dagli idrati alcalini, era Azoto.

Con queste esperienze rimase indiscutibilmente stabilito che la decomposizione del cloroplatinato in queste condizioni era stata profonda; che non s'era eliminato cloruro di metile e che l'ossigeno era un elemento necessario per la trasformazione.

Mi occupai in secondo luogo di determinare l'acido cloridrico che si eliminerebbe da un dato peso di cloroplatinato riscaldato in una corrente d'aria.

In un tubo a disseccamento di Liebig s'introdusse gr. 0,1704 di cloroplatinato seccato all'aria e si riscaldò in bagno di limatura di ferro, facendo contemporaneamente passare una lenta corrente d'aria purificata e disseccata. All'uscita del tubo di Liebig era disposto un apparato condensatore contenente acqua per trattenere l'acido cloridrico.

```
Riscaldamento 8 ore a 100^{\circ}-110^{\circ} perdita gr. 0.0254 14.8^{\circ}/_{0} 8 ore a 140^{\circ}-145^{\circ} gr. 0.0272 15.9 8 ore a 160^{\circ}-180^{\circ} gr. 0.0286 16.7.
```

Durante il riscaldamento s'era condensata nella parte fredda del tubo di Liebig una piccola quantità di sostanza oleosa, che nel 3º periodo del riscaldamento s'era a poco a poco trasformata quasi in una massa solida, porcellanea, bianca. Riscaldata in una corrente d'aria, questa sostanza dava vapori irritanti. Si seioglieva lentamente nell'acqua e la soluzione acquosa, addizionata di poche goccie di idrato sodico e di nitrato d'argento ammoniacale, riscaldata a bagno maria dava un bellissimo specchio di argento metallico.

Tutte queste proprietà e reazioni mi dimostrano che la sostanza in parola è il triossimetilene, il quale secondo Butlerow (124), si combina coll'acido cloridrico secco

dando un composto oleoso. La quantità di questa sostanza era di gr. 0.0132 ossia il 7,74 °/0.

La perdita complessiva dei gr. 0,1704 di cloroplatinato fu di gr. 0,0418 che corrisponde al 24,53 %.

La quantità di acido cloridrico svoltasi e passata in soluzione, quindi dosata coll'ammoniaca $\frac{N}{100}$ fu di gr. 0,02233 ossia il 13,1 $^{\circ}/_{\circ}$.

La formazione di triossimetilene, polimero dell'aldeide formica, mi permette di spiegare l'intervento dell'ossigeno atmosferico nella reazione.

La decomposizione ha luogo secondo la seguente equazione:

$$\begin{bmatrix} CH^3 \\ CH^3 \\ C^2H^5 \end{bmatrix}^2 PtCl^4 \cdot 2H^2O + O^2 - 2H^2O + 4HCl + 2CH^2O + \begin{bmatrix} CH^3 \\ C^2H^5 \end{bmatrix}^2 PtCl^2 \cdot N^2C^6H^5 \end{bmatrix}^2 PtCl^2 \cdot N^2C^6H^5$$

la quale richiede per la parte volatile:

$$2H^2O + 4HCl + 2CH^2$$
 equivalente a $2H^2O + 2HCl + 2CH^3Cl$

24,84 trovato appunto la perdita del 24,53

per la formazione di 2CH2O calcolato %, 7,1 trovato

" 8,1 " 12,95 2HCl 13.1 3HCl

4HCl

Su quest'ultima determinazione bisogna osservare che non sappiamo quanto acido cloridrico assorbe il triossimetilene; inoltre la massa ottenuta era evidentemente una miscela di triossimetilene e del composto di Butlerow, perchè non completamente solida.

In una seconda determinazione fatta con gr. 0,866 di cloroplatinato seccato sull'acido solforico, ho ottenuto gr. 0,1294 di HCl. ossia il 14,9 %.

Anche in questo caso ottenni un sublimato in parte solido, che riduceva il nitrato d'argento ammoniacale.

Il residuo del sale rimasto nel tubo di Liebig era una sostanza amorfa giallorossiccia che dava una polvere giallo-chiara. All'analisi dette il seguente risultato,

> trovato calcolato p. [C3CH3C2H5N2C6H5]2PtCl2 Pt 30.7530.58

La piccola quantità di platino in eccesso, mi fa pensare che questo platino molto diviso, che per una decomposizione profonda della molecola si genera in prima fase, abbia un'influenza sull'assorbimento di ossigeno del CH² per la conversione in aldeide formica.

Le esperienze su descritte stabiliscono come regola generale che:

I cloroplatinati delle basi pirrazoliche eliminano per azione del calore quattro molecole di acido cloridrico e danno i composti dicloroplatopirrazolici. Questa reazione è una caratteristica dei pirrazoli.

La trasformazione dei cloroplatinati delle basi piridiche nel composto modificato di Anderson, con eliminazione di due molecole di acido cloridrico, ha luogo mediante ebollizione prolungata della soluzione acquosa del cloroplatinato, cioè in presenza dell'acqua.

Non essendo possibile ripetere sui cloroplatinati degli 1-fenilpirrazoli le esperienze di Anderson e di Oechsner di Coninck, perchè l'acqua li dissocia, ho pensato che composti analoghi a quelli di Anderson, potrebbero generarsi per ebollizione prolungata fra un cloroplatinato solubile e gli 1-fenilpirrazoli liberi. Ho perciò instituito delle esperienze in questa direzione coi seguenti pirrazoli: 1-fenilpirrazolo — 1-fenil-3-metilpirrazolo — 1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo — 1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo — 1-fenil-4-metilpirrazolo — 1-fenil-dimetil-etilpirrazolo adoperando il cloroplatinato sodico.

1-fenilpirrazolo. — Gr. 6,461 di cloroplatinato sodico secco, sciolti in 500 cc. di acqua vennero fatti bollire a ricadere per 8 ore con gr. 4,104 di 1-fenilpirrazolo. Le quantità adoperate sono secondo i rapporti rappresentati dall'equazione:

$$Na^{2}PtCl^{6} + 2C^{3}H^{3}N^{2}C^{6}H^{5} = 2NaCl + [C^{3}H^{3}N^{2}C^{6}H^{5}]PtCl^{4}.$$

Durante l'ebollizione si deposita un po' di sostanza resinosa; la soluzione, filtrata calda, lascia depositare col raffreddamento una sostanza fioccosa colorata in giallochiaro, che, raccolta sopra un filtro, lavata con un po' di alcole freddo e con acqua fredda, disseccata a 100° ha la composizione seguente:

Analisi:

	trovato	calcolato p. [C³H²N²C⁶H⁵]²PtCl².
C	38.70	39.17
\mathbf{H}	2.63	2.53
Cl	12.66	12.87
Pt	35.37	35.24

Le acque madri colorate in giallo, riunite alla poca acqua ed alcole di lavatura, depositarono con una prolungata ebollizione di 25-30 ore, in parte già a caldo, ma la maggior quantità col raffreddamento, una nuova porzione della stessa sostanza.

Analisi:

	trovato	calcolato
Pt	35.60	35.24

Anche dalla sostanza resinosa che si separa in principio e che diventa dura col raffreddamento in modo che si lascia polverizzare facilmente, si può estrarre coll'alcool

bollente e riprecipitare coll'acqua la stessa sostanza. Ma questo metodo di estrazione la precipita talmente divisa che si deposita stentatamente e, dovendo soggiornare per molto tempo in emulsione coll'acqua, pare che si decomponga leggermente mettendo in libertà un po' di platino.

Da ciò risulta chiaramente che la reazione fra cloroplatinato sodico e 1-fenilpirrazzolo non avviene secondo l'equazione soprascritta, ma bensì secondo la seguente:

$$Na^{2}PtCl^{6} + 2C^{3}H^{3}N^{2}C^{6}H^{5} = 2NaCl + 2HCl + [C^{3}H^{2}N^{2}C^{6}H^{5}]^{2}PtCl^{2}.$$

Il composto $[C^3H^3N^2C^6H^5]^2PtCl^4$ analogo a quello di Anderson avrebbe la composizione seguente:

1-fenil-3-metilpirrazolo. — Gr. 0,74 di 1-fenil-3-metilpirrazolo si fecero bollire per 15 a 16 ore con una soluzione di gr. 1,061 di cloroplatinato sodico secco in 500 cc. di acqua. Si depositò una polvere gialla mista ad una piccola quantità di resina. Dalla soluzione filtrata si ricavò ancora una piccola quantità del composto evaporandola a secco a bagno maria e ripigliando il residuo con acqua per eliminare il cloruro di sodio. La reazione fu quantitativa perchè non si riscontrò cloroplatinato sodico indecomposto. Il nuovo corpo ottenuto si depurò trattandolo con 300 cc. di alcole bollente; la soluzione alcolica filtrata si evaporò a secco a bagno maria ed il residuo, dopo trattamento con un po' di etere, si disseccò nel vuoto sull'acido solforico.

Analisi:

	trovato	calcolate p. $[C^3HCH^3N^2C^6H^5]^2PtCl^2$
Pt	33.77	33.54
Cl	12.46	12.25

Il dicloroplato-1-fenil-3-metilpirrazolo è una polvere giallo-chiara insolubile nell'acqua, pochissimo solubile nell'alcool concentrato e bollente; al microscopio polarizzatore presenta struttura cristallina.

1-Fenil-3-5-dimetilpirrazolo — Gr. 5,892 di cloroplatinato sodico secco sciolto in 500 cc. di acqua vennero fatti bollire per 7 ad 8 ore, in un'apparecchio a ricadere, con gr. 4.471 di fenildimetilpirrazolo. Si depositò una sostanza resinosa, gialla che venne filtrata a caldo. Il liquido filtrato lasciò depositare, col raffreddamento, una piccolissima quantità di sostanza gialla, che per difetto di materia non si potè analizzare. La sostanza resinosa gialla, che a freddo diventa dura, si polverizzò e si trattò con 500 cc. di alcole assoluto bollente. La maggior parte si disciolse e dopo aver distillato la metà circa dell'alcole, si diluì con acqua. L'acqua precipitò il composto platopirrazolico, ma in uno stato tale di divisione che il liquido rimase emulsionato. Per fare rapprendere il composto in fiocchi basta agitare l'emulsione con alcune goccie di soluzione di carbonato sodico o di cloruro di calcio. Il precipitato, che si presenta in forma di fiocchi giallo-chiari quasi bianchi, si lava con acqua.

L'analisi dimostra però che non è un composto puro, ma l'andamento della reazione resta non pertanto chiarito.

Analisi:

	trovato	calcolato p. $[C^3(CH^3)^2N^2C^6H^5]^2PtCl^2$
Pt	32.68	31.99
Cl	12.69	11.69
N	8.13	9.22.

1-Etil-3-5-dimetilpirrazolo — Gr. 0.3746 di pirrazolo sciolti in circa 200 cc. di acqua vennero messi a reagire con gr. 0,685 di cloroplatinato sodico secco sciolto in circa 50 cc. di acqua. Dopo un'ebollizione in apparecchio a ricadere prolungata per 4 ore, si depositò una piccola quantità di sostanza sotto forma di una polvere giallo-rossa. Si filtrò, ed il filtrato, sottoposto di nuovo all'ebollizione per altre 3 ore, depositò una nuova piccola quantità di sostanza. Infine si evaporò tutto a bagno maria, ed il residuo trattato con acqua lasciò indisciolto un'altra piccola quantità di sostanza dello stesso aspetto delle due porzioni depositatosi durante l'ebollizione. In tutto raccolsi gr. 0,28 di composto.

Analisi:

	trovato	calcolato p. $[C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2$
Pt	38.27	38.00
Cl	14.07	13.88

S'è formato anche in questo caso il dicloroplato-1-etil-3-5-dimetilpirrazolo. Però la reazione non fu completa, perchè le quantità messe a reagire avrebbero dovuto dare gr. 0,77 di composto; nelle acque di lavatura era contenuto ancora del cloroplatinato sodico perchè erano colorate in giallo-rosso.

Non ho potuto ottenere dicloroplatopirrazoli per via umida dai pirrazoli seguenti: 1-fenil-4-metilpirrazolo — 1-fenil-4-bromopirrazolo — 1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo — 1-fenil-dimetil-etilpirrazolo, cioè da quei pirrazoli nei quali l'idrogeno metinico in posizione 4 è sostituito o da un alogeno o da un radicale alcoolico. In alcuni casi si ottengono delle materie catramose e del platino ridotto; in altri casi le sostanze non reagiscono ed allora la resinificazione del pirrazolo ha luogo solo molto parzialmente.

Composti Tetracloroplatopirrazolici.

I pirrazoli, che contengono l'immino NH, si comportano in modo differente da quello, che abbiamo ora studiato, dei pirrazoli nei quali l'idrogeno imminico è sostitituito da radicali idrocarbonici. Per questi pirrazoli liberi la reazione col cloroplatinato sodico ha luogo secondo l'equazione.

$$2C^3H^3N^2H + Na^2PtCl^6 = 2NaCl + [C^3H^3N^2H]^2PtCl^4$$

e si forma un tetracloroplatopirrazolo dello stesso tipo di combinazione dei composti piridici di Anderson. — La reazione è stata studiata col pirrazolo, col 3 o 5 metilpirrazolo e col 3-5-dimetilpirrazolo.

Tetracloroplatopirrazolo (C3H3N2H)2PtCl4.

Si ottenne facendo bollire una soluzione di gr. 0,407 di pirrazolo in 30 cc. di acqua addizionata di una soluzione acquosa di cloroplatinato sodico contenente gr. 1,68 di sale cristallizzato in 20 cc. di acqua. Perchè il composto si formi è necessario un'ebollizione prolungata per 15 minuti; si filtra ed il filtrato evaporato a bagno maria, lascia un piccolo residuo che si unisce, dopo lavaggio con acqua, al primo composto depositatosi. La reazione è quantitativa: si ottenne gr. 1,2 invece di gr. 1,4 di platocomposto. Per l'analisi esso venne disseccato alla temperatura di 140°.

Analisi:

	trovato	. · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	calcolate
Pt	41.23	, ,	41.13
Cl	29.96		30.07

Il tetracloroplatopirrazolo è una polvere, che al microscopio polarizzatore si manifesta cristallina; ha un color giallo-chiaro come il cromato di piombo precipitato, e dall'aspetto non si differenzia dal composto platopiridico di Anderson. È quasi insolubile nell'acqua anche a caldo, nell'alcool assoluto, nella benzina. Riscaldato alla temperatura di 230°-240° perde di peso, ma subisce una decomposizione profonda, perchè si mette in libertà del platino. Da ciò si stabilisce che una volta formatosi il composto (C³H³N²H)²PtCl⁴, egli non è più suscettibile di eliminare 2HCl e dare il composto dicloroplatopirrazolo.

Tetracloroplatopirrazolo dal Coroplatinato.

Gr. 0,25 circa di cloroplatinato di pirrazolo anidro sciolti in 8 a 10 cc. di acqua, vennero fatti bollire in un apparecchio a ricadere. Dopo un 10 a 15 minuti cominciò a depositarsi una polvere cristallina giallo-chiara, ed il liquido dapprima colorato in giallo-rosso, assunse una colorazione giallo-chiara. Si filtrò, dopo raffreddamento, si lavò il precipitato con acqua fredda ed il composto si analizzò.

Analisi:

	trovato	calcolate
Pt	41.08	41.13

È il tetracloroplatopirrazolo, che si è formato secondo l'equazione

La reazione in questo caso è molto più rapida che pel cloroplatinato di Piridina bastando un quarto d'ora d'ebollizione, perchè il composto insolubile si depositi.

$\label{lem:tetracloroplato-3-5-metilpirrazolo} $$ [C^3H^2CH^3N^2H]^2PtCl^4. $$$

Gr. 0,548 di metilpirrazolo sciolti in 20 cc. di acqua vennero bolliti per mezz'ora a ricadere con una soluzione di gr. 1,514 di cloplatinato sodico disseccato in 30 cc. di acqua. Il composto platopirrazolico ottenuto p÷sava gr. 1,5 mentre la quantità teorica sarebbe stata 1,67.

Analisi:

trovato calcolato
Pt 38.68 38.83

È una polvere micro-cristallina di color giallo-chiaro, quasi insolubile nell'acqua e nell'alcool.

Vennero adoperati gr. 0,4102 di dimetilpirrazolo e gr. 1,328 di cloroplatinato sodico cristallizzato, il tutto sciolto in circa 50 cc. di acqua e si ottenne gr. 0,9 di composto, mentre la teoria ne richiederebbe gr. 1,12.

Analisi:

trovato calcolato
Pt 36.82 36.77

È una polvere gialla, micro-cristallina, che all'aspetto ed alle proprietà fisiche non si differenzia dagli altri due descritti.

Composto piridico di Anderson.

Come ho accennato in principio del capitolo, in seguito alle esperienze ora descritte, ho dovuto studiare il comportamento del cloroplatinato di Piridina sotto l'influenza del calore, e quale composto nascerebbe dall'azione della Piridina sul cloroplatinato sodico. Se il cloroplatinato di Piridina si scindesse sotto l'azione del calore, come fanno i cloroplatinati dei pirrazoli, si arriverebbe ad un tipo nuovo di composti platopiridici

$$\lceil C^5H^5NHC1 \rceil^2PtC1^4 = 4HC1 + \lceil C^5H^4N \rceil^2PtC1^2$$

differente, come composizione, per 2H in meno dei composti di platosemidipiridina (C⁵H⁵N)²PtCl² che Jörgensen (¹²⁵) ottenne per azione della Piridina sulla soluzione di cloroplatinito sodico.

gr. 1,5326 di cloroplatinato di piridina cristallizzato fusibile a 240°-241° e contenente il 34,46°/o di Pt (Teoria 34,24) vennero riscaldati per

8 ore alla temp. di 140° - 145° perdettero di peso gr. 0,0116 ossia 0,7 °/o 8 ore " " 180° - 190° " " " 0,2856 ossia 18,6 °/o

Si sospese il riscaldamento perchè nel residuo si vedeva nettamente attaccato alle pareti del crogiuolo uno straterello lucente di platino ridotto, ed inoltre la perdita

di peso era di già superiore a quella richiesta dalla decomposizione espressa dall'equazione

$$C^5H^5NHCl]^2PtCl^4 = 2HCl + (C^5H^5N)^2PtCl^4$$

che richiede per 2HCl la perdita di peso del 12,86 %.

Il residuo, consistente in una polvere giallo-bruna per platino ridotto, si trattò dapprima con acqua bollente, ed avendo ottenuto alla filtrazione un liquido perfettamente scolorito e che inoltre non lasciava residuo all'evaporazione, si concluse che tutto il cloroplatinato di Piridina s'era modificato.

Esperienze, che descriverò in seguito, mi dimostrarono che il composto di Anderson non viene per niente alterato, se riscaldato con acqua regia; perciò riscaldai ripetutamente a bagno-maria il residuo ottenuto con acqua regia di media concentrazione (HNO³ psp. 1,20— HCl psp. 1,10). La colorazione della polvere diventò più chiara e, mediante ripetuti lavaggi con acqua calda, si riuscì ad eliminare quasi completamente il platino ridotto. Il residuo presentò allora la composizione e le proprietà del sale modificato di Anderson.

Analisi:

	trovato	calcolato p. (C ⁵ H ⁵ N) ² PtCl ⁴
Pt	39.74	39.30
Cl	28.42	28.72

Da questi dati analitici si rileva che il composto non è completamente privo di platino ridotto, ma rimane dimostrato indubitatamente che per azione del calore moderato sul cloroplatinato di Piridina, si eliminano 2 mol. di acido cloridrico e si forma il composto di Anderson.

Ottenni lo stesso composto piridico per via umida nel modo seguente: gr. 10 di cloromercurato di Piridina C⁵H⁵NHCl, 2HgCl², fusibile a 176° e che all'analisi dava 60,83°/o di Hg (calcolato 60,83) venne sospeso in poca acqua; addizionato di un grande eccesso di liscivia potassica al 50°/o e sottoposto quindi alla distillazione in corrente di vapore. Si raccolse 500 cc. di distillato, al quale si aggiunse una soluzione di gr. 3,442 di cloroplatinato sodico secco in circa 30 cc. ni acqua. Già a freddo la miscela incomincia ad intorbidarsi: sottoposta in apparecchio a ricadere ad un'ebollizione prolungata per mezz'ora, si forma un precipitato giallo-chiaro eristallino. Nuova quantità di tale sostanza si ottiene evaporando a secco la soluzione ottenuta colla filtrazione e ripigliando il residuo con acqua. In tutto si ebbero gr. 3,2 di composto di Anderson, mentre la quantità prevista dall'equazione

$$2C^5H^5N + Na^2PtCl^6 = 2NaCl + (C^5H^5N)^2PtCl^4$$

sarebbe stato di gr. 3,7. Bisogna però notare che la maggior parte della perdita proviene dal non potersi staccare completamente dalle pareti del matraccio il composto

che vi aderisce fortemente. Che la reazione avvenga completa lo dimostra l'assenza del cloroplatinato sodico nelle acque di lavaggio del residuo.

Analisi:

	trovato	ealcolato p. (C ⁵ H ⁵ N) ² PtCl ⁴
Pt	39.48	39.30
Cl	28.99	28.72

Reazioni comparative fra composti platopiridici e platopirrazolici.

Nell'intento di scoprire dei fatti differenziali che mi permettessero di venire a qualche conclusione sulle relazioni strutturali che passano fra il derivato platopiridico di Anderson ed i derivati platopirrazolici ho studiato l'azione che esercitano l'idrogeno solforato e l'acqua regia sopra le diverse serie di composti.

Idrogeno solforato e composto platopiridico.

Gr. 0,5 di composto di Anderson vennero chiusi in un tubo di vetro con 50 gr. di una soluzione di gas solfidrico satura a 0°. Non avvenendo reazione sensibile alla temperatura ordinaria, si riscaldò il tubo per 5 a 6 ore alla temperatura di 100°. Si separò del solfuro di platino nero ed il liquido, liberato dall'idrogeno solforato ed evaporato a secco a bagno-maria, lasciò per residuo il cloridrato di Piridina che venne per l'analisi convertito in cloroplatinato. Il cloroplatinato ottenuto fondeva con decomposizione alla temperatura di 240°-241° e presentava tutti i caratteri fisici di quello ordinario di Piridina.

Analisi:

Idrogeno solforato e dicloroplato-1-fenilpirrazolo.

Gr. 0,5 di composto platopirrazolico vennero riscaldati per 5 a 6 ore alla temperatura di 100° (non avvenendo reazione alla temperatura ordinaria) con 50 gr. di soluzione satura di idrogeno solforato. Si eliminò in seguito l'idrogeno solforato con una corrente di aria senza riscaldare ed infine si agitò con etere per estrarre il pirrazolo. I residui eterei di tre preparazioni vennero sciolti in acido cloridrico concentrato e trattato la soluzione con cloruro di platino in leggero eccesso, si ebbe il precipitato cristallino del cloroplatinato di 1-fenilpirrazolo, che disseccato a 100° fondeva a 170°-170°,5.

Analisi:

trovato calcolato p. (C*H2N2C6H5HCl)2PtCl*.2H2O
H2O 4.79
4.90
sale secco
Pt 27.78
27.85

Acqua regia e composto platopiridico.

L'acqua regia adoperata in queste esperienze era formato da 1 volume di acido nitrico psp. 1,40 e 3 vol. di acido cloridrico psp. 1,16.

Gr. 2 di composto di Anderson aggiunti di 50 cc. di acqua regia vennero riscaldati a bagno maria per 7 ad 8 ore fino a che cessasse lo sviluppo di cloro.

Il composto non cambiò sensibilmente d'aspetto; ripreso con acqua, lavato ripetutamente e disseccato, l'analisi dimostrò non essere avvenuta alcuna trasformazione.

Analisi:

trovato calcolato p. (C5H5N)2PtCl4 Pt 39.33 39.30

Acqua regia e dicloroplato-pirrazolo.

Il dicloroplatopirrazolo trattato nelle stesse condizioni con acqua regia si distrugge completamente lasciando una piccola quantità di resina; tutto il platino si trasformò in tetracloruro che si ottenne cristallizzato in begli aghi.

Acqua regia e dicloroplato-1-fenilpirrazolo.

1 grammo di composto si trattò a caldo con 40 cc. di acqua regia e si prolungò il riscaldamento a bagno-maria per 7 ad 8 ore. Il composto assunse una colorazione giallo-rossa. Si lavò ripetutamente con acqua e nelle acque di lavatura si riconobbe la presenza di una piccola quantità di acido cloroplatinico.

Analisi:

	trovato	calcol. p. ($\mathrm{C^9H^5N^2Cl^2})^2\mathrm{PtCl^2}$	$(C^9H^4N^2Cl^3)^2PtCl^2$
Pt	26.11		28.18	25.62
C1	33.8		30.90	37.45

Si sottopose di nuovo il miscuglio all'azione di 30 cc. di acqua regia.

La quantità di cloro aumentò, e diminuì di conseguenza il percentuale di Platino.

Analisi:

	trovato	calcolato p.	$(C^9H^3N^2Cl^4)^2PtCl^2$
Pt	24.27		23.48
C1	40.42		42.01

Per ulteriore azione dell'acqua regia s'è formato quindi un derivato dicloroplato-1-feniltetracloropirrazolo, il quale però è ancora inquinato del composto triclorurato.

Acqua regia e dicloroplato-1-fenil-metil-etilpirrazolo.

Gr. 2 di composto vennero riscaldati a bagno maria con 40 cc. di acqua regia. Il prodotto risultante si lavò con acqua, che esporta appena traccie di acido cloroplatinico, indi si asciugò fra carta e si disseccò sull'acido solforico. L'analisi dimostrò

che era una miscela di prodotti clorurati, perciò si sottomise di nuovo all'azione dialtri 40 cc. di acqua regia. Il composto dette all'analisi i seguenti risultati.

Analisi:

trovato calcolato p. (C¹²H¹°N²Cl³)²PtCl²
Pt 23.09 23.01
Cl 33.24 33.71

Il dicloroplato-1-fenil-metit-etil-tricloropirrazolo si presenta sotto forma di una polvere giallo-rossiccia, che al microscopio polarizzatore presenta una struttura cristallina. E insolubile nell'acqua e nell'alcool.

Acqua regia e tetracloroplatopirrazolo.

1 gr. di composto riscaldato a bagno-maria con 40 cc. di acqua regia si scioglie quasi completamente con grande sviluppo di gas. Rimane una piccola quantità di residuo (gr. 0,01) sotto forma di una polvere giallo-rossa e dalla soluzione si ottiene l'acido cloroplatinico cristallizzato.

Acqua regia e tetracloroplato-3 o 5-metilpirrazolo.

Gr. 1,195 del composto vennero riscaldati a bagno maria con 40 cc. di acqua regia e prolungato il riscaldamento per 7 ad 8 ore fino a completo sviluppo di cloro. La maggior parte della sostanza si disciolse con sviluppo di gas; rimasero gr. 0,375 di una sostanza giallo-chiara, che lavata con acqua, asciugata fra carta e disseccata sull'acido solforico dette all'analisi il seguente risultato.

Analisi:

	trovato	calcolato p. (C ⁴ H ⁵ N ² Cl) ² PtCl*
Pt	34.31	34.12
Cl	37.29	37.41

S'è formato un tetracloroplato-clorometilpirrazolo, il quale si presenta come una polvere giallo-chiara, che esaminata al microscopio polarizzante si manifesta cristallina.

Le acque di lavaggio di questa sostanza, convenientemente evaporate, lasciano depositare l'acido cloroplatinico nei begli aghi caratteristici.

Acqua regia e tetracloroplato-3-5-dimetilpirrazolo.

Gr. 1,4 di composto trattati nello stesso modo con 40 cc. di acqua regia lasciarono un piccolo residuo indisciolto, all'incirca gr. 0,17, che all'analisi dette il seguente risultato.

Analisi':

	trovato	calcol. p. (C ⁵ H ⁵ Cl ³ N ²) ² PtCl ⁴	4 (C5H4Cl4N2)2PtCl4
Pt	24.82	26.3	24.15

In questo caso s'è formato un derivato tetraclorurato, cioè il tetracloro-3-5-tetraclorodimetilpirrazolo inquinato però ancora da piccole quantità del derivato triclorurato.

Le esperienze descritte portano alle seguenti conclusioni:

L'identica azione dell'idrogeno solforato sul composto di Anderson e sul dicloroplatopirrazolo lascian intravedere nei medesimi un'analoga costituzione, che nelle conclusioni di questa Memoria discuteremo.

L'azione dell'acqua regia è differente. Non altera per niente il derivato piridico, mentre distrugge i derivati del pirrazolo, e la ragione della differenza di comportamento la possiamo, trovare nel residuo idrazinico HN—N che questi ultimi contengono. Un appoggio a questa supposizione lo troviamo nel fatto che quando l'idrogeno imminico è sostituito da un radicale negativo come il fenile, allora il cloro che si svolge dall'acqua regia agisce esclusivamente come sostituente.

Conclusioni.

In questo capitolo cercherò di riassumere brevemente i risultati ottenuti nello studio sperimentale ed esporre le conclusioni che da essi si possono dedurre.

La reazione fra l'Epicloridrina e l'Idrazina, che è stata il punto di partenza delle mie ricerchè, genera il Pirrazolo ed i derivati di esso che hanno l'idrogeno imminico sostituito dal radicale che entra nell'idrazina.

La reazione, come è già stato accennato nel sunto storico, avviene in due fasi. La prima fase è quantitativa; le esperienze descritte nel 1º capitolo lo dimostrano nettamente. Questo periodo della reazione si può rappresentare colla equazione generale:

$$C^{3}H^{5}OCl + 2N^{2}H^{3}R^{1} = C^{3}H^{5}ON^{2}H^{2}R^{1} + N^{2}H^{3}R^{1}.HCl$$

la quale suppone la formazione di un prodotto intermedio risultante dalla sostituzione del residuo idrazinico al cloro dell'Epicloridina.

F. Gerhard (126) riuscì a separare nel caso della Fenilidrazina questo composto intermedio, il quale è una sostanza cristallizzata, fusibile a 103°-104°, ed a comprovare coll'esperienza la supposizione da me fatta nella prima pubblicazione su quest'argomento (20).

Confermando poi l'ulteriore sviluppo della mia reazione, egli trovò che il composto intermedio, quando viene riscaldato con cloridrato di fenilidrazina, forma fenilpirrazolo, anilina e cloruro di ammonio.

Perciò posso rappresentare tutto il processo di sintesi dei pirrazoli coll'equazione generale.

$$\begin{array}{c} CH^2.CH.CH^2Cl + 2N^2H^3R^1 = C^3H^3N^2R^1 + H^2O + NH^4Cl + NH^2R^1 \\ Pirrazolo \\ sostituito \end{array}$$

Le esperienze descritte nel IIº capitolo hanno per iscopo di studiare il comportamento dei pirrazoli sotto l'azione dell'idrogeno nascente. Il metodo usato fu quello del Ladenburg, coè di far agire l'idrogeno che si svolge per azione del Sodio sull'alcole ordinario. Essa si esplica sui pirrazoli in diversi modi.

I pirrazoli contenenti l'immino rimangono inattaccati, anche quando l'idrogeno si svolge con altri metodi, e lo stesso comportamento ha l'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo.

Sui pirrazoli, che hanno l'idrogeno imminico sostituito da un radicale aromatico, l'idrogeno può essere inattivo, quando l'idrogeno del radicale aromatico in posizione orto sia sostituito da un metile. Così, mentre l'1-paratolilpirrazolo

subisce l'idrogenazione, l'1-ortotolilpirrazolo

rimane inattaccato. Ho dimostrato in seguito che la natura dei gruppi sostituenti ha pure un'influenza sull'idrogenazione; perchè i due acidi pirrazolbenzoici, che risultano dall'ossidazione dei due tolilpirrazoli, ed i loro eteri etilici non vengono più idrogenati.

Quando l'idrogenazione avviene, si riesce ad isolare il pirrazolino corrispondente, e la trimetilendiamina sostituita.

La formazione di questi composti può rappresentarsi colle seguenti due equazioni generali:

$$C^3H^3N^2R^1+H^2=C^3H^5N^2R^1 \qquad Pirrazolino \\ C^3H^3N^2R^1+3H^2=C^3H^6 {NH^2 \choose NH.R^1} \qquad Trimetilendiamina \ sostit.$$

In quest'ultimo caso l'idrogenazione produce l'apertura del nucleo fra i due atomi di azoto e mi permise di preparare pel primo le diamine trimetileniche monosostituite.

Che i composti risultanti dalla completa idrogenazione siano veramente diamine lo dimostrano i seguenti caratteri:

- 1º La natura fortemente basica dei medesimi, dando essi sali ben cristallizzati e stabili.
 - 2º La formazione d'isonitrile col cloroformio ed idrato sodico.
 - 3º La formazione di solfocarbamato sostituito con solfuro di carbonio.
- 4° L'identità della base ottenuta da me per idrogenazione dell'1-fenilpirrazolo con quella ottenuta dopo da Goldering (55) per riscaldamento della γ -anilidopropilfta-limide con acido eloridrico acquoso.

$$C^{6}H^{4} \stackrel{CO}{\underset{CO}{>}} N.CH^{2}.CH^{2}.CH^{2}.NH.C^{6}H^{5} + 2H^{2}O + 2HCl =$$

$$= H^{2}N.(CH^{3})^{3}.NHC^{6}H^{5}.2HCl + C^{6}H^{4}(COOH)^{2}$$

5º La trasformazione in imina sostituita mediante l'azione del calore sul cloridrato.

$$C^{3}H^{6} \underset{\rm NHC^{6}H^{5}}{\overset{\rm NH^{2}}{\sim}} 2HCl = NH^{4}Cl + C^{3}H^{6}: N.C^{6}H^{5}.HCl$$

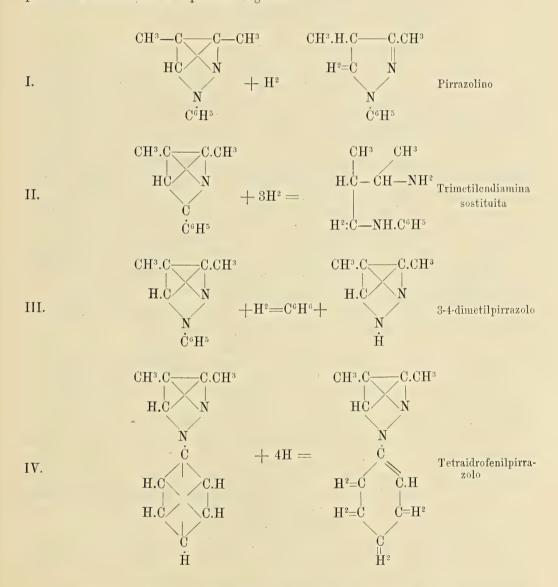
Come controprova posso ancora citare il fatto scoperto l'anno passato da J. Brühl (127). Egli credette che per azione contemporanea del Sodio e di anidride carbonica sull'Antipirina sciolta in toluene si addizionassero due atomi di idrogeno e si formasse un alcole dell'Antipirina

avesse cioè luogo la stessa reazione, che permette la trasformazione della canfora in borneolo. Il Knorr (128) dimostrò invece che l'andamento della reazione è analogo a quello da me trovato pei pirrazoli; si forma, cioè, l'anilide dell'acido β -metilamido crotonico, scindendosi il nucleo fra i due atomi di azoto.

La reazione d'idrogenazione procede in modo più complesso quando s'idrogena un pirrazolo polisostituito, potendosi essa effettuare in quattro modi:

- a) Addizione di 2 atomi di idrogeno e formazione del pirrazolino.
- b) Addizione di 6 atomi di idrogeno e formazione della base trimetilenica con apertura del nucleo fra i due atomi di azoto.
- c) Sostituzione di un atomo di idrogeno al radicale fenile, che diventa benzina, e formazione di un pirrazolo contenente l'immino.
 - d) Addizione di 4 atomi di idrogeno al fenile attaccato all'azoto.

Si riuscì a caratterizzare nell'idrogenazione dell'1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo tutti i prodotti anzidetti, di modo che l'idrogenazione di questo pirrazolo può rappresentarsi colla serie di equazioni seguenti:



L'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo invece si idrogena secondo le modalità a. c. d.

cioè dà origine all'1-fenil-3-5 dimetilpirrazolino, al 3-5-dimetilpirrazolo ed all'1-tetra-idrofenil-3-5-dimetilpirrazolo.

Oltre alla conoscenza di una serie di composti nuovi, lo studio dell'idrogenazione dei pirrazoli mi permise di risolvere il problema:

Se i composti pirrazolici derivano da un nucleo Pirrazolo unico, oppure da pirrazoli isomeri.

L'identità perfetta delle due serie di pirrazolini che si ottengono coll'idrogenazione dei pirrazoli e quelli che si ottengono coll'Acroleina e colle idrazine aromatiche, reazione che ho generalizzata, rende molto probabile l'ammissione che il nucleo Pirrazolo dal quale derivano sia lo stesso.

Una dimostrazione più sicura si avrebbe quando si potesse sottrarre ai pirrazolini preparati coll'Acroleina due atomi di idrogeno e confrontarli coi pirrazoli ottenuti dall'Epicloridrina; ma la facile alterabilità di questi composti cogli ossidanti non mi permise la dimostrazione sperimentale.

Una prova irrefragabile dell'unicità del nucleo Pirrazolo si ebbe però dall'idrogenazione dei pirrazoli polisostituiti.

Come s'è visto pocanzi l'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo dà all'idrogenazione il 3-5-dimetilpirrazolo e l'1-tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo, il quale ossidato dà quantitativamente acido adipico, e lo stesso 3-5-dimetilpirrazolo.

Se quest'ultimo si ossida, i due metili si convertono in carbossili ed il dicarboacido dà, per sovrariscaldamento, il Pirrazolo.

Questo Pirrazolo è identico al Pirrazolo che ho ottenuto dall'Epicloridrina ed idrato di idrazina, ed a quello che Ed. Buchner ottenne per sovrariscaldamento dell'acido che ebbe per azione dell'etere diazoacetico sull'etere acetilendicarbonico.

In altre parole: I composti pirrazolici che si ottengono sinteticamente coi tre processi differenti:

Azione delle idrazine aromatiche sui β-diacetoni.

Azione delle idrazine sull'Epicloridrina.

Azione dell'etere diazoacetico sull'etere acetilendicarbonico derivano da un solo Pirrazolo, come i composti aromatici da una sola Benzina, i composti piridici da una sola Piridina.

Nel capitolo III mi sono proposto di risolvere il problema: Il Pirrazolo ha una struttura ciclica — od in altre parole i tre atomi di Carbonio ed i due atomi di Azoto sono collegati nel Pirrazolo nello stesso modo intimo che sono collegati i sei atomi di carbonio nella Benzina; i cinque atomi di carbonio e l'atomo d'azoto nella Piridina?

Tutti i chimici hanno accettato, senza discussione, la formola ciclica

proposta pel Pirrazolo dal Knorr per analogia colla formola del Pirrolo di Ad. v. Baeyer.

Vediamo ora, discutendo i fatti, se questi sono in rapporto logico colla conclusione da tutti accettata.

I composti ciclici hanno delle reazioni caratteristiche che li distinguono dai composti a catena aperta. Vittorio Meyer (129) dà come reazioni caratteristiche dei primi le seguenti:

- « Coll'acido nitrico danno un nitroderivato.
- « Coll'acido solforico danno un'acido solfonico.
- « Col bromo danno derivati di sostituzione nei quali l'alogeno è difficilmente sostituibile.
 - " I cloruri degli acidi organici, coll'intervento del cloruro di alluminio danno acetoni.

A queste quattro reazioni iò aggiungerei ancora le due accennate nell'introduzione del capitolo III, cioè:

Nei derivati di sostituzione alchilici, i gruppi alcoolici si convertono coll'ossidazione mediante il camaleonte in catene carbossiliche.

Dai carboacidi si riottiene per sovrariscaldamento il nucleo fondamentale eliminandosi nello stesso tempo anidride carbonica.

Ebbene, il Pirrazolo coll'acido nitrico dà un mononitroderivato (49), e l' 1-3difenil-5-metilpirrazolo coll'acido nitro-solforico dà un derivato trinitrico nel quale un un gruppo NO² entra nel nucleo Pirrazolo. Difatti, mentre nell'1-3-difenil-5-metilpirrazolo l'azione del bromo genera l'1-3-difenil-5-metil-4-bromopirrazolo, non è più possibile introdurre bromo, nelle stesse condizioni, nel derivato trinitrico; e che i gruppi nitrici siano disposti come indica la formola

$$\begin{array}{c|c} NO^2C & C - C^6H^4NO^2 \\ \hline CH^3C & N \\ \hline N \\ \dot{C}^6H^4NO^2 \end{array}$$

lo prova il fatto che un'energica ossidazione con dicromato potassico ed acido solto rico concentrato dà acido paranitrobenzoico (111).

Coll'acido solforico non abbiamo esperienze.

Col bromo abbiamo tutta una serie di derivati, tanto nel Pirrazolo libero che nei derivanti N-sostituiti e polisostituiti; come pure ho descritto derivati, clorurati e jodurati. In tutti questi composti l'alogeno si trova nelle stesse condizioni nelle quali si trova nella bromobenzina, perchè non è sostituibile dall'ossidrile, nè viene eliminato sotto forma d'idracido, cogli idrati alcalini.

I cloruri dei radicali degli acidi organici reagiscono sui pirrazoli, anche senza l'intervento del cloruro di alluminio, e danno composti nei quali ho dimostrato la funzione acetonica mediante l'ossima e l'idrazone.

Gli alchili pirrazoli si trasformano mediante il camaleonte in carboacidi, e con questo processo di ossidazione ho ottenuto:

dal-3-5-dimetilpirrazolo	l'acido	3-5-dicarbopirrazolico.
dall'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo	n	1-fenil-3-5-dicarbopirrazolico.
Kdall'1-fenil-4-metilpirrazolo	n	1-tenil-4-carbopirrazolico.
dall'1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo	77	1-fenil-3-4-dicarbopirrazolico.
dall'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo	27	1-fenil-4-5-dicarbopirrazolico.
dall'1-fenil-3-5-dimetil-4-bromo-pirrazolo) "	1-fenil-4-bromo-3-5-dicarbopirrazolico.

Gli acidi carbopirrazolici sovrariscaldati eliminano anidride carbonica e danno i pirrazoli.

L'acido tricarbopirrazolico	dà il Pirrazolo.
L'acido metilcarbopirrazolico	dà il metilpirrazolo.
Gli acidi 1-fenil-dicarbopirrazolici	danno l'1-fenil-pirrazolo.
L'acido 1-fenil-tricarbopirrazolico	dà l'1-fenilpirrazolo.
L'acido 1-fenil-3-5dicarbo-4-bromopirrazolico	dà l'1-fenil-4-bromopirrazolo,

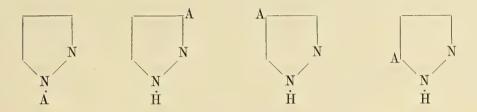
e potrei ancora citare molti altri esempi che tralascio per brevità.

Abbiamo dunque per i pirrazoli quel complesso di reazioni che caratterizzano i derivati della Benzina e della Piridina, perciò siamo autorizzati a concludere che: « i tre atomi di Carbonio ed i due atomi di Azoto del Pirrazolo si trovano collegati in quella forma più condensata, secondo il Kekulé, nella quale si trovano nei due composti citati, e come espressione grafica di questa conclusione s'è adottato pel Pirrazolo lo schema



Ammessa tale formola pel Pirrazolo, la teoria prevede diverse serie di composti isomeri di derivati di sostituzione dell'idrogeno; otterremo quindi una conferma della nostra ipotesi quando l'esperienza ci dimostrerà l'esistenza di queste diverse forme isomeriche.

Secondo la teoria gli isomeri monosostituiti possono presentarsi in quattro modificazioni.



L'esperienza ha constato finora l'esistenza di tre fenilpirrazoli:

1-fenilpirrazolo fusibile a
$$+$$
 11°
4-fenilpirrazolo (130) 3 $+$ 78°
5-fenilpirrazolo (131) 3 $+$ 228°

Più complete sono le prove per gli 1-fenil-pirrazoli. In questo caso i tre monocarboacidi prevvisti dalla teoria vennero tutti isolati, e determinata la posizione delle catene carbossiliche. Ho completato la serie dei tre 1-fenil-metilpirrazoli, ed ho scoperto tutti e tre gli acidi 1-fenil-dicarbopirrazolici.

Riassumo nelle seguenti tabelle le proprietà delle tre serie di isomeri.

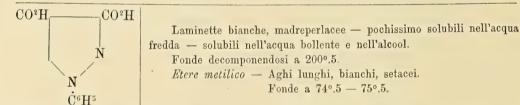
Acidi 1-Fenilcarbopirrazolici.

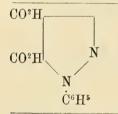
Formole	N C6H5	CO ² H N C 6H 5	$\mathrm{CO^2H}$ N $\dot{\mathrm{C}}^6\mathrm{H}^5$
Stato fisico	Aghi bianchi setacei	Aghi bianchi setacei	Grossi aghi bianchi
Punto di fusione	143°	219°	183°
Punto di fusione del- l'Etere metilico	77°	_	67°

1-Fenilmetilpirrazoli.

	$\dot{\mathbf{N}}$ $\dot{\mathbf{C}}^{6}\mathbf{H}^{r}$	CH³ N C6H5	CH^3 N \dot{C}^6H^5
Punto di fusione	Cristallizza in aghi -+- 37°	liquido a — 15º	liquido in un misto frigorifico
Punto di ebollizione	254°-255°	264°-266°	254°-255°
Cloroplatinato	Con 2H ² O, grosse lamine di color rosso- arancio. Con 3H ² O, prismi aci- culari-rosso arancio. Fonde idrato a 153° nanidro a 173° con decomposizione.	2H ² O, fini aghi giallo- rossi. Fonde tanto idratato che anidro a 159°-160° decomponendosi.	2H ² O, aghi giallo- Fonde idratato a 149° " anidro a 171° decomponendosi.
Jodometilato	Cristallizza dall'alco- le in piccoli cubi. Fonde a 144°.	Cristalli aghiformi. Fonde a 160°.	Cristallizza dall'alco- lè in piccoli cubi. Fonde a 296° decomp.
Jodoetilato	Non si potè ottenere.	Non si potè ottenere.	Aghi bianchi lunghi. Fonde a 208°.

Acidi 1-Fenildicarbopirrazolici.

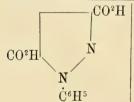




Laminette bianche, madreperlacee, poco solubili nell'acqua fredda — solubili nell'acqua bollente e nell'alcool.

Fonde decomponendosi a 231°.5.

Etere metilico — Belle tavole appiattite, dure, di splendore vitreo. Fonde a 84°.5-85°.5.



Laminette bianche raggruppate a sfera, poco solubili nell'acqua calda, solubili nell'alcole.

Fonde decomponendosi a 265°-266°.

Etere metilico — Lunghi aghi di splendore setaceo. Fonde a 127°-128°. In conclusione vediamo ampiamente confermate dall'esperienza le previsioni teoriche.

Il problema di decifrare l'intima costituzione del Pirrazolo è collegato col problema generale della struttura dei nuclei, primo fra tutti quello dei composti aromatici, la Benzina. Tutti i chimici sanno che questo problena non ha ancora avuto una soluzione, malgrado che i più abili sperimentatori vi abbiamo posto mano, e con acume straordinario abbiano cercato d'interpretare le numerose ed esatte esperienze eseguite. Manca all'interpretazione delle nostre esperienze uno o più dati, che la meccanica chimica ci somministrerà forse nell'avvenire, quando essa avrà scoperto le leggi che regolano il movimento degli atomi nelle molecole complesse.

Tuttavia mi si permetta di dire qualche parola per esprimere la mia opinione sulle diverse formole di costituzione, che la fantasia dei chimici ha attribuito al Pirrazolo.

Come più volte s'è detto, il Knorr dette al Pirrazolo la costituzione espressa dallo schema

per analogia con quella che ancora la maggioranza dei chimici accetta pel Pirrolo: ma recentemente egli espresse il dubbio che il Pirrazolo libero potesse essere rappresentato dallo schema (132)

mentre che nei derivati N-sostituiti forzatamente si deve ammettere il radicale immino coll'idrogeno sostituito, perchè, tra altri fatti abbiamo visto che l'1-fenilpirrazolo dà la trimetilenfenildiamina.

A questa si potrebbe anche aggiungere la formola

$$\begin{array}{c|c} H^2C & CH \\ & \\ & \\ & \\ N \end{array}$$

che ne farebbe un derivato del trimetilene. Il Buchner (130) fece subito osservare, che è difficile mettere d'accordo la formazione dei composti metallici del Pirrazolo con una formola senza immino, e che non si poteva spiegare il comportamento del Pirrazolo, che col joduro di metile, dà dapprima N-metilpirrazolo che poi si addiziona ad

una nuova molecola di joduro di metile dando il jodometilato del N-metilpirrazolo. Ed inoltre, come si spiega la formazione del 3-5-dimetilpirrarolo per idrogenazione dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo? Bisogna ammettere pel passaggio da

che l'idrogeno sfasci tutta la molecola, e poi questa si ricostituisca come piace al Knorr, senza avere, per ora, nemmeno un fatto sperimentale che appoggi la sua ipotesi, mentre tutti i fatti parlano in favore di una formola del Pirrazolo che contenga il gruppo immino.

E una tendenza riprovevole quella che hanno alcuni chimici di cedere nelle loro deduzioni alla fantasia piuttosto che seguire la logica, e per conseguenza le formole di costituzione che dipingono le conclusioni non hanno più quella base sperimentale che la scienza esige. Per non cadere quindi in questo errore io non posso accettare le soprascritte formole.

Rimangono le altre due

all'ultima delle quali si può aggiungere quella proposta dal Bamberger (133).

Le formole II e III corrispondono meglio nell'ipotesi stereochimica, al concetto del Kekulé di una maggiore condensazione del nucleo, e quindi della resistenza maggiore che oppone il Pirrazolo al disfacimento coi reagenti. La formola II, che ho adottato in questa memoria, è stata da me proposta fin dal 1887 (accennando fin d'allora ad una possibile isomeria, che i fatti poi non hanno dimostrato, col nucleo Pirrazolo del Knorr) e recentemente il Buchner (130) l'ha riproposta, naturalmente senza citarmi, come quella più probabile.

La base principale snlla quale m'appoggiavo allora per proporre la mia formola era, che i due atomi di azoto dell'idrazina dovevano saldarsi a tutti e tre gli atomi di carbonio, come dimostrano le successive trasformazioni dell'Epicloridrina

Le esperienze del Gerhard (126) appoggiano le mie vedute. Egli, basandosi sulle esperienze di I. von. Hoermann (134) e di Ad. Fauconnier (135) risguardanti l'azione dell'Anilina sull'Epicloridrina, dà al composto primo che si forma fra fenilidrazina ed Epicloridrina la formola

che ne farebbe un derivato del pirrazino o pirrazolidino come A. Michaelis (136). propose di chiamare tali derivati.

Ora è ragionevole ammettere che l'eliminazione di H²O avvenga fra l'ossidrile OH, e l'idrogeno imminico, si generi una forma tautomera poco stabile del pirrazolino che elimini 2 atomi di idrogeno e dia il pirrazolo

A questa formola II, che rappresenta il fatto sperimentale che i due atomi di azoto, cioè il gruppo idrazinico = N - N = viene nel pirrazolo in più intimo contatto coi tre atomi di carbonio, ho dato, come dicevo pocanzi, la preferenza.

La formola III del Bamberger rappresenta lo stesso fatto, ma esprime inoltre una differenza nel comportamento dei due atomi di azoto, differenza che finora l'esperienza non ha ancora stabilito, perchè i due atomi di azoto dell'idrazina e delle idrazine sostituite sono identici.

Stabilita la natura aromatica del Pirrazolo mi sono proposto « d'indagare i rapporti ch'esso ha con altri nuclei carboazotati, quali il Pirrolo e la Piridina », ed a questo scopo sono state instituite le esperienze riferite nei capitoli IV e V.

Il Pirrolo manifesta una grande tendenza ad accogliere un'atomo di carbonio nel uucleo ed a trasformarsi in derivati piridici o piperidinici (137) (138); e questa trasformazione avviene nelle più svariate condizioni.

Sotto l'influenza dell'alcoolato sodico e del cloroformio, il Pirrolo s'incorpora un'atomo di carbonio e si trasforma in Piridina (139). Per riscaldamento del trimetilpirrolo con acido cloridrico concentrato si ha una diidrolutidina (140), cioè:

Per riscaldamento del N-metilpirrolo con joduro di metile si ha la formazione di N-metil-C-dimetilpirroli e di N-metildiidroparvolina ossia di una pentametildi-idropiridina (141)

$$C^5H^2(CH^3)^4N.CH^3$$
.

Nel Pirrazolo la mobilità del nucleo è scomparsa. — Ho tentato d'introdurre un'atomo di carbonio nel nucleo, mediante l'azione del cloroformio e l'alcoolato sodico sul 3-5-dimetilpirrazolo, oppure adoperando il composto sodico dello stesso pirrazolo ed ho avuto risultati negativi.

Per riscaldamento del Pirrazolo col joduro di metile Buchner (49) (e posso confermare le sue esperienze) ottenne dapprima 1-metilpirrazolo e poi il jodometilato di questa base. La reazione procede nel modo seguente:

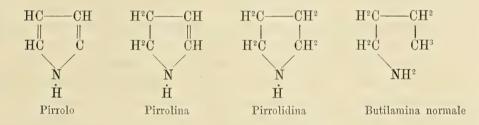
In tutte queste reazioni il nucleo Pirrazolo rimane intatto.

Un'altra differenza fra i pirroli ed i pirrazoli si riscontra nell'azione degli ossiacidi inferiori degli alogeni. Mentre l'acido ipocloroso, ad esempio, dà col Pirrolo l'imide bicloromaleica, coll'1-fenilpirrazolo dà un monocloroderivato, e non si potè riscontrare altri prodotti di ossidazione. La reazione caratteristica dei vapori del Pirrolo e dei suoi derivati di colorare in rosso una scheggia d'abete imbevuta di acido cloridrico, non è data per niente nè dal Pirrazolo, nè dai suoi derivati.

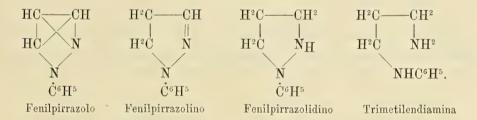
I derivati pirrazolici presentano due reazioni analoghe a quelle dei derivați pirrolici.

Analogo comportamento all'idrogenazione, ma qui bisogna distinguere; mentre il Pirrolo ed i pirroli contenenti l'immino si comportano come i pirroli terziari N-sostituiti, i pirrazoli contenenti l'immino si comportano diversamente dai pirrazoli N-sostituiti. Essi non vengono idrogenati, qualunque sia il modo nel quale si fa agire l'idrogeno nascente. Invece i pirrazoli N-sostituiti, e finora abbiamo solo ricerche nel caso che il radicale sostituente è un radicale aromatico, s'idrogenano e l'idrogenazione può avvenire, come pel Pirrolo, fino a scissione del nucleo.

Il Pirrolo dà, la pirrolina, la pirrolidina e la butilamina normale (142).



L'1-fenilpirrazolo dà l'1-fenilpirrazolino e la trimetilenfenildiamina. Si conosce pure l'1-fenilpirrazolidino, ottenuto per sintesi da Michaelis (136) collo stesso procedimento col quale S. Gabriel (143) ottenne la pirrolidina



Qui mi cade in acconcio di far osservare un'altro parallelismo. Mentre nella pirrolina e nella pirrolidina il gruppo NH acquista proprietà basiche energiche, nel pirrazolino e nel pirrazolidino il gruppo N²—C⁶H⁵ residuo della fenilidrazina, ripiglia le sue proprietà riduttrici. Di questi composti non si possono ottenere i cloroplatinati, ed il fenilpirrazolidino riduce il liquido di Fehling a caldo.

Il Pirrolo dà colle anidridi e coi cloruri degli acidi organici derivati, che risultano dalla sostituzione dell'idrogeno metinico col radicale acido e che hanno per conseguenza il comportamento di acetoni. Il Lichtenstein (105) dice di essere riuscito

ad introdurre, mediante il cloruro di acetile, quattro radicali acidi nel N. tolilpirrolo; ad ottenere perciò il composto;

C4(COCH2)4NC7H7

ma il Ciamician ed i suoi collaboratori non riuscirono a sostituire più di due atomi di idrogeno con radicali acidi, e sempre la sostituzione si operò in posizione α

$$\begin{array}{c|c} HC & CH \\ \parallel^{\beta'} & \beta \parallel \\ R^1.C\alpha' & \alpha C.R \\ & \dot{H} \end{array}$$

Le esperienze sui pirrazoli vennero fatte soltanto coi cloruri degli acidi organici; si riuscì ad introdurre un solo radicale acido in posizione $\beta=4$, e di più si dimostrò che quando la posizione 4 era occupata o da un'alogeno o da un radicale alcoolico quantunque vi fossero ancora atomi di idrogeno metinico, questi non erano più sostituibili dai radicali acidi. Difatti dall'1-fenil-4-bromopirrazolo, e dall'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo non si poterono ottenere prodotti di sostituzione, quantunque il primo abbia ancora due atomi di idrogeno ed il secondo uno, disponibili.

Più strette analogie presentano fra di loro i derivati pirrazolici ed i piridici. I pirrazoli contenenti l'immino hanno un carattere di base forte; cogli acidi danno dei sali stabili, che, come quelli delle basi piridiche, non vengono dissociati dall'acqua; ed inoltre hanno un odore nettamente piridico. I pirrazoli 1-sostituiti da radicali aromatici, hanno pure funzione basica, quantunque più debole; perchè i sali vengono dissociati dall'acqua, ma in alcuni, come ad esempio nell'i-fenil-3-5-dimetilpirrazolo, contrariamente alle osservazioni del Knorr, i sali sono stabili, e si può ottenere il suo cloridrato cristallizzato da una soluzione acida; ed esso si ridiscioglie inalterato nell'acqua. Tutti poi danno cloroplatinati ben cristallizzati.

L'azione del bromo sull'1-fenilpirrazolo segue lo stesso andamento di quella sulla Piridina. In tutti e due i casi si ottiene un composto monobromurato nel quale il bromo occupa la posizione meta rispetto all'azoto piridico (144).

Un po' diversamente, ed in questo si rileva un carattere proprio del Pirrazolo, si comportano le due serie di composti cogli ossiacidi inferiori degli alogeni.

Una corrente di cloro fatta gorgogliare in una soluzione alcalina e raffreddata di Piridina, dà luogo al disfacimento della molecola (145) svolgendosi azoto e formandosi cloroformio ed acido dicloroacetico, ma non un derivato clorurato della Piridina; mentre nel 1-fenilpirrazolo si forma monocloroderivato. Il bromo ed il jodio agiscono nello stesso modo.

Le due reazioni poi che nell'introduzione del Capitolo V ho considerato e ritenute come tipiche pei composti piridici, si verificano nettamente pei composti pirrazolici.

Il jodometilato di 1-fenilpirrazolo riscaldato a 240°-300° dà l'1-fenil-4-metilpirrazolo:

$$\begin{array}{c|ccccc} HC & CH & CH^3 & CH^3.C & CH \\ HC & N & & & & & \\ N & & & & & & \\ \dot{C}^6H^5 & & & & \dot{C}^6H^5 \end{array}$$

ed anche qui il derivato pirrazolico presenta una nota propria seguendo la regola generale. Mentre nei composti piridici l'emigrazione del radicale alcoolico unito all'azoto ha luogo nelle posizioni α e γ mai in β , nel composto pirrazolico ha luogo proprio nella posizione 4 cioè β rispetto all'azoto piridico.

Nei composti pirrazolici si verifica nel modo più spiccato la reazione di Anderson caratteristica dei composti piridici.

La soluzione acquosa del cloroplatinato del pirrazolo sottoposta all'ebollizione deposita un composto insolubile che ho chiamato tetracloroplatopirrazolico, corrispondente al platopiridico di Anderson.

$$[C^{3}H^{4}N^{2}HCl]^{2}PtCl^{4} = 2HCl + (C^{3}H^{4}N^{2})PtCl^{4}$$

$$[C^{5}H^{5}NHCl]^{2}PtCl^{4} = 2HCl + (C^{5}H^{5}N)^{2}PtCl^{4}.$$

Ho trovato (118) che il composto di Anderson si ottiene in quantità teorica facendo bollire soluzioni acquose equimolecolari di cloroplatinato sodico e di Piridina; la stessa reazione succede e collo stesso rendimento, riscaldando all'ebollizione soluzioni equimolecolari di cloroplatinato sodico e dei pirrazoli contenenti l'immino.

$$2C^{3}H^{4}N^{2} + Na^{2}PtCl^{6} = 2NaCl + (C^{3}H^{4}N^{2})^{2}PtCl^{4}$$

 $2C^{5}H^{5}N \quad Na^{2}PtCl^{6} = 2NaCl + (C^{5}H^{5}N)^{2}PtCl^{4}$.

I composti tetracloroplatopirrazolici hanno le stesse proprietà fisiche del composto di Anderson, ne differiscono soltanto per essere completamente scomposti dall'acqua regia, mentre quello piridico rimane inattaccato.

La nota caratteristica dei pirrazoli si manifesta nel riscaldamemento dei loro cloroplatinati.

Mentre il cloroplatinato di Piridina, riscaldato moderatamente, perde due molecole di acido cloridrico e dà il composto di Anderson, i cloroplatinati dei pirrazoli perdono quattro molecole di acido cloridrico e danno la serie che ho chiamato dei composti dicloroplatopirrazolici.

Le due decomposizioni possono rappresentarsi colle equazioni:

$$[C^{5}H^{5}NHCl]PtCl^{4} = 2HCl + (C^{5}H^{5}N)^{2}PtCl^{4}$$

$$[C^{3}H^{4}N2HCl]^{2}PtCl^{4} = 4HCl + (C^{3}H^{3}N^{2})^{2}PtCl^{2}.$$

Ho preparato in tal modo una serie numerosa di composti platinici che nelle proprietà fisiche non differiscono dai composti tetracloroplatopirrazolici e dai composti platopiridici dell'Anderson. Ho studiato secondo quest'indirizzo i cloroplatinati di undici pirrazoli e sempre ho avuto la formazione del composto dicloroplatopirrazolico, come anche per l'1-fenil-3-metilpirrazolo dall'Antipirina, Andreocci (146), ottenne lo stesso risultato. Tra questi undici pirrazoli studiati sono rappresentate tutte le modalità di sostituzione.

Ho studiato pirrazoli contenenti l'immino; Pirrazolo, 3 o 5-metilpirrazolo, 3-5-dimetilpirrazolo; pirrazoli nei quali l'idrogeno imminico è sostituito da un radicale alcoolico, l'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo, ed altri nei quali quest'idrogeno è sostituito da radicali aromatici — 1-fenilpirrazolo, 1-paratolilpirrazolo, 1-orto-tolilpirrazolo. Ho sperimentato su pirrazoli polisostituiti, 1-fenil-4-metilpirrazolo, 1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo, 1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo. Finalmente ho studiato il cloroplatinato di un pirrazolo completamente sostituito l'1-fenil-4-metil-3-5 o 5-3-etilmetilpirrazolo. Anche in questo caso ha luogo la reazione caratteristica solo, come ho dimostrato, è necessario l'intervento dell'ossigeno perchè la reazione si svolge secondo l'equazione:

$$\begin{bmatrix} CH^{3} \\ CH^{3} \\ C^{2}H^{5} \\ N^{2}C^{6}H^{5} \end{bmatrix}^{2} PtCl^{4} + 20 = 4HCl + 2CH^{2}O + \begin{bmatrix} CH^{3} \\ C^{2}H^{5} \\ N^{2}C^{6}H^{5} \end{bmatrix}^{2} PtCl^{2}$$

Abbiamo visto che i pirrazoli contenenti l'immino danno, per ebollizione con soluzione acquosa di cloroplatinato sodico, il composto tetracloroplatopirrazolico, invece i pirrazoli che hanno l'idrogeno imminico sostituito danno, nelle stesse condizioni, il composto dicloroplatopirrazolico. La reazione che succede può rappresentarsi coll'equazione seguente, servendoci del caso speciale dell'1-fenilpirrazolo:

$$2C^{3}H^{3}N^{2}C^{6}H^{5} + Na^{2}PtCl^{6} = 2NaCl + 2HCl + (C^{3}H^{2}N^{2}C^{6}H^{5})^{2}PtCl^{2}.$$

Però non tutti i pirrazoli 1 od N sostituiti danno questa reazione. La danno solo quei pirrazoli che contengono l'idrogeno metinico 4. Infatti s'è dimostrato che l'1-fenil-pirrazolo, l'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo, l'1-fenil-3-metilpirrazolo, l'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo danno i corrispondenti dicloroplatopirrazoli; al contrario l-1-fenil-4-bromo-pirrazolo, l'1-fenil-4-metilpirrazolo, l'1-fenil-4-metil-5-etilpirrazolo, l'1-fenil-4-metil-3-5 o 5-3-etilmetilpirrazolo o non reagiscono o si resinificano, riducendosi anche del platino allo stato di libertà.

La costituzione dei composti del platino colle basi azotate è un problema che si discute anche attualmente; non ho intenzione di entrare in questa discussione, nè i composti platopirrazolici sarebbero i più adatti per instituire delle esperienze in proposito, essendo essi insolubili e poco facili a reagire, tuttavia debbo esprimere un'idea sul meccanismo della reazione che genera i composti dicloroplatopirrazolici, che è un tipo di composto platinico che nella serie piridica non si ha.

Prenderò in esame il caso speciale del cloroplatinato dell'1-fenilpirrazolo. Il modo più semplice d'interpretare la formazione del dicloroplato-1-fenilpirrazolo

$$[C^{3}H^{3}N^{2}C^{6}H^{5}HCl]^{2}PtCl^{4} = 4HCl + (C^{3}H^{2}N^{2}C^{6}H^{5})^{2}PtCl^{2}$$

è di supporre che l'idrogeno metinico che si svolge sotto forma di acido cloridrico venga sostituito dal platino, ammesso che quest'elemento conservi nel nuovo composto la stessa valenza che ha nel cloroplatinato, e che questo sia è reso molto probabile dalla seguente esperienza.

Ho lasciato a contatto per lungo tempo dell'acqua di bromo e del dicloroplato 1-fenilpirrazolo; non è successo assorbimento ed il composto è rimasto inalterato.

L'espressione di questo modo di sostituzione sarebbe rappresentato dalla formola

e pel Pirrazolo libero, siccome esiste l'idrogeno imminico, si potrebbe avere i due casi espressi dalle formole:

$$\begin{array}{cccc} C^3H^2N^2H & & & & C^3H^3N^2 \\ & & & & & & PtCl^2 \\ \hline C^3H^2N^2H & & & & & & C^3H^3N^2 \end{array}$$

a seconda che è l'idrogeno metinico od imminico che viene sostituito.

Questi composti dicloroplatopirrazolici sarebbero perciò analoghi ai composti di Zeise (147), studiati in seguito da Birnbaum (148) ed ottenuti per azione delle olefine sul cloruro platinoso, ammettendo che nell'atto della combinazione il platino cambi forma di combinazione e le valenze latenti si saldino con quelle, pure latenti, dell'olefina, locchè esprime la formola:

Ma le proprietà fisiche di queste due serie di composti, la loro stabilità ed il loro comportamento chimico differiscono talmente da non renderli paragonabili. Perciò

ho immaginato la seguente ipotesi sul modo di formazione dei composti dicloroplatopirrazolici, che li assimila ai composti piridici di Anderson.

Secondo l'opinione di C. W Blomstrand (149) nel composto platopiridico di Anderson il platino è collegato pell'azoto al radicale piridina-cloro-

$$\underset{Cl}{\overset{\mathrm{rv}}{\underset{NC^5H^5Cl}{\bigcap}}} \underbrace{\overset{Cl}{\underset{NC^5H^5Cl}{\bigcap}}}_{t}$$

la quale formola sviluppata secondo il concetto strutturistico darebbe lo schema:

Ora ho fatto vedere che questo composto, riscaldato in tubo chiuso con soluzione satura di idrogeno solforato, ridà Piridina, come nelle stesse condizioni il composto dicloroplato-1-fenilpirrazolo dà l'1-fenilpirrazolo, perciò è perfettamente logico ammettere che in quest'ultimo composto l'unione fra il residuo pirrazolo ed il platino avvenga ugualmente per intermedio dell'azoto, il qual fatto si può rappresentare collo schema:

il quale esprime inoltre che l'atomo di carbonio del metino di cui l'idrogeno si elimina sotto forma di acido cloridrico, si collega in modo più intimo all'atomo di azoto piridico del pirrazolo, al quale si unisce il platino.

Ed è ancora l'atomo di idrogeno metinico in posizione 4 quello che più facilmente si può eliminare sotto forma di acido cloridrico, perchè si possono solo ottenere composti dicloroplatopirrazolici per via umida da quei pirrazoli che contengono l'idrogeno metinico 4, perciò il collegamento

è quello che più facilmente si forma.

Nel caso di pirrazoli sostituiti nella posizione 4, la formazione di dicloroplatocomposto per via secca può essere accompagnata dalla trasposizione del gruppo sostituente in altra posizione, oppure formarsi aggruppamenti differenti

che per via umida non possono generarsi.

Che sull'eliminazione di quattro molecole di acido cloridrico da un cloroplatinato di pirrazolo abbia influenza il residuo idrazinico esistente nel nucleo, lo fa dubitare l'osservazione dell'Andreocci (150), il quale per riscaldamento del cloroplatinato dell'1-fenil-3-metilpirrodiazolo

ottenne il composto (C² CH³ N³ C⁶ H⁵)² Pt Cl² generatosi per eliminazione di 4 molecole di acido eloridrico.

Sarebbe perciò înteressante instituire delle esperienze di confronto sui cloroplatinati delle gliossaline, derivate da un nucleo isomero del Pirrazolo, dove i due atomi di azoto non sono sotto forma di residuo idrazinico. Nella bibliografia chimica si trova registrata un'osservazione del Wallach (151), relativa al cloroplatinato di metilgliossalina, che, quando viene separato coll'evaporazione da una soluzione acquosa, non si ridiscioglie più completamente nell'acqua. Ciò accennerebbe ad una trasformazione con probabile eliminazione di acido cloridrico

Accennerò per ultimo che la stessa differenza di comportamento del composto di Anderson e del dicloroplatopirrazolo a contatto dell'acqua regia, la quale lascia inattaccato il primo distruggendo completamente il secondo, oltrecchè nel gruppo idrazinico, lo sfacelo della molecola può trovare una spiegazione nel collegamento più intimo che può avvenire fra carbonio ed azoto.

Difatti i nuclei più idrogenati nei quali l'equilibrio centrico viene disturbato, presentano un punto di più facile attacco ai reagenti, laddove esiste un doppio legame, ossia un collegamento più intimo.

Ora è logico anche ammettere che il collegamento più intimo dell'azoto ad un atomo di carbonio metinico, presenti nella molecola del composto dicloroplatopirrazolo un punto più vulnerabile: punto che il composto platopiridico non presenta, non essendo disturbato in questo l'equilibrio centrico,

Se poi nel composto dicloroplatopirrazolico esistono catene laterali, l'acqua regia non le distrugge e, nel caso che la catena laterale sia un nucleo aromatico, il cloro agisce esclusivamente da sostituente e forse sugli atomi di idrogeno delle catene laterali.

Se ora paragoniamo le reazioni, che presentano i composti pirrazolici con quelle dei composti pirrolici e piridici, noi vediamo che le analogie più strette sono per questi ultimi; perciò la conclusione che emerge dalla discussione dei fatti osservati e che definisce i rapporti colla Piridina è che possiamo considerare il Pirrazolo come Piridina nella quale due metini sono sostituiti dall'Immino in altre parole il Pirrazolo è il Pirrolo della Piridina.

Considerato così il pirrazolo noi ci spieghiamo le sue proprietà basiche, basicità che va affievolendosi quando radicali elettronegativi sostituiscono l'idrogeno imminico.

Come reazione caratteristica dei pirrazoli, alla reazione di Knorr, basata sulle colorazioni dei pirrazolini cogli ossidanti, reazione che non è generale, possiamo ora aggiungere quella dei cloroplatinati.

Il cloroplatinato di una base pirrazolica elimina col riscaldamento quattro molecole di acido cloridrico e si trasforma in un composto dicloroplatopirrazolico insolubile, come il cloroplatinato di una base piridica, eliminando due molecole di acido cloridrico, dà il composto di Anderson.

Mi sorride la speranza di avere con questa memoria portato un contributo alla storia di questo nucleo carboazotato che d'ora in avanti, grazie alle ricerche di L. Knorr, L. Claisen, ed Ed. Buchner può formare un capitolo della chimica organica come il Pirrolo, il Tiofene, il Furfurano.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI CITATE NELLA PRESENTE MEMORIA.

ABBREVIAZIONI.

Acc. L. R. = Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.

Gazz, chim. = Gazzetta chimica italiana.

Berl. Berich. = Berichte der Deutschen chemischen Gesellschaft zu Berlin

L. Ann. = I. Liebig's Annalen der Chemie.

Bull. Soc. chim. = Bulletin de la Société chimique de Paris.

- (1) A. Oppenheim ed H. Precht., Berl. berich. t. IX, p. 1098.
- (2) L. Knorr, Berl. berich. t. XVI, p. 2593.
- (3) L. Knorr, Berl. berich. t. XVI, p. 2597.
- (4) H. Reinsenegger, Berl. berich. t. XVI, p. 661 (Nota di E. Fischer).
- (5) L. Knorr, Berl. berich. t. XVII, p. 546.
- (6) E. Fischer e Besthorn, L. Ann. t. CCXII, p. 332.
- (7) L. Knorr, Berl. berich. t, XVII, p. 2032-2053-2057-2049.
- (8) E. Fischer, Berl berich. t. XVII, p. 2846.
- (9) E. Fischer, L. Ann. t. CXC, p. 137; t. CXCIX, p. 311.
- (10) L. Knorr, Berl. berich. t. XVII, Referate, p. 149.
- (11) L. Knorr, Berl. berich. t. XVIII, p. 299.
- (12) L. Knorr, L. Ann. t. CCXXXVIII, p. 137.
- (13) G. Ciamician ed M. Dennstedt, Gazz. chim. t. XIII, p. 398. G. Ciamician e P. Magnaghi, Gazz. chim. t. XV, p. 481.
 - (14) L. Wolff. Berl. berich. t. XX, p. 433.
 - (15) E. Fischer e C. Bülow, Berl. berich. t. XVIII, p. 2131.
 - (16) A. Combes, Bull. Soc. chim. t. XLVIII, p. 472; t. L, p. 145.
 - (17) L. Claisen ed N. Stylos, Berl. berich. t. XXI, p. 1144.
 - (18) E. Nägeli, Berl. berich. t. XVI, p. 494; t. XVII, p. 805.
 - (19) L. Balbiano, Gazz. chim. t. XV, p. 246; t. XVI, p. 132.
 - (20) II. Balbiano, Acc. L. R. vol. III, 1º semestre, p. 339.
 - (21) L. Balbiano, Acc. L. Memorie, serie 4a, vol. V, p. 16.
 - (22) Th. Curtius, Berl. berich. t. XX, p. 1632.
 - (23) Th. Curtius ed R. Jay, Journal f. prack. Chem. t. XXXIX, p. 27.
- (24) Th. Curtius, Berl. berich. t. XVII, p. 953 e Ed. Buchner e Th. Curtius, Berl. berich. t. XVIII, p. 2377.
 - (25) Ed. Buchner, Berl. berich. t. XXI, p. 2637.
 - (26) Ed. Buchner, Berl berich. t. XXII, p. 842.
 - (27) Ed. Buchner, Berl. berich. t. XXII, p. 2165.
 - (28) Francis R. Japp, Berl. berich. t. XV, p. 2140 e t. XVI, p. 284.
 - (29) A. Wohl e W. Marckwald, Berl. berich. t. XXII, p. 579.
 - (30) L. Balbiano, Berl. berich. t. XXIII, p. 1103 e Gazz. chim. t. XX, p. 459.
 - (31) Ed. Buchner, L. Ann. t. CCLXXIII, p. 214.
 - (32) G. Marchetti, Acc. L. R. vol. VII, p. 372; vol. I, serie 5a, p. 87, p. 356.
 - (33) U. Alvisi, Acc. L. R. vol. VII, p. 450.
 - (34) L. Bouveault, Bull. Soc. chim. 3e serie, t. IV, p. 647.
 - (35) L. Claisen ed L. Meyerowitz, Berl. berich. t. XXII, p. 3273.
 - (36) Aug. Bischler, Berl. berich. t. XXV, p. 3143.
 - (37) V. Meyer, Berl. berich. t. XXI, p. 11.

- (38) F. R. Japp e F. Klingemann, L. Ann. t. CCXLVII, p. 190.
- (39) A. Siwoloboff, Berl. berich. t. XIX, p. 795.
- (40) L. Balbiano, Gazz. chim. t. XIX, p. 128.
- (41) L. Sabbatani, Ann. di chim. e farmacologia, serie 4^a, vol. XVIII
- (42) L. Knorr, Berl. berich. t. XXVI, p. 100.
- (43) L. Balbiano, Acc. L, R. serie 5^a, vol. II, p. 197.
- (44) E. Fischer ed O. Knoevenagel, L. Ann. t. CCXXXIX, p. 194.
- (45) A. v. Baeyer, Berl. berich. t. III, p. 514.
- (46) A. Michaelis ed O. Lampe, Berl. berich. t. XXIV, p. 3738
- (47) S. Gabriel, Berl. berich. t. XXIV, p. 3231.
- (48) G. Marchetti, Acc. L. R. vol. VII, p. 372.
- (49) Ed. Buchner ed M. Fritsch, L. Ann. t. CCLXXIII, p. 266.
- (50) L. Balbiano e G. Marchetti, Acc. L. R. serie 5a, vol. II, p. 403
- (51) A. Ladenburg, Berl. berich. t. XIX, p. 2585.
- (52) G. Ciamician ed M. Dennstend, Gazz. chim. t. XII, p. 290; t. XIII, p. 395.
- (53) L. Balbiano, Gazz. chim. t. XIX, p. 688.
- (54) A. W. Hofmann, Berl. berich. t. III, p. 767.
- (55) A. Goldenring, Berl. berich. t. XXIII, p. 1168.
- (56) A. Ladenburg, Berl. berich. t. XVI, p. 1149; t. XVIII, p. 3100; t. XXI, p. 758
- (57) L. Balbiano, Acc. L. R. vol. IV, p. 44.
- (58) L. v. Udränszky ed E. Baumann, Berl. berich. t. XXI, p. 2744.
- (59) A. W. Hofmann, Berl. berich. t. V, p. 241.
- (60) L. Balbiano, Ann. di chim. e farmacol. serie 5a, t. IX.
- (61) A. Hantzsch, Berl. berich. t. XXIII, p. 2772.
- (62) L. Knorr, Berl. berich. t. XX, p. 1105.
- (63) L. Knorr ed H. Laubmann, Berl. berich. t. XXI, p. 1205.
- (64) L. Claisen, Berl. berich. t. XXIV, Referate, p. 86.
- (65) L. v. Udränsky, ed E. Baumann, Berl. berich. t. XXI, p. 2938.
- (66) A Combes, Bull. Soc. chim. t. XLVI, p. 785.
- (67) C. Paal, Berl. berich. t. XVII, p. 2766.
- (68) G. Marchetti, Gazz. chim. t. XXIII, p. 567.
- (69) V. Meyer, Berl. berich. t. XI, p. 1867.
- (70) G. Lunge, Berl. berich. t. XI, p. 1641.
- (71) W. Dieterle e C. Hell, Berl. berich. t. XVII, p. 2224.
- (72) Eug. Bamberger e Rd. Müller, Berl. berich. t. XXI, p. 1121.
- (73) Eug. Bamberger e Joh. Baumann, Berl. berich. t. XXII, p. 967.
- (74) Ad. v. Baeyer, L. Ann. t. CCXLV, p. 146.
- (75) J. Herb, L. Ann. t. CCLVIII, p. 47.
- (76) G. Marchetti, Acc. L. R. serie 5a, vol. II, p. 44.
- (77) L. Balbiano ed O. Severini, Acc. L. R. serie 5a, vol. I, p. 198.
- (78) O. Jacobsen, Berl. berich. t. XVII, p. 2517. K. Galle Berl. berich. t. XVI, p. 1765. A. Töhl. Berl. berich. t. XXI, p. 907.
 - (79) C. Friedel e Crafts, Ann. de chimie et physiq. 6° série, t. I, p 473.
 - (80) C. Friedel e Crafts, Ann. de chimie et physiq. 6° série, t. I, p. 480.
 - (81) G. Koerner, Giornale dell'Accad. di Palermo, 1869, aprile.
 - (82) Voigt, L. Ann. t. CCXXVIII, p. 29.
 - (83) A. Michael, L. Ann. t. CCXXV, p. 143.
 - (84) A. Hantzsch, L. Ann. t. CCXV, p. 62.
- (85) C. Paal, Berl. berich, t. XVIII, p. 2254, vedi V. Meyer. Die Thiophengruppe, p. 239. J. Messinger, Berl. berich. t. XVIII. p. 567.
 - (86) J. Messinger, Berl. berich. t. XVIII, p. 2303.
 - (87) G. Ciamician, Monatshef. f. chem. t. I, p. 624.

- (88) G. Ciamician e P. Silber, Gazz. chim. t. XVI, p. 373.
- (89) A. Atterberg, Berl. berich. t. XIII, p. 879.
- (90) J. Dietrich e C. Paal, Berl. berich. t. XX, p. 1085.
- (91) C. Paal, Berl. Berich. t. XVII, p. 2760.
- (92) L. Knorr, L. Ann. t. CCXXXVI, p. 326.
- (93) L. Balbiano, Berl. berich. t. XXIII, p. 1448 e Gazz. chim. t. XX, p. 468.
- (94) L. Claisen, e P. Roosen, Berl. berich. t. XXIV, p. 1892.
- (95) L. Balbiano ed O. Severini, Acc. L. R. serie 5a, vol. I, p. 197.
- (96) L. Claisen e Stylos, Berl. berich, t. XXI, p. 1142.
- (97) A. Andreocci, Acc. L. R. serie 4a, vol. VII, p. 269.
- (98) P. A. Roosen, Beiträge zur Kennteniss einiger Pyrrazolabkömmlinge. Inaug.-dissert. Aachen, 1891.
 - (99) L. Balbiano, Gazz. chim. t. XIX, p. 128.
 - (100) O. Severini, Acc. L. R. serie 5^a, vol. I, p. 391.
 - (101) L. Balbiano, Gazz. chim. t. XX, p. 466.
 - (102) Kalle e C., in Biebrich. Brevetto, Berl. berich. t. XX, Ref. p. 123.
 - (103) G. Ciamician ed M. Dennstedt, Gazz. chim. t. XI, p. 300.
 - (104) G. Ciamician e P. Silber, Gazz. chim. t. XVI, p. 39.
 - (105) L. Lichtenstein, Berl. berich. t. XIV, p. 933.
 - (106) G. Ciamician ed M. Dennstedt, Gazz. chim. t. XIII, p. 455
 - (107) C. Paal, Berl. berich. t. XVII, p. 914.
 - (108) L. Balbiano e G. Marchetti, Acc. L. R. serie 5a, vol. II, p. 402.
 - (109) L. Balbiano, Gazz. chim. t. XIX, p. 134.
 - (110) O. Severini, Acc. L. R. serie 4a, t. VII, p. 377
 - (111) L. Knorr, ed H. Laubmann, Berl. berich. t. XXII, p. 180.
 - (112) A. W. Hofmann, Berl. berich. t. V, p. 720; t. VII, p. 526.
 - (113) A. Ladenburg, Berl. berich. t. XVI, p. 2059. L. Ann. t. CCXLVII, p. 1.
 - (114) Anderson, L. Ann. t. XCVI, p. 200.
 - (115) Oechsner de Coninck, Bull. Soc. chim. t. XL, p. 271.
 - (116) C. Liebermann e C. Paal, Berl. berich. t. XVI, p. 531.
 - (117) L. Balbiano e G. Marchetti, Acc. L. R. serie 5a, vol. II, p. 114.
 - (118) L. Balbiano, Acc. L. R. serie 5^a, vol. I, p. 366.
 - (119) V. Meyer, Berl. berich. t. XVIII, p. 2999.
 - (120) L. Balbiano, Acc. L. R. serie 5a, vol. II, p. 197.
 - (121) L. Balbiano, Acc. L. R. serie 4a, vol. VII, p. 26.
 - (122) L. Claisen, Berl. berich. t. XXII, p. 1016.
 - (123) L. Balbiano, Acc. L. R. serie 5^a, vol. I, p. 410.
 - (124) A. Butlerow, L. Ann. t. CXV, p. 326.
 - (125) S. M. Jörgensen, Berl. berich. t. XIX, Ref. p. 530.
 - (126) F. Gerhard, Berl. berich. t. XXIV, p. 352.
 - (127) J. W. Brühl, Berl. berich. t. XXV, p. 395.
 - (128) L. Knorr ed H. Taufkirch, Berl. berich. t. XXV, p. 768.
 - (129) V. Meyer, Die Thiophengruppe, p. 276.
 - (130) Ed. Buchner ed U. Fritsch. Berl. berich. t. XXVI, p. 256.
 - (131) Ed. Buchner ed H. Dessauer, Berl. berich. t. XXVI, p. 258.
 - (132) L. Knorr e P. Duden, Berl. berich. t. XXVI, p. 116.
 - (133) Eug. Bamberger, Berl. berich. t. XXIV, p. 1758.
 - (134) J. v. Hoermann, Berl. berich. t. XV, p. 1541.
 - (135) Ad. Fauconnier, Comp. Rend. t. CVII, p. 250.
 - (136) A. Michaelis ed O. Lampe, Berl. berich. t. XXIV, p. 3738.
- (137) G. Ciamician, *Il pirrolo ed i suoi derivati*. Monografia. Tip. dell'Acc. dei Lincei. Roma, 1888, p. 25.

- (138) G. Ciamician ed F. Anderlini, Gazz. chim. t. XVIII. p. 557.
- (139) G. Ciamician e P. Silber, Gazz. chim. t. XV, p. 186.
- (140) G. Ciamician ed M. Dennstedt, Gazz. chim. t. XI, p. 339.
- (141) G. Ciamician ed F. Anderlini, Gazz. chim. t. XIX, p. 102.
- (142) G. Ciamician e P. Magnaghi, Gazz. chim. t. XV, p. 481.
- (143) S. Gabriel, Berl. berich. t. XXIV, p. 3231.
- (144) A. W. Hofmann, Berl. berich. t. XII, p. 988. F. Blau, Monats. f. chem. t. X, p. 372. G. Pfeiffer, Berl. berich. t. XX, p. 1349.
 - (145) H. S. Keiser, Berl. berich. Ref. t. XX, p. 104.
 - (146) A. Andreocci, Acc. L. R. serie 4a, vol. VII, p. 157.
 - (147) Zeise, Magaz. für Pharmacie 1831, t. XXXV, p. 105, ed Ann. der Pharmacie, t. XXIII.
 - (148) K. Birnbaum, L. Ann. t. CXLV, p. 69.
 - (149) C. W. Blomstrand, Die chemie der Jetztzeit, p. 409.
 - (150) A. Andreocci Acc. L. R. serie 4^a, vol. VIII, p. 183.
 - (151) O. Wallach, L. Ann. t. CCXIV, p. 320.

INDICE DEL VOL. VII. — SERIE 4.ª

Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Sanarelli. I processi riparativi nel cervello e nel cervelletto (Con una tavola) Pag.	4
Cerruti. Sulla deformazione di un involucro sferico isotropo per date forze	
agenti sulle due superficie limiti	25
Betocchi. Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la con-	
fluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1889	
(Con una tavola)	45
De Zigno. Pesci fossili di Lumezzane in val Trompia (Con due tavole) *	51
Banti. Magnetizzazione del nichel sollecitato da particolari azioni mecca-	
niche (Con una tavola)	62
Bordoni-Uffreduzzi. I Protei quali agenti d'intossicazione e d'infezione	88
Favero. Sulla teoria dell'elettrolisi colle correnti alternanti	110
Golgi. Sulla fine anatomia del midollo spinale	123
Fusari. Sulle prime fasi di sviluppo dei Teleostei (Con tre tavole)	149
Pierpaoli. Studio dei coristi prototipi affidati all'ufficio centrale italiano per	
il corista uniforme	200
Guarducci. Sulla risoluzione meccanica delle equazioni (Con tre tavole)	219
Todaro. Sopra lo sviluppo della Seps chalcides (Con una tavola)	233
De Filippi. Ricerche istologiche ed anatomiche sulla Taenia Bothrio-	
plitis Piana (Con dieci tavole)	250
Betocchi. Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la con-	
fluenza dell'Aniene e dello stesso flume Aniene durante l'anno 1890	
(Con una tavola)	295
Berzolari. Sulla curva gobba razionale del quint'ordine	305
Abetti. Osservazioni astronomiche su Marte fatte a Padova nell'opposi-	
zione 1892	343
Parona. La fauna fossile (calloviana) di Acque Fredde sulla sponda veronese	
del Lago di Garda (Con una tavola)	365
Ruffini. Di un nuovo Organo nervoso terminale e sulla presenza dei corpu-	
scoli Golgi-Mazzoni nel connettivo sottocutaneo dei polpastrelli delle dita	
dell'uomo (Con due tavole)	398
Balbiano. Sulle relazioni fra Pirrazolo, Pirrolo e Piridina	411





Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1^a — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII. Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2^a — Vol. I. (1873-74). Vol. II. (1874-75).

Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.

2ª Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

3ª Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).

Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.

Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. I-XIII.

Serie 4^a — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).

Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. I-VII.

Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. I-X.

Serie 5^a — Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. I, II, III (1894) 2º Sem. Fasc. 1°.

> Rendiconti della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. I-III. (1894). — Fasc. 1°-5°.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.º — Roma, Torino e Firenze. Ulrico Hoepli. — Milano, Pisa e Napoli.

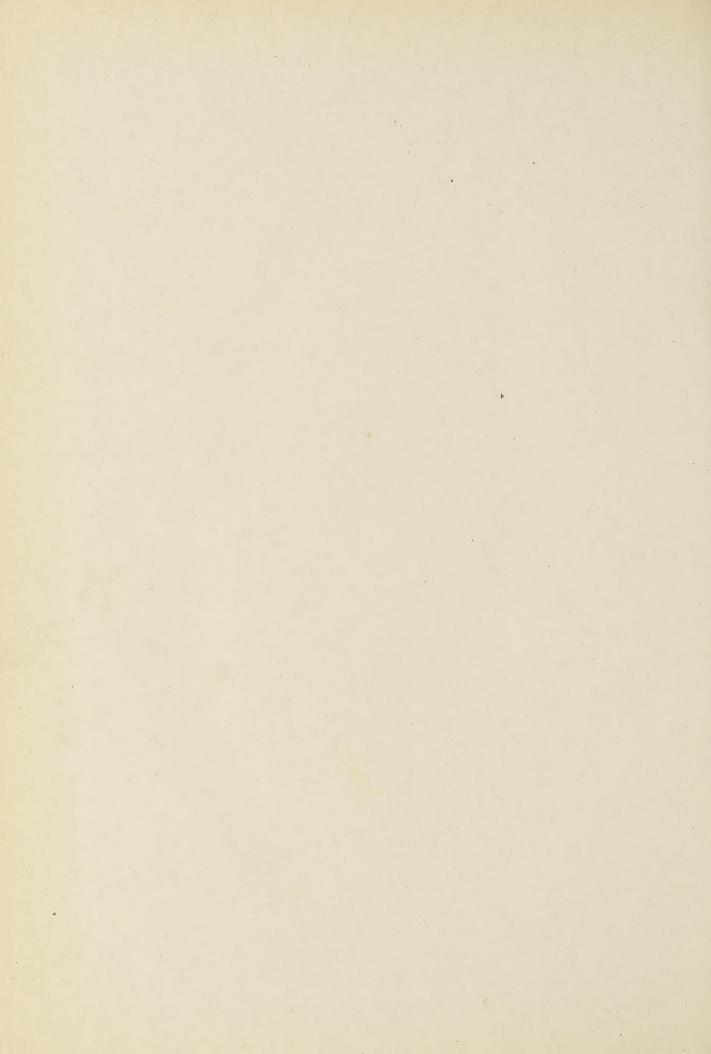


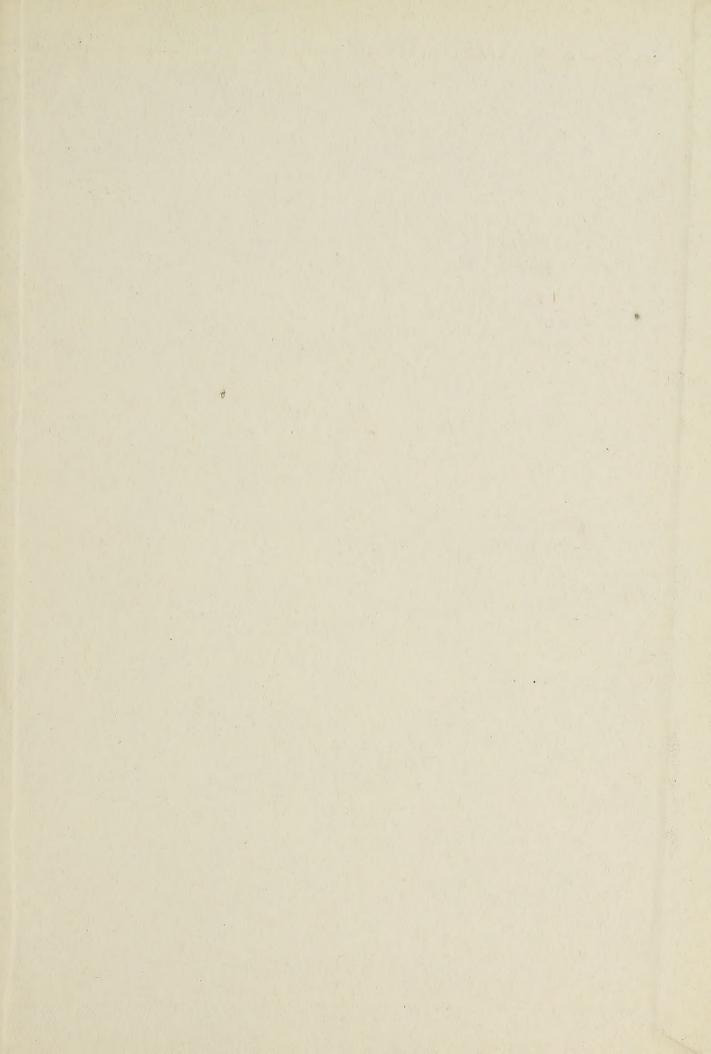












SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES

3 9088 01354 6494